

ELEKTROOPTIČNI POJAV

Uvod

Močno zunanje električno polje znatno vpliva na strukturo snovi. V kristalih se denimo spremeni oblika osnovne celice, v tekočinah pride do orientacijskega urejanja molekul (podolgovate molekule se poravnajo v smeri polja), pogosto pa se spremeni tudi oblika posameznih molekul. Vse te spremembe se odražajo tudi na optičnih lastnostih snovi, ki jih imenujemo elektrooptični efekti in jih razlagamo v okviru nelinearne optike [1]. Polje, ki je statično ali pa se spreminja z bistveno nižjo frekvenco kot vpadna svetloba, spremeni lomni količnik snovi. Predstavimo enostaven primer, kjer imamo homogeno, izotropno in prosojno snov skozi katero posvetimo s svetlobo valovne dolžine λ in variramo zunanje električno polje jakosti E . Za svetlobo lahko določimo lomni količnik za svetlobo polarizirano vzporedno s smerjo polja n_{\parallel} in pravokotno glede na smer polja n_{\perp} . Če snov ne poseduje centra inverzije, potem se z večanjem polja razlika količnikov povečuje v prvem redu linearno

$$n_{\parallel} - n_{\perp} = pE, \quad (1)$$

kjer je p Pockelsova konstanta, in govorimo o *linearnem elektrooptičnem pojavu* oz. *Pockelsovem efektu*, ki ga je odkril Friedrich Pockels leta 1893. Vrednosti Pockelsove konstante za nekatere snovi, kjer se ta efekt izkorišča so KDP (kalijev dihidrogen fosfat) $p = 3.610^{-11}$ m/V, z devterijem obogaten KDP (KD*P) 8.010^{-11} m/V, litijev niobij (LiNb₃) $3.7E-10$ m/V. Če pa snov ima center simetrije, je sprememba lomnega količnika sorazmerna s kvadratom zunanjega polja in je govor o *kvadratnem elektrooptičnem pojavu* oz. *Kerrovem efektu*, kjer je

$$n_{\parallel} - n_{\perp} = B\lambda E^2, \quad (2)$$

Efekt je poimenovan po odkritelju Johnu Kerru (1875), ki je opazil, da postane tudi steklo pri visokih napetostih dvolomno. Sorazmernostno konstanto B imenujemo Kerrova konstanta. V kristalih so njene tipične vrednosti od $B = 10^{-12}$ do 10^{-8} mV⁻², v tekočinah pa od 10^{-16} do 10^{-12} mV⁻². Tipični predstavnik slednjih je nitro-benzen (C₆H₅NO₂), ki pa je zelo strupen in za jasno indikacijo efekta potrebuje polja nekaj kV/mm.

Nelinearni elektrooptični pojav je osnova za številne naprave, s katerimi kontroliramo optične žarke s pomočjo nizkofrekvenčnega zunanjega električnega polja. Mednje spadajo elektrooptični modulatorji, atenuatorji in preklopniki, optične leče z električno nastavljivo goriščno razdaljo ter različni elementi za spreminjanje polarizacije svetlobe. Uporabljamo jih v laserjih, v sistemih optičnih komunikacij, pri optičnem obdelovanju in zapisovanju informacij ter v različnih drugih optičnih sistemih. Kvadratni elektrooptični pojav pa je pomemben predvsem v napravah, s katerimi kontroliramo optične žarke s pomočjo visokofrekvenčnih zunanjih polj, med drugim tudi s pomočjo drugih optičnih žarkov. Mednje prištevamo na primer razne opto-optične preklopnike ter optične spominske elemente.

Kerovo konstanto B neke snovi določimo tako, da vzorec snovi postavimo med dva prekržana polarizatorja, katerih prepustna smer oklepa kot 45° s smerjo električnega polja, ki ga z ustreznimi elektrodami ustvarimo v vzorcu. Merimo intenziteto prepuščene svetlobe v odvisnosti od električne napetosti na vzorcu. Če na vzorcu ni napetosti,

izhodni polarizator (analizator) ne prepušča svetlobe, ker se polarizacija valovanja pri prehodu skozi vzorec ne spremeni. Ko priključimo električno napetost, postane vzorec dvolomen in vpadajoče linearno polarizirano valovanje se v njem pretvori v eliptično polarizirano valovanje. Tedaj analizator prepušča del vpadne svetlobe. Iz razmerja med intenziteto prepuščene in vpadne svetlobe lahko izračunamo razliko lomnih količnikov pri danem polju.

