Lastnosti transmisijske linije

Uvod

Visokofrekvenčne signale in energijo večkrat vodimo po kablih imenovanih *transmisijske linije*. V fiziki pogosto prenašamo signale v obliki kratkih napetostnih ali tokovnih impulzov od detektorjev do merilnih instrumentov ali osciloskopov. Pravilna priključitev izvora šibkega signala z merilnikom ni vedno enostavna naloga in običajno ne sme biti izvedena s parom navadnih žic. Za ta namen uporabljamo *koaksialne kable* sestavljene iz prevodne žice obdane z izolatorjem in cilidričnim prevodnim ščitom, kot je prikazano v dodatku. Slednji se uporabljajo skoraj izključno za prenos šibkih signalov (televizija, radio, meritve podatkov itd.), ker njihova sestava zmanjšuje moteče signale drugih elektromagnetnih valovanj, ki jih je v vsakem laboratoriju dosti; od 50 Hz motenj, ki jih sevajo predvsem transformatorji, do vseh radijskih in komunikacijskih signalov.

Koaksialne kable najpomembneje označuje njihova karakteristična impedanca. Robni pogoji, ki jih predpisujejo Maxwellove enačbe, morajo biti zadoščeni na vsaki meji med različnimi kabli ali na vhodih in izhodih aparatur. Koaksialne kable, po katerih vodimo signale, je zato potrebno pravilno zaključiti, če se hočemo izogniti odbojem valovanj in s tem nezaželenim interferencam, ki bi vodile do popačenja signala. Zaključevanje pomeni izenačevanje impedance vseh členov v verigi izvora, prenosa in detekcije signala. Enako pomembno je zaključevanje kablov tudi pri prenosu energije.

Valovne dolžine elektromagnetnega valovanja v kablih so običajno primerljive z dolžino kablov. To pomeni, da linija ni zelo kratka v primerijavi z valovno dolžino visokofrekvenčnega signala. Zato moramo upoštevati posebne lastnosti linije pri prenosu energije, ki se tičejo faznih zakasnitev valovanj. Krajevna odvisnost toka in napetosti vzdolž linije je dana z rešitvijo valovne enačbe. Linijo lahko smatramo za električno vezje, v katerem sta induktivnost in kapacitivnost enakomerno porazdeljeni po dolžini. Lastnosti linije (npr. koaksialnega kabla) opišemo z induktivnostjo na enoto dolžine L' in s kapacitivnostjo na enoto dolžine C'. Upornosti žic in prevodnost izolacije med vodnikoma zanemarimo. Tukaj bomo preprosto zapisali valovni enačbi za tok I in za napetost U. Za dodatna pojasnila pri izpeljavi glej [1]. Tako velja

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L'C'\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \tag{1}$$

in

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = L'C'\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \tag{2}$$

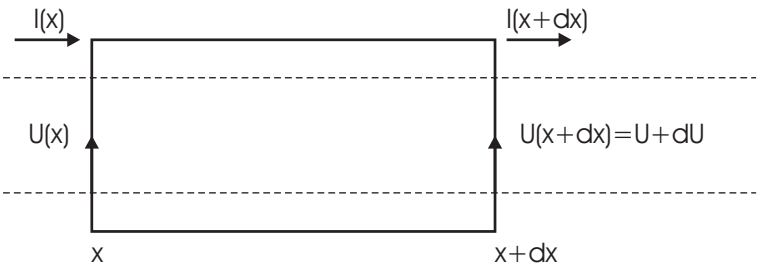
Za val z določeno frekvenco ω lahko zapišemo splošno rešitev na naslednji način

$$I(x,t) = (Ae^{\mathrm{i}kx} + Be^{-\mathrm{i}kx})e^{\mathrm{i}\omega t} \tag{3}$$

in

$$U(x,t) = (Ce^{\mathrm{i}kx} + De^{-\mathrm{i}kx})e^{\mathrm{i}\omega t}. \tag{4}$$

Koeficienta C in D sta odvisna od A in B: zvezo med njimi da enačba, ki jo sicer upoštevamo že pri izpeljavi valovne enačbe. Tukaj ponovimo razmislek, kaj se godi z napetostjo v kratkem koščku kabla, in si pri tem pomagamo s sliko 1.



