

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

VERJETNOSTNI RAČUN 1 2008/2009

PISNI IZPIT

21. SEPTEMBER 2009

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. Trije gusarji, Pepe, Robi in Sašo, najdejo zaklad, štiri zlatnike. Razdelijo si jih na naslednji način: Pepe in Robi vržeta pošten kovanec. Če pade grb, dobi prvi zlatnik Pepe, sicer ga dobi Robi. Tako en gusar dobi prvi kovanec, ostala dva gusarja pa nato mečeta kovanec za drugi zlatnik. Za tretji zlatnik se na isti način potegujeta tista dva gusarja, ki nista dobila drugega zlatnika, ter za četrti zlatnik tista dva, ki nista dobila tretjega zlatnika.

Kaj je bolj verjetno, da ima Pepe isto število zlatnikov kot Robi ali kot Sašo?

2. Imamo dve pošteni kocki. V lihem metu vržemo eno pošteno kocko, v sodem metu pa dve. Z  $X$  označite število metov, dokler ne pade prvič šest. (Če recimo v prvem metu pade 4, v drugem 3 in 5, v tretjem 3, v četrtem 1 in 6, potem je  $X = 4$ ). Dokažite, da velja

$$\frac{7}{2} < E(X) < 6.$$

Poskusite tudi izračunati  $E(X)$ . (Če vam to uspe, ste seveda dokazali tudi zgornji neenakosti.)

3. V sobi hkrati prižgemo  $n$  žarnic. Življenjska doba žarnice (merjena v 1000 urah) je eksponentno porazdeljena slučajna spremenljivka s parametrom 1. Koliko mora biti  $n$ , da bo v sobi svetlo v povprečju vsaj 2000 ur?
4. Skupna gostota vektorja  $(X, Y)$  je

$$p_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} c \cdot x, & |y| \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{sicer} \end{cases}$$

Izračunajte  $E(X|Y)$ .