

2. kolokvij in izpit iz teorije iger

FMF, Oddelek za matematiko – univerzitetni študij

13. junij 2011

1. Dana je igra s funkcijama koristnosti:

	L	M	R
A	$2, -1$	$4, 2$	$3, a$
B	$5, 5$	$1, -1$	$5, 2$
C	$b, 0$	$0, 0$	$c, -3$

Določite, za katere vrednosti parametrov a , b in c obstaja mešano Nashevo ravnovesje, pri katerem prvi igralec meša le A in B , drugi igralec pa le L in M . Določite to mešano Nashevo ravnovesje.

2. Bayesova igra za dva igralca ima tri stanja, ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi igralec ve, v katerem stanju je igra, drugi igralec pa ne dobi nobene informacije o stanju, pač pa verjame v verjetnosti stanj $\Pr(\omega_1) = 1/2$, $\Pr(\omega_2) = 1/4$, $\Pr(\omega_3) = 1/4$. Prvi igralec lahko igra potezi A ali B , drugi pa potezi L ali D . Dobitki pri posameznih stanjih in potezah so prikazani spodaj:

Stanje ω_1 :	Stanje ω_2 :	Stanje ω_3 :																											
<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">L</td><td style="text-align: center;">D</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">A</td><td style="text-align: center;">$3, 1$</td><td style="text-align: center;">$4, 2$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">B</td><td style="text-align: center;">$2, 3$</td><td style="text-align: center;">$1, 4$</td></tr> </table>		L	D	A	$3, 1$	$4, 2$	B	$2, 3$	$1, 4$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">L</td><td style="text-align: center;">D</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">A</td><td style="text-align: center;">$0, 2$</td><td style="text-align: center;">$4, 5$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">B</td><td style="text-align: center;">$3, 4$</td><td style="text-align: center;">$1, -11$</td></tr> </table>		L	D	A	$0, 2$	$4, 5$	B	$3, 4$	$1, -11$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">L</td><td style="text-align: center;">D</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">A</td><td style="text-align: center;">$0, 0$</td><td style="text-align: center;">$1, 1$</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">B</td><td style="text-align: center;">$2, 2$</td><td style="text-align: center;">$5, 3$</td></tr> </table>		L	D	A	$0, 0$	$1, 1$	B	$2, 2$	$5, 3$
	L	D																											
A	$3, 1$	$4, 2$																											
B	$2, 3$	$1, 4$																											
	L	D																											
A	$0, 2$	$4, 5$																											
B	$3, 4$	$1, -11$																											
	L	D																											
A	$0, 0$	$1, 1$																											
B	$2, 2$	$5, 3$																											

Poiščite mešana Bayesova ravnovesja igre. *Namig:* pomagajte si z dominacijami.

3. Igralca si delita torto. Najprej prvi igralec razdeli torto na tri kose in enega izmed njih ponudi drugemu igralcu (dovoljeni so tudi "kosi" velikosti nič). Nato lahko drugi igralec ponudbo sprejme, v tem primeru dobi sprejeti kos, ali pa kos zavrne, v tem primeru ga ne dobi. Potem pa drugi igralec (ne glede na sprejetje ali zavrnitev kosa) na hitro zmakne še en kos izmed tistih dveh, ki mu nista bila ponujena. Kar ostane, dobi prvi igralec.

Poiščite vgnězdena Nasheva ravnovesja igre. Koliko dobi posamezen igralec, če igrata v skladu z njimi?

4. Kooperativna igra za tri igralce ima naslednjo karakteristično funkcijo:

$$v(\emptyset) = 0, \quad v(\{1\}) = 0, \quad v(\{2\}) = 1, \quad v(\{3\}) = 1, \\ v(\{1, 2\}) = 2, \quad v(\{1, 3\}) = 1, \quad v(\{2, 3\}) = 2, \quad v(\{1, 2, 3\}) = a.$$

Določite Shapleyjeve vrednosti posameznih igralcev v odvisnosti od a .