Slika 1: Tokovi I in napetosti U v kratkem koščku kabla med x in $x + \mathrm{d}x$.

Napetost v sklenjenem krogu je enaka inducirani napetosti v tem krogu. To nam da enačbo

$$\frac{\partial U}{\partial x}\mathrm{d}x = -L'\mathrm{d}x\frac{\partial I}{\partial t} \ , \tag{5}$$

oziroma

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -L'\frac{\partial I}{\partial t} \tag{6}$$

iz katere dobimo izraz, ki povezuje napetost s tokom kot

$$\mathrm{i}k(Ce^{\mathrm{i}kx} - De^{-ikx})e^{-\mathrm{i}\omega t} = \mathrm{i}\omega L'(Ae^{\mathrm{i}kx} + Be^{-\mathrm{i}kx})e^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{7}$$

in v njem izenačimo člene z enako krajevno odvisnostjo, od katerih en par opisuje val, ki se širi v pozitivni smeri osi x, drugi pa v nasprotni smeri. Razmerje med napetostjo in tokom imenujemo karakteristična impedanca

$$Z_0 = \frac{C}{A} = \frac{\omega L'}{k} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \ , \tag{8}$$

koeficienta C in D pa se izražata z njo kot $C = AZ_0$ in $D = -BZ_0$. S tem smo prišli do važnega pojma karakteristične upornosti linije Z_0. Že vnaprej povejmo, da so tipične vrednosti od 50 do 500 Ω.

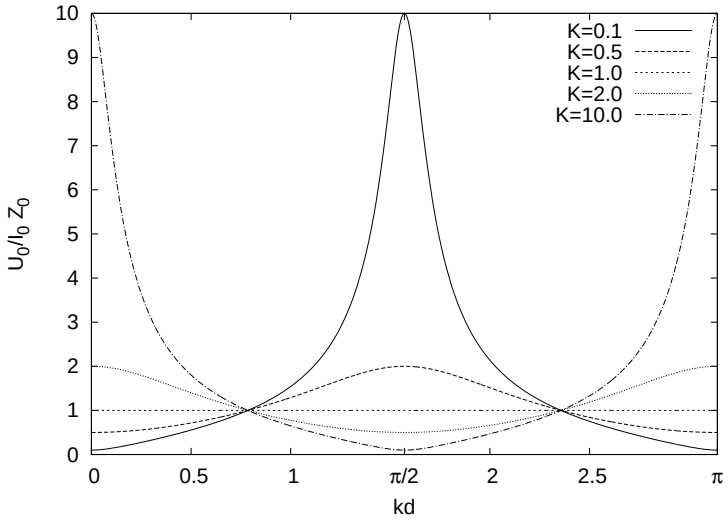
Poglejmo zdaj konkreten primer, ki ga bomo študirali pri vaji. Kabel bomo napajali z izmeničnim tokom s konstantno amplitudo I_0, ki ga torej poznamo na začetku kabla pri koordinati $x = 0$. Na koncu kabla pri $x = d$ bomo priključili znano upornost, ki nam bo - v skladu z Ohmovim zakonom - določila razmerje med tokom in napetostjo na tistem mestu. Izpustimo pisanje časovne odvisnosti in izrazimo amplitudi obeh nasprotnih valov, to je konstanti A in B, z navedenimi robnimi pogoji kot

$$I(0) = A + B = I_0 \tag{9}$$

in

$$I(d) = Ae^{\mathrm{i}kd} + Be^{-\mathrm{i}kd} = \frac{U(d)}{Z_\mathrm{T}} = \frac{AZ_0e^{\mathrm{i}kd} - BZ_0e^{-\mathrm{i}kd}}{Z_\mathrm{T}} \tag{10}$$

Sistem enačb (9) in (10) v splošnem nima enostavno preglednih rešitev. Situacija je najbolj enostavna, kadar je kabel zaključen z upornostjo, ki je enaka karakteristični upornosti kabla $Z_\mathrm{T} = Z_0$. Takrat dobimo $B = 0$, kar pomeni da nimamo valovanja, ki bi se širilo nazaj, torej ni odbojev in kabel se obnaša, kot bi bil neskončno dolg, ne glede na njegovo dolžino.