Računski postopek je sledeč: denimo, da polarizator prepušča svetlobo polarizirano v vertikalni smeri, ki jo označimo kot smer P in ji pripišemo enotski vektor \vec{e}_y , analizator pa v horizontalni smeri, ki jo označimo kot smer A in ji pripišemo enotski vektor \vec{e}_x . Električno polje svetlobe, ki po prehodu polarizatorja pada na vzorec, je enako

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y,$$

pri čemer je E_0 amplituda vpadnega optičnega električnega polja, ω pa krožna frekvenca svetlobe. Valovanje je linearno polarizirano. Konica vektorja \vec{E} v časovni sliki popisuje daljico z dolžino E_0 v smeri \vec{e}_y .

Lastne smeri lomnega količnika v vzorcu, ki ju označimo kot smeri \vec{e}_ξ in \vec{e}_η sta nagnjeni pod kotom $\theta = 45^\circ$ glede na osi \vec{e}_x in \vec{e}_y . Os \vec{e}_ξ sovpada s smerjo zunanega električnega polja \vec{E} . V sistemu \vec{e}_ξ , \vec{e}_η vpadno optično polje vzdolž vzorca dolžine L zapišemo kot

$$\vec{E}(x, t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - k_{\parallel} x) \vec{e}_\xi + \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - k_{\perp} x) \vec{e}_\eta,$$

pri čemer $k_{\parallel} = 2\pi n_{\parallel}/\lambda$ in $k_{\perp} = 2\pi n_{\perp}/\lambda$ označujeta valovna vektorja posameznih komponent. Komponenti E_ξ in E_η valovanja potujeta skozi snov z različnima hitrostima, zato se med seboj zakasnit. Izstopno optično polje $\vec{E}(L, t)$ je v splošnem eliptično polarizirano. Krivulja, ki jo v časovni sliki popisuje konica vektorja $\vec{E}(L, t)$ je elipsa, katere glavni osi sta nagnjeni pod kotom $\alpha = 45^\circ$ glede na osi \vec{e}_ξ in \vec{e}_η . Glavni osi elipse torej sovpadata s smermi \vec{e}_x in \vec{e}_y . Izstopni analizator prepušča le optično polje v \vec{e}_x smeri. Amplitudo tega polja dobimo tako, da poiščemo projekcijo polja $\vec{E}(L, t)$ na os \vec{e}_x . Velikost projekcije je

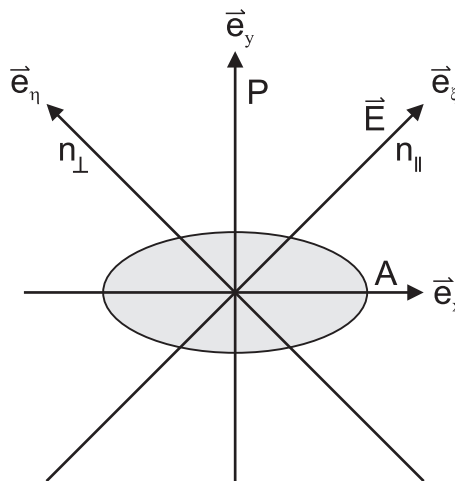
$$\vec{E}(L, t) \cdot \vec{e}_x = E_0 \sin(\Delta k L / 2) \sin(\omega t - \bar{k} L),$$

kjer smo zaradi lažjega pisanja uvedli $\Delta k = k_{\parallel} - k_{\perp}$ in $\bar{k} = \frac{1}{2}(k_{\parallel} + k_{\perp})$. Optično polje po prehodu analizatorja potem zapišemo kot

$$\vec{E}_A(t) = (\vec{E}(L, t) \cdot \vec{e}_x) \vec{e}_x.$$

Intenziteta prepuščene svetlobe, ki jo zaznavamo z merilnikom svetlobnega toka, je enaka časovnemu povprečju $\langle \cdot \rangle_t$ kvadrata tega polja

$$I_A = \epsilon_0 \langle \vec{E}_A^2(t) \rangle_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 [E_0 \sin(\Delta k L / 2)]^2. \quad (3)$$



Slika 1: Oznake pomembnih smeri v sistemu.

