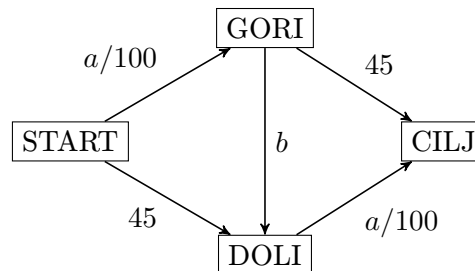


1. obvezna domača naloga iz teorije iger

FMF, univerzitetni študij
2013/14

1. Dan je Cournotov model duopola, kjer proizvajalca proizvedeta q_1 in q_2 blaga, skupaj $Q = q_1 + q_2$, tržna cena na enoto blaga znaša $(a - q)_+$, proizvodni stroški na enoto blaga pa znašajo c za oba proizvajalca. Privzamemo, da je $a > c > 0$.
 - a) Poiščite akcije prvega igralca, ki so strogo dominirane.
 - b) V ustrezno zoženi igri poiščite akcije drugega igralca, ki so strogo dominirane. Nato spet v ustrezno zoženi igri poiščite akcije prvega igralca, ki so strogo dominirane. Tako nadaljujte: induktivno konstruirajte zaporedje zaporednih zožitev igre, ki jih dobivamo tako, da izmenoma izločamo strogo dominirane akcije ustreznega igralca.
 - c) Raziščite konvergenco dobljenega zaporedja. Kaj to pomeni za Nashevo ravnovesje?
2. Dana je naslednja modifikacija Braessovega paradoksa – omrežje enosmernih cest s pripadajočimi potovalnimi časi:



Črka a tu označuje število avtomobilov, ki se peljejo po danem cestnem odseku, črka b pa označuje fiksni potovalni čas, neodvisen od števila avtomobilov. Privzamemo, da želi od starta do cilja priti skupaj 4000 avtomobilov.

- a) Poiščite vsa Nasheva ravnovesja za primer, ko je $b = 10$.
 - b) Za katere b je edino Nashevo ravnovesje tisto, pri katerem vsi vozniki uporabijo navpično povezavo?
 - c) Dokažite, da za vsak b obstaja Nashevo ravnovesje.
 - d) Dokažite, da v Nashevem ravnovesju noben voznik v nobenem primeru ne potrebuje manj časa, kot bi ga, če hitre ceste ne bi bilo.
3. Tri plemena skomina neka dobrina. Vsako pleme gre lahko zanjo v boj ali pa ne. Če gre k plemen v boj za dobrino, je skupna količina, ki jo dobijo, $3 - k$ enot, vsako pleme pa dobi enako. Poleg tega vsako pleme, ki gre v boj, za to potroši energijo, ki odgovarja eni enoti dobrine. Modelirajte to kot strateško igro in poiščite mešana Nasheva ravnovesja, pri katerih gre vsako pleme v boj z enako verjetnostjo.

Rešitve morate napisati na roko in jih oddati asistentu (če ga ni, lahko izdelek oddate vratarici, da ga da v predalček). Rok oddaje je **petek, 22. november**.