

# **Praktikum II**

M. Zgonik, M. Horvat

4. november 2013

# 1. Predgovor

Trenutna skripta navodil k nalogam iz Praktikuma 2 je nastala po predlogi navodil prejšnjih let, od 1985 do 2002, ki jih je spisal Ivan Zupančič. Zaradi novitet pri pouku fizikalnega praktikuma je bila prenova nujna. Navodila so bila aktualizirana in prevedena v skupen L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X format zapisa, ki omogoča lažje vnašanje sprememb oz. skrb za skladnost navodil s trenutnim stanjem nalog.

V začetnem projektu prenove navodil in posledično vaj pri fizikalnem praktikumu so pod vodstvom prof. M. Zgonika sodelovali naslednji asistentje J. Demšar, I. Drevenšek, A. Jeromen, M. Horvat in B. Markun. Obseg se z leti spreminja, saj živi s predmetom, ki mora slediti znanstvenim standardom in pedagogiki.

Prispevki in popravki so zbrani z vseh strani in težko je naštetih vse. Za končno kvaliteto skripte so najpomembnejši kritični studentje, kot so bili npr. B. Golob in M. Gregorič leta 2004. Ob tem bi izpostavil temeljiti pregled določenih navodil s strani M. Miklavec leta 2005. Slovnica in fizikalna pravilnost se je leta 2009 izboljšala s kritičnimi komentarji R. Žitka. Leta 2010 je A. Marin s svojim samoiniciativnim delom bistveno prispevala k slovnični čistoti besedila in odpravila marsikaterega nadležnega "tiskarskega škrata".

V Ljubljani, 17. september 2010,

dr. Martin Horvat.

# Kazalo

1. Predgovor	2
2. Uvod v Fizikalni Praktikum II	5
3. Feroelektričnost	8
4. Feromagnetizem	14
5. Absorpcija žarkov $\gamma$ in $\beta$	21
6. Meritve magnetnega polja z indukcijo	26
7. Piezoelektričnost	29
8. Radiometer	35
9. Spektrometer	42
10. Karakteristika Si fotodiode	49
11. Toplotna prevodnost	52
12. Torzijsko nihalo z visečo žico	56
13. Preslikave z uklonsko lečo	59
14. Upogib	64
15. Zemeljsko magnetno polje	69
16. Michelsonov interferometer	73
17. Lastnosti transmisijske linije	80
18. Akustični resonator	86
19. Določanje Boltzmannove konstante $k_B$	92
20. Elektrooptični pojav	96
21. Feroelektričnost - histerezna krivulja	104
22. Franck-Hertzov poskus	109
23. Karakteristika $I(U)$ elektronskih elementov	113
24. Določitev osnovnega naboja po Millikanu	115
25. Sevanje črnega telesa	117

---

<b>26. Sklopljena nihajna kroga</b>	<b>120</b>
<b>27. Uklon svetlobe</b>	<b>126</b>
<b>28. Uporaba ultrazvoka</b>	<b>135</b>
<b>29. Uporovni termometer</b>	<b>141</b>
<b>30. Vrtavka</b>	<b>142</b>
<b>A. Characteristics of the earth's magnetic field</b>	<b>147</b>
<b>B. Pogosto uporabljene fizikalne konstante in enote</b>	<b>154</b>
<b>C. Pogosto uporabljene snovne konstante</b>	<b>155</b>

## 2. Uvod v Fizikalni Praktikum II

### Namen

Fizikalni praktikum II je namenjen eksperimentalnemu pouku fizike za vse smeri na Oddelku za fiziko. Z opravljanjem praktičnih poenostavljenih poskusov, ki pa že vsebujejo elemente moderne merilne tehnike, se študenti spoznavaajo z večino polj fizike. Naučijo se uporabe eksperimentalne opreme in modernih načinov obdelave podatkov. Fizikalni praktikum II zajema približno 24 vaj na 12 merilnih mestih, ki jih spreminjamo vsak semester.

