

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

VERJETNOSTNI RAČUN 1 2008/2009

4. KOLOKVIJ

5. JUNIJ 2009

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. Slučajni spremenljivki  $X$  in  $Y$  naj bosta neodvisni, porazdeljeni enakomerno na intervalu  $[0, 1]$ . Izračunajte  $E[X - Y|X/Y]$ .
2. Dokažite ali ovrzite: za vsak slučajni vektor  $(X, Y)$  velja:

$$E(X + Y|X) = X \text{ natanko tedaj, ko je } E(X|X - Y) = X - Y.$$

3. Naj bo  $X$  slučajna spremenljivka s porazdelitveno funkcijo

$$F_X(x) = e^{-e^{-x}}.$$

Določite njeno momentno-rodovno funkcijo  $M_X(t) = E(e^{tX})$ .

Dokažite, da velja  $(1 - t)M_X(t) = M_X(t - 1)$ .

4. Naj bodo  $X_1, X_2, \dots$  neodvisne enako porazdeljene slučajne spremenljivke z gostoto  $p(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ . Izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_{\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{\sqrt{n}}}(t).$$