Slika 2: Impedanca kabla kot funkcija zakasnitve faze valovanja (spreminjamo frekvenco valovanja) v kablu z dolžino d pri različnih zaključkih kabla. Podano je razmerje med navidezno impedanco $\frac{U_0(0)}{I_0}$ in karakteristično impedanco Z_0. Število $K = \frac{Z_\mathrm{T}}{Z_0}$ označuje razmerje med karakteristično impedanco kabla in upornostjo zaključka.

Če kabel ni zaključen s karakteristično upornostjo so lastnosti odvisne od dolžine. Slika 2 prikazuje odvisnost amplitude napetosti na začetku kabla $U_0(0)$ od faze valovanja kd na koncu kabla za pet primerov različnih zaključkov kabla, ki so podani poleg krivulj kot razmerje $\frac{Z_0}{Z_\mathrm{T}}$.

Kot vidimo, je napetost res živahna funkcija faze ob neprimernih zaključkih kabla. Za opazovanje teh pojavov je najprimernejša dolžina kabla $\frac{1}{4}$ valovne dolžine, torej fazna zakasnitev $\frac{\pi}{2}$. Kabel te dolžine "transformira" upornost. Kratko sklenjen kabel ($Z_\mathrm{T} = 0$) predstavija zelo veliko upornost na drugem koncu. Nasprotno pa odprt kabel predstavlja na drugem koncu zelo majhno upornost. Napetost na začetku kabla je v tem primeru podana kot $U_0(0) = \frac{I_0 {Z_0}^2}{Z_\mathrm{T}}$. Za kabel dolg pol valovne dolžine je navidezna impedanca popolnoma enaka na koncu in na začetku kabla.

Pomemben zaključek dosedanje analize je prisotnost odbitega valovanja v vsakem kablu, ki ni pravilno zaključen. Prisotnost odbitega valovanja se da izraziti z refleksijskim koeficientom R . Če je kabel zaključen s karakteristično upornostjo $Z_\mathrm{T} = Z_0$, je refleksijski koeficient 0. V vseh drugih primerih dobimo od nič različen R. Kot primere navedimo skrajne situacije. Tako velja v primeru $Z_\mathrm{T} = \infty$ $R = 1$ in v primeru $Z_\mathrm{T} = 0$ $R = -1$. Če je breme čista induktivnost ali kapacitivnost je absolutna vrednost R tudi enaka 1.

Pri prenosu signala pride v kablu tudi do izgub. Te so do frekvence 1 MHz v glavnem posledica ohmskih izgub in so zato frekvenčno neodvisne. Pri večjih frekvencah pa pride do kožnega pojava (skin effect), s tem prevajanja v tanjšem delu vodnika in zato so izgube večje in naraščajo pri višjih frekvencah.