V prej opisanem primeru Kerrovega efekta velja $\Delta k L/2 = (k_{\parallel} - k_{\perp})L/2 = \pi L B E^2$ in na merilniku dobimo

$$I_A = I_0 \left[\sin(\pi L B E^2) \right]^2,$$

pri čemer $I_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$ označuje intenziteto vpadne svetlobe.

Potrebščine

- He-Ne plinski laser, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, navpično linearno polariziran
- svetlobni modulator s PLZT keramiko, izvor visoke napetosti 0-1000 V, voltmeter (multimeter)
- fotodioda kot merilnik svetlobnega toka - mikroampermeter (multimeter)
- dva polarizatorja (polaroidna filtra) pritrjena na vrtljivih nosilcih
- dvolomna celica iz tekočega kristala v nosilcu, ki omogoča vrtenje, merilo

Naloga

1. Določi Kerrovo konstanto PLZT keramike.
2. Izmeri prepustnost dveh zaporedno postavljenih polarizatorjev v odvisnosti od medsebojnega kota.
3. Analiziraj polarizacijo svetlobe po prehodu skozi dvolomno snov.

Navodilo

1. Kerrova celica je sestavljena iz PLZT keramike med dvema elektrodama, kot to prikazuje slika 2. Razmak med elektrodama je $d = 1.4 \text{ mm}$. Debelina ploščice L pa je 1.5 mm . PLZT je oznaka za spojino cirkonijevih in titanovih oksidov s svincem in lantanom (Pb, La, Zr, Ti). Z ustreznim razmerjem sestavin dosežemo, da je spojina v odsotnosti zunanega električnega polja optično izotropna, čemur je v našem primeru le približno zadoščeno. Hitro se lahko prepričamo, da je celica v našem primeru že v odsotnosti polja nekoliko dvolomna. Slednje upoštevamo tako, da v formuli (2) dodamo še konstanten člen k razliki med lomnima količnikoma v lastnih smereh

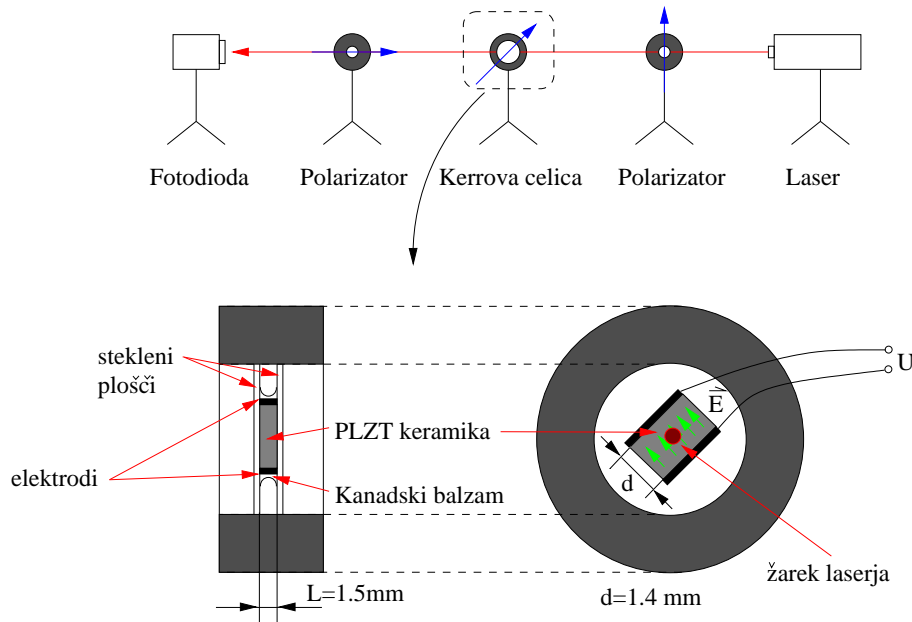
$$\Delta n = \Delta n_0 + B \lambda E^2,$$

