

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

ODDELEK ZA MATEMATIKO

VERJETNOSTNI RAČUN 1 2009/2010

4. KOLOKVIJ

24. MAJ 2010

NAVODILA

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore je potrebno ustrezno utemeljiti. Vsako nalogo rešujte na svojo stran. Vse naloge so enako vredne. Veliko uspeha!

1. Skupna gostota vektorja (X, Y) naj bo enaka

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c \cdot (x + y^2) & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases}$$

Izračunajte kovarianco $K(X + Y^2, Y)$. Določite tudi $E(X + Y^2|Y)$. Komentirajte, ali si rezultata nasprotujeta ali ne.

2. Slučajni vektor (X, Y, Z) naj bo porazdeljen večrazsežno normalno. Velja naj $E(X) = -3$, $E(Y) = 1$, $E(Z) = 2$, $D(X) = 7$, $D(Y) = 2$, $D(Z) = 5$, $K(X, Y) = 1$, $K(X, Z) = -2$, $K(Y, Z) = 3$. Dokažite, da velja

$$E(X|Y, Z) = 11Y - 7Z.$$

Kateri od zgornjih podatkov je odvečen?

3. Skupna gostota vektorja (X, Y) naj bo enaka

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c & , 0 < y < x < 1 \\ 0 & , \text{sicer} \end{cases}.$$

Izračunajte $E(X + Y|X - Y)$.

4. Naj bodo X_1, X_2, \dots neodvisne enakomerno porazdeljene slučajne spremenljivke na intervalu $[-1, 1]$. Izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_{\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{\sqrt{n}}}(t).$$

Če kdo ne ve: $f_{X_i}(x) = \frac{1}{2}$ za $x \in [-1, 1]$; $M_X(t) = E(e^{tX})$.