

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

VERJETNOSTNI RAČUN 1 2009/2010

3. KOLOKVIJ

12. APRIL 2010

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. V krogu z radijem 1 naključno izberemo točko  $T$ . Točko, ki je izmed vseh točk na krožnici najbolj oddaljena od  $T$ , označimo z  $S$ . Ploščina kroga s središčem v  $S$  in radijem  $d(S, T)$  je vrednost slučajne spremenljivke  $X$ . Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka  $X$ ? Zapišite njeno porazdelitveno funkcijo in gostoto!
2. Naj bo  $X$  slučajna spremenljivka z gostoto

$$f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}.$$

Definiramo slučajno spremenljivko  $Y = e^{-|X|}$ . Določite verjetnostno gostoto slučajne spremenljivke  $Y$ .

3. Skupna gostota vektorja  $(X, Y)$  naj bo enaka

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c \cdot (x + y)x^2y & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases}$$

Kolikšna je verjetnost  $P(X < Y)$ ? Določite robni gostoti slučajnih spremenljivk  $X$  in  $Y$ . Ali sta  $X$  in  $Y$  neodvisni slučajni spremenljivki? Določite še pogojni gostoti, slučajne spremenljivke  $X$  glede na  $Y$ , ter slučajne spremenljivke  $Y$  glede na  $X$ .

4. Slučajni spremenljivki  $X$  in  $Y$  naj bosta neodvisni, vsaka porazdeljena eksponentno s parametrom 1. Določite gostoti slučajnih spremenljivk  $U = \frac{X}{X+Y}$  in  $V = \log\left(1 + \frac{X}{Y}\right)$ .