Kerrova celico pritrjeno tako, da je njena os nagnjena za 45° glede na vertikalo, postavimo med dva prekržana polarizatorja kot to kaže slika 2. Intenziteta prepuščenega svetlobnega toka ima naslednjo funkcijsko obliko

$$I_A = I_0 [\sin(\phi)]^2,$$

kjer uvedemo fazo

$$\phi = \frac{\pi \Delta n_0}{\lambda} + \pi L B \left(\frac{U}{d} \right)^2.$$



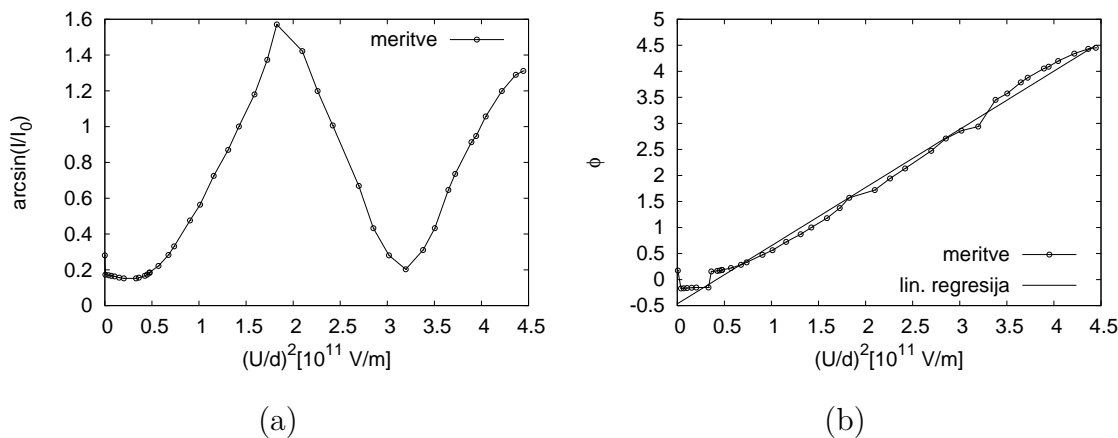
Slika 2: Shema postavitve aparature pri merjenju Kerrove konstante PLZT keramike. Kanadski balzam, ki je v našem primeru rumenkaste barve, se uporablja kot optično lepilo, saj je optično zelo čist in ima lomni količnik $n = 1.55$ zelo blizu krovnega stekla (angl. crown glass).

Pri tem je I_0 maksimalen tok, ki ga zaznamo na fotodetektorju. Nato na celico priključimo zunanjo napetost. Velikost napetosti odčitavamo na voltmetru, ki je priklopljen na merilni izhod visokonapetostnega izvira. Zaradi vmesnega delilnika je napetost, ki jo odčitamo na voltmetru, 1000 krat manjša od dejanske napetosti na vzorcu. Napetost na celici počasi povečuj do maksimalne vrednosti (1000 V) in opazuj kaj se godi. Poravnaj laserski snop, da vpada na sredino fotodiode. Vključi mikroampermetr (multimeter) s katerim meriš električni tok na fotodiodi. Ta tok je sorazmeren z intenziteto vpadne svetlobe I_A . Preden začneš s sistematičnim merjenjem, preveri, da laserski žarek ne zadeva v elektrode na vzorcu in da izhodna svetloba pada v sredino fotodiode. Napetost U na vzorcu v enakomernih korakih postopoma znižuj in si zapisuj tok $I(U)$ na mikroampermetru. Nariši graf $U(I)$ kot je na sliki in iz njega odčitaj maksimalno vrednost prepuščenega svetlobnega toka I_0 , ki ustreza faznim zakasnitvam $\pi/2 + n\pi$, kjer je $n = 0, 1, 2, \dots$. Nato nariši še vrednosti izraza $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$ v odvisnosti od kvadrata zunanjskega polja na vzorcu $(U/d)^2$. Na podlagi slednjega skonstruiraj potek faze ϕ kot funkcije kvadrata zunanjskega polja na vzorcu $(U/d)^2$, kjer upoštevaš naslednje. Faza ϕ je do konstante in predznaka enaka $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$ in je zvezna funkcija U . Matematično je določena po formuli