Potrebščine

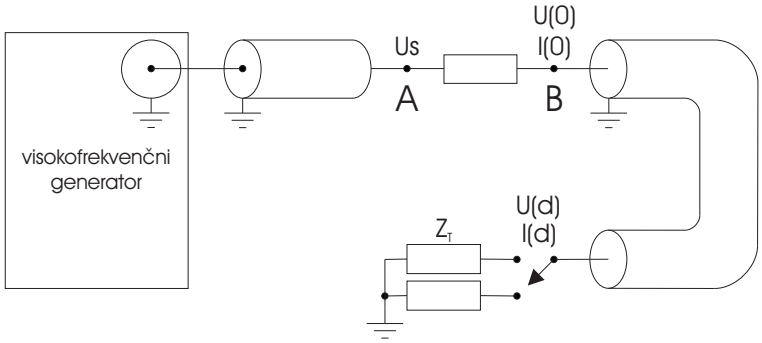
- Visokofrekvenčni signalni generator do 30 MHz z izhodno napetostjo 1 V, kabel 704 cm, priključen na generator preko večjega upora R_1
- preklopnik z raznimi upori za zaključevanje kabla
- osciloskop z visokofrekvenčno sondo

Naloga

1. Izmeri hitrost elektromagnetnega valovanja v kablu in določi dielektrično konstanto izolacije ϵ.
2. Izmeri in nariši diagram (vse meritve na en graf) amplitude napetosti na začetku kabla $U_0(0)$ kot funkcijo frekvence ω za vse zaključne impedance kabla, ki jih imaš na voljo. Meri natančno okoli $kd = \frac{\pi}{2}$, tako da dobiš graf primerljiv s sliko 3 v območju kd med 1 in 2. Pri frekvencah, za katere velja $kd \approx \pi$ in pri $kd \approx \frac{3\pi}{2}$, pa določi samo ekstreme in si zapiši ustrezne frekvence in amplitude.
3. Določi karakteristični upor kabla Z_0 iz meritve frekvenčne odvisnosti in izračunaj L' in C' iz znanih dimenzij kabla. Primerjaj jih z znanimi podatki za uporabljeni kabel.

Izvedba vaje

Visokofrekvenčni generator naj bi dajal stalno napetost U_s okrog 1 V. Z njim preko kratkega kabla in upora $R_1 = 1100\ \Omega$ napajaš kabel s konstantnim tokom I_0 (slika 3). Kabel je na drugem koncu priključen na preklopnik, s katerim lahko postopoma spreminjaš upornost zaključka kabla od kratkega stika pa do popolnoma odprtega kabla. Zaključek je torej ohmski, se pravi, da ga zapišemo kot realno upornost $Z_\mathrm{T} = R_T = 0, 5, 10, 15, 22, 33, 51, 100, 215, 560$ in $\infty\ \Omega$.



Slika 3: Shema meritve lastnosti koaksialnega kabla končne dolžine. Kabel napajamo z izmeničnim tokom s konstantno amplitudo. Na koncu kabla pri $x = d$ priključimo znano upornost. Z osciloskopsko sondo merimo frekvenčno odvisnost napetosti $U(0)$ na začetku kabla.

Osciloskop ti služi za opazovanje napetosti v različnih delih vezja. Napetost otipaš s posebno sondo (pravimo ji osciloskopska sonda), ki kar najmanj zmoti opazovano

vezje. Vsa dosedanja diskusija te je morala prepričati, da je uporaba primerne sonde neizbežna, če hočemo njen vpliv na razmere v kablu zanemariti. Vsaka žica ali kabel za odjemanje signala, ki bi imela primerljivo impedanco z impedanco vezja, bi namreč razmere v vezju krepko spremenila. Sonda je poseben element, ki ga običajno dobimo skupaj z osciloskopom. Pomembne lastnosti sonde so njena visoka impedanca in majhna kapacitivnost. To dosežejo s posebno tanko žičko z visoko upornostjo v sredi koaksialnega vodnika. **Zaradi občutljivosti sonde ravnaj z njo zelo previdno!** Pred uporabo sonde pri vaju se prepričaj, da pri merjenju škatlastega signala iz funkcijskega generatorja ali iz `PROBE COMP` izhoda na osciloskopu s sondo dobimo na ekranu osciloskopa kvaliteten škatlast profil.

