

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

VERJETNOSTNI RAČUN 1 2008/2009

3. KOLOKVIJ

14. APRIL 2009

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. V kvadratu $ABCD$ z osnovno stranico dolžine 1 naključno izberemo točko T . Ploščina štirikotnika $ABTD$ je vrednost slučajne spremenljivke X . Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X ? Zapišite njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto!
2. Naj bo X slučajna spremenljivka z gostoto

$$p_X(x) = \begin{cases} 1/x^2 & , x > 1 \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases}$$

Kot običajno z $F_X(x)$ označimo porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X . Definiramo slučajno spremenljivko $Y = F_X(X)$. Določite verjetnostno gostoto slučajne spremenljivke Y .

3. Skupna gostota vektorja (X, Y) naj bo enaka

$$p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c \cdot (x - y)e^{-x-y} & , x > y > 0 \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases}$$

Določite robni gostoti slučajnih spremenljivk X in Y . Ali sta X in Y neodvisni slučajni spremenljivki? Kolikšna je verjetnost $P(X < 2Y)$?

Če kaj pomaga, je $\int xe^{-x} dx = -(1+x)e^{-x} + C$.

4. Slučajni spremenljivki X in Y naj bosta neodvisni, vsaka porazdeljena eksponentno s parametrom 1. Določite gostoti slučajnih spremenljivk $X - Y$ in X/Y .