$$\phi = \pi n \pm \arcsin\sqrt{I_A/I_0}.$$

kjer sta celoštevilski n in predznak pred arcsin za vsako vrednost napetosti U izbrana tako, da je faza ϕ zvezna funkcija napetosti U in za velike U monotonno narašča. Takšni transformaciji rečemo razvijanje (angl. unfolding) funkcije v njeno zvezno različico. Primer rezultata transformacije $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$ v odvisnosti od $(U/d)^2$ v zvezno fazo ϕ je prikazan na sliki (3). Iz strmine in zamika dobljene premice določi Kerrovo konstanto B in dvolumnost v odsotnosti polja Δn_0 za PLZT keramiko v uporabi. Za I_0 pri tem

vstavi maksimalno vrednost prepuščenega svetlobnega toka, ki ustreza fazni zakasnitvi $\pi/2$. Podrobneje je teorija in realizacija elektrooptičnega eksperimenta s PLZT keramiko opisana v članku [2].



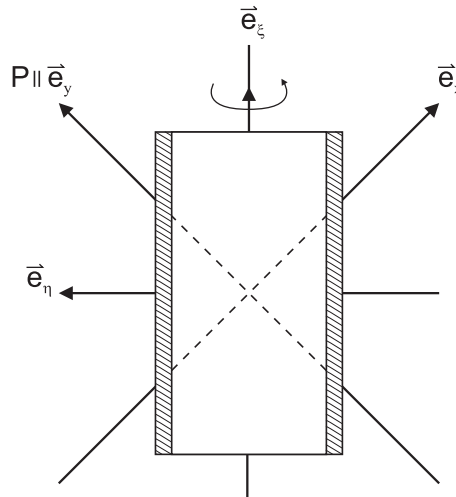
Slika 3: Primer odvisnosti $\arcsin(\sqrt{I_A/I_0})$ od kvadrata električne poljske jakosti $(U/d)^2$ (a) in iz nje razvite faze ϕ (b), kjer smo izbrali, da je $U = n = 0$.

2.1 Izklopi visokonapetostni usmernik in odmakni PLZT celico. Laserski žarek usmeri direktno na fotodiodo. Zapiši si vrednost toka na mikroampermetru. Po potrebi zmanjšaj njegovo občutljivost. Nato v žarek postavi prvi polarizator Pol.-1. Zasuči ga v takšno lego, da dobiš na izhodu maksimalno intenziteto prepuščene svetlobe. Takrat je prepustna smer polarizatorja vzporedna s polarizacijo laserskega žarka. Zmanjšanje intenzitete žarka pa je posledica absorpcije v polaroidu. Zapiši si vrednost toka na mikroampermetru. Nato med polarizator Pol.-1 in fotocelico postavi še drugi polarizator Pol.-2 (analizator). Tudi tega zasuč v lego, pri kateri dobiš na izhodu maksimalno intenziteto. Nato postopoma, v korakih po 5° , vrtil drugi polarizator Pol.-2 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka β . Doma preveri, da za intenziteto prepuščene svetlobe skozi dva polarizatorja velja *Malusov zakon* $I_A = T^2 I_0 (\cos \beta)^2$, pri čemer je β kot med prepustnima smerema polarizatorjev, T pa transmittivnost posameznega polarizatorja v prepustni smeri. Kadar sta polarizatorja "prekrižana" ($\beta = 90^\circ$), ne prepuščata svetlobe.

2.2 Prvi polarizator Pol.-1 zasuč v izbrano, denimo vertikalno, lego. Drugi polarizator Pol.-2 zasuč v lego, pri kateri dobiš na fotodiodi minimalni tok. Takrat sta smer polarizacije Pol.-1 in prepustna smer polarizatorja Pol.-2 med seboj ortogonalni. Nato med Pol.-2 in Pol.-1 vstavi še polarizator Pol.-3 in tudi njega zasuč v lego, pri kateri dobiš na fotodiodi minimalni tok. Potem postopoma, v korakih po 5° , vrtil polarizator Pol.-3 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka β . Preveri, da v tem primeru za intenziteto prepuščene svetlobe velja zveza $I_A = T^2 I_0 (\sin 2\beta)^2$. Zakaj?