Priključi tipalo sonde na mesto, kjer te zanima napetost, priključi pa tudi ozemljitvenega krokodila na del vezja, ki je ozemljen, to je običajno na plašč kabla. S tem da priključiš sondo na mesto A (slika 3), preveri kolikšna je napetost generatorja U_s v odvisnosti od frekvence v celotnem področju od 1 do 20 MHz, oziroma kolikšni so odmiki od konstantne amplitude. Potem priključi sondo na začetek kabla na mesto B (slika 3). Kabel na koncu kratko skleni, tako da nastaviš preklopnik na $Z_\mathrm{T} = 0$. Opazuj signal $U_0(0)$ na osciloskopu v odvisnosti od naraščajoče frekvence generatorja in poišči prvi izraziti maksimum. Takrat je kabel dolg natančno četrt valovne dolžine valovanja. Frekvenco odčitaj z visokofrekvenčnega generatorja in z osciloskopa in primerjaj rezultat. Iz znane dolžine koaksialnega kabla in frekvence določi hitrost EM valovanja v kablu c in določi dielektrično konstanto izolacije kot $\epsilon = (\frac{c_0}{c})^2$, kjer je c_0 svetlobna hitrost v vakuumu.

V okolici frekvence, za katero je kabel dolg četrtino valovne dolžine, izmeri frekvenčno odvisnost napetosti na začetku kabla za vse zaključke kablov, ki jih lahko izbereš z danim preklopnikom. Frekvenco odčitaš z osciloskopa. (Izbira "okolice"v kateri merimo je vedno pomembna, da si ne nakopljemo preveč dela in ne izpustimo važnih odvisnosti. Gostota točk je tudi pomembna iz istih razlogov kot prej. Točke naj se razlikujejo nekako za 10% vsaj ene izmed vrednosti, ki točko določajo. Premisli, zakaj je to smiselno.) Ponovi meritve pri dvojni frekvenci. Meri tudi pri trojni frekvenci. Zato, da bo meritev hitrejša poišči pri $kd \approx \pi$ in pri $kd \approx \frac{3\pi}{2}$, za vsak zaključek kabla samo ekstrem napetosti in ga zapiši. Zapiši si tudi frekvenco v ekstremu, ki se lahko rahlo spreminja zaradi neidealnih razmer (neidealni tokovni generator, izgube v kablu, kapacitivnost sonde).

Izračunaj L' in C' iz znanih dimenzij kabla. Doma preveri naslednje formule za induktivnost in kapacitivnost na enoto dolžine

$$C' = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln\frac{D}{d}}$$

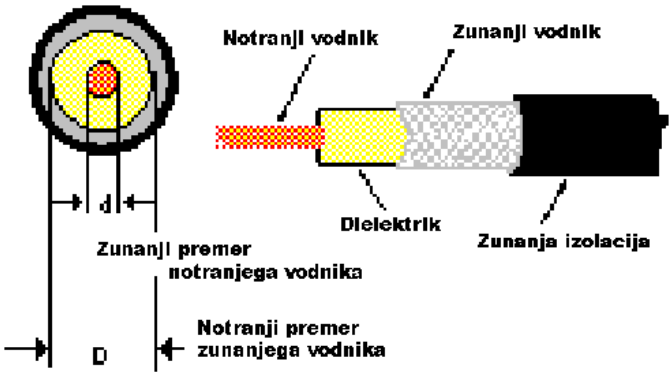
in

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D}{d}.$$

Literatura

[1] I. Kuščer in A. Kodre *Matematika v fiziki in tehniki* (DMFA, Ljubljana, 1994)

Dodatek:Podatki za kabel RG 58 C/U



Impedanca	$(50 \pm 2)\ \Omega$
Kapacitivnost	101 pF/m
Dušenje	23 dB / 100 m pri 100 MHz
Teža	3.80 kg / 100 m

Notranji vodnik	Dielektrik	Zunanji vodnik	Plašč
`CuSn`	`PE` (polietilen)	`CuSn`	`PVC` (polivinilklorid)
d = 0.9 mm	D = 2.95 mm	zun. premer = 3.6 mm	zun. premer = 5 mm