Študentje se bi naj pri fizikalnem praktikumu naučili naslednjih sposobnosti in obvladovanja postopkov:

- opazovanja in meritev pojavov
- vodenja laboratorijskega dnevnika
- kritične ocene meritev, njihove organizacije in predstavitve
- določanja natančnosti meritev
- ocenjevanja pomena dobljenih rezultatov

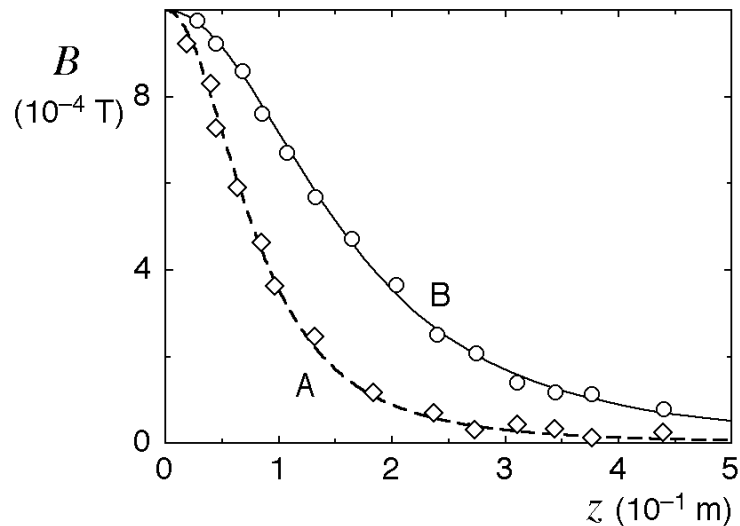
Izkušnje lastnega preverjanja nekaterih fizikalnih zakonov ne more nadomestiti noben učbenik. Prav tako so situacije v učbenikih večinoma idealizirane, v praktikumu pa se naučimo obvladati resnične primere, ocenjevati približke in uporabljati merilne instrumente z njihovo omejeno natančnostjo. Pogosto se tudi zgodi, da študent pri praktikumu opazuje pojav, ki ga pri ustreznem teoretičnem predmetu še ni srečal. Tudi to je lahko stimulacija za nadaljnji študij, saj iz preteklosti vemo, da včasih prednjači teorija, drugič pa je spet nepojasnen eksperiment tisti, ki vzpodbuja nove teoretične razlage.

### Priporočila in zahteve

Zato, da bi vaje potekale kar se da uspešno in da bi se študentje kar največ naučili, smo zanje pripravili naslednja priporočila, ki se jih je potrebno držati.

- Preberi navodila in morebitno dodatno literaturo preden prideš v laboratorij. Če navodila to zahtevajo, opravi priprave, ki so največkrat povezane z računskimi izpeljavami. Če česa ne razumeš, pripravi vprašanja za vodjo tvoje skupine.
- V praktikumu zapisuješ vsa opažanja in meritve v laboratorijski dnevnik. To je trdno zvezan zvezek. Vsi zapisi morajo biti trajni (zapisani s črnilom ali kemičnim svinčnikom) in datirani.
- V laboratoriju najprej napiši kratek opis vaje in skico merilne aparature. Ta naj se ujema z dejanskim stanjem in naj ne bo le prerinana iz navodil. Izvedba vaje se zaradi tehničnih razlogov včasih spremeni, to pa mora biti vidno iz zapisa v dnevniku. Zapis mora v principu omogočiti tvojemu kolegu, ki vaje še ni opravil, da razume smisel vaje in jo ponovi.

- Opažanja in meritve je treba sproti zapisovati. Ne zanašaj se na to, da boš vse zapisal na koncu, kajti hitro lahko kaj pozabiš. Napačne stavke ali meritve v dnevniku le „nežno“ prečrtaš in popraviš v novi vrstici ali na drugem mestu z ustrezno opombo. Na vsak način pa mora biti vidno, kaj si najprej napisal, zato strogo odsvetujemo vsako radiranje ali prekrivanje napak. Pri analizi meritev si namreč pogosto lahko pomagamo tudi s temi „napačnimi“ opažanji! To je dragocen nasvet, ki si ga velja zapomniti za kasnejše delo.
- Skrbno pripravi vsako tabelo, v katero boš vpisoval rezultate meritev. Pravilno organizirana tabela omogoča manj pisanja in je bolj pregledna. Oцени vnaprej tudi primerno število merskih točk. Močno odsvetujemo ekvidistantne točke, pač pa razmisli, kaj je zanimivo – npr. maksimumi in minimumi, prehodi preko ničel – in tam meri bolj na gosto. V bližini asimptot pa naj se merske točke v tisti dimenziji, ki divergira, razredčijo. Dodatni napotki za izbiro gostote merskih točk so navedeni v posameznih vajah, v odvisnosti od zahtevane natančnosti. Tukaj predlagamo osnovno