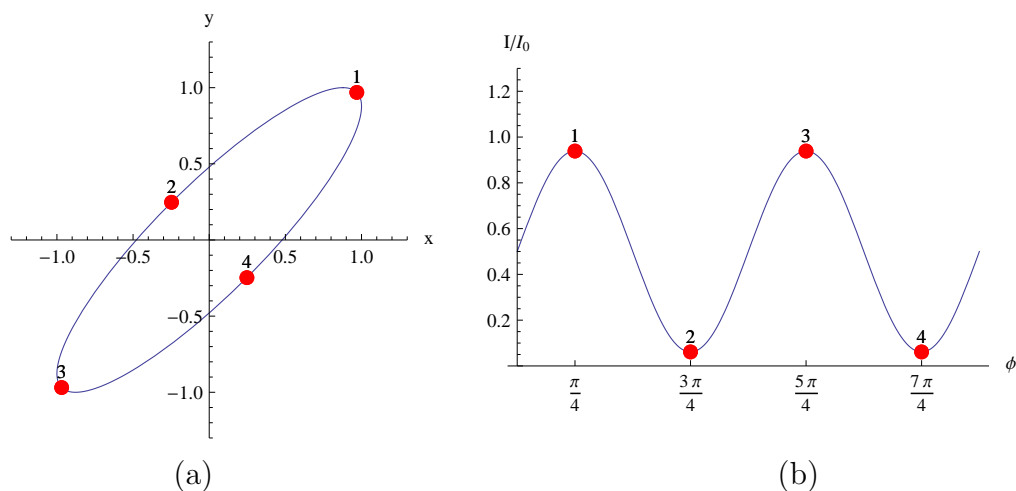
3. Umakni Pol.-3. Polarizator Pol.-1 zasuč tako, da njegova prepustna smer oklepa kot 45° z ozirom na vertikalo. Analizator Pol.-2 pa zasuč v "prekrižano" lego glede na Pol.-1. Med prekrižana polarizatorja nato postavi dvolomno celico iz tekočega kristala (glej sliko 4). Tekoči kristali so vmesna faza med tekočinami in trdnimi snovmi. Sestavljeni

so iz podolgovatih molekul, ki se zaradi medsebojnih sil orientacijsko poravnajo druga z drugo. Tipična vrednost za razliko lomnih količnikov $n_{\parallel} - n_{\perp}$ je okoli 0.17. Indeksa \parallel in \perp se pri tem nanašata na smer dolgih osi molekul. V orientacijsko urejenem vzorcu, ki ga uporabljamo pri vaji, je tekoči kristal zalepljen med dve stekleni ploščici pravokotne oblike. Ploščici sta razmaknjeni za $L = 50 \mu m$. Smer dolgih osi molekul in s tem tudi optična os vzorca sovpada s smerjo daljše stranice steklenih ploščic. Vzorec je montiran v vrtljivem nosilcu, tako da ga lahko vrtimo okoli optične osi.



Slika 4: Orientacija osi pri vzorcu tekočega kristala.

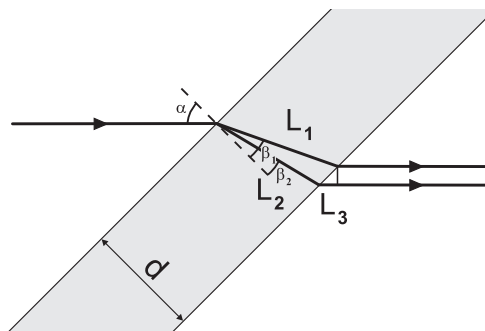
Na začetku naj bo ravnina vzorca pravokotna na vpadni žarek. Svetloba, ki izhaja iz vzorca je eliptično polarizirana. Lastne osi elipse oklepajo kot $\alpha = 45^\circ$ z lastnimi smermi vzorca. Ležijo torej, tako kot smer Pol.-1, pod kotom 45° glede na vertikalno. Eliptičnost polarizacije "otipamo" s tem, da merimo intenziteto prepuščene svetlobe v odvisnosti od zasuka analizatorja, kar je shematično prikazano na sliki 5. V smereh lastnih osi



Slika 5: Shematični prikaz elipse, ki jo oriše vektor polja $\vec{E}(t)$ v prostoru skozi eno periodo časa pri faznem zamiku $\Delta\varphi = 0.5$ (a), in relativne intenzitete I/I_0 kot funkcije kota zasuka drugega polarizatorja ϕ (b). Oštevilčene točke na obeh slikah označujejo skrajne lege elipse, ki jo z vrtenjem polarizatorja otipamo.

elipse ima prepuščena intenziteta maksimum oz. minimum. Razmerje med maksimalno in minimalno intenziteto je odvisno od fazne zakasnitve $\Delta\varphi = (k_{\parallel} - k_{\perp})L = 2\pi(n_{\parallel} - n_{\perp})L/\lambda$ delnih žarkov v vzorcu. Če se delna žarka zakasni za $\Delta\varphi = 90^\circ$, sta lastni osi elipse enako dolgi in je izhodna polarizacija cirkularna. Tak vzorec deluje kot $\lambda/4$ ploščica. Postopoma (v korakih po 5°) vrti analizator Pol.-2 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka. Določi smer lastnih osi polarizacijske elipse in eliptičnost prepuščene polarizacije. Eliptičnost dobiš iz razmerja $\sqrt{I_A/I_0}$ v smeri \vec{e}_x oziroma \vec{e}_y .

Med vpadni polarizator Pol.-1 in vzorec tekočega kristala postavi še ravnilo montirano na enakem nosilcu kot vzorec, tako da je čim bližje slednjemu. Analizator Pol.-2 pa zasučí v "prekrižano" lego glede na Pol.-1. Z vrtenjem vzorca okoli navpične osi izmeri odvisnost intenzitete prepuščene svetlobe I_A od vpadnega kota α laserskega žarka glede na vzorec (glej sliko 6). Meri tudi pri večjih kotih, ko odbiti žarek več ne doseže ravnila. Ustrezni zasuk vzorca določi s tem, da med vrtenjem vzorca na ravnilu opazuješ žarek, ki se odbije s površine vzorca (refleks). Meritev ponovi še pri vzporedni legi Pol.-1 in Pol.-2. Rezultate obeh meritev nariši na isto sliko.



Slika 6: Potek delnih žarkov v zasukanem vzorcu.

Z vrtenjem vzorca okoli optične osi \vec{e}_z se spreminja dolžina poti delnih žarkov v vzorcu L_1 in L_2 , lomna količnika pa ostaneta konstantna. Žarka se lomita pod različnima lomnima kotoma β_1 in β_2 , ki ju določata zvezi

$$\sin \beta_1 = \sin \alpha / n_{\perp}, \quad \sin \beta_2 = \sin \alpha / n_{\parallel}$$

Pri potovanju skozi vzorec se žarka zakasni za fazno razliko

$$\Delta\varphi = k_1 L_1 - k_2 L_2 - k_0 L_3 = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[\sqrt{n_{\perp}^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_{\parallel}^2 - \sin^2 \alpha} \right]$$

pri čemer k_1 in k_2 označujeta valovna vektorja svetlobe v vzorcu, k_0 valovni vektor v vakuumu, L_3 razliko optičnih poti žarkov izven vzorca, d pa debelino vzorca, ki je v našem primeru okoli $50 \mu\text{m}$. Na podlagi izpeljav v uvodu in enačbe (3)) lahko napovemo, da se pri prekrižanih polarizatorjih intenziteta prepuščene svetlobe v odvisnosti od $\Delta\varphi$ spreminja kot $I_A \propto (\sin(\Delta\varphi/2))^2$, pri vzporednih pa kot $I_A \propto (\cos(\Delta\varphi/2))^2$.

Literatura

- [1] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics* (3. izdaja, Academic Press, 2007)
- [2] H. Ofer, H. J. Jodl and G. Theysohn, Experiments on electro-optics effects with cheralical dielectric, *Eur. J. Phys* **6** (1985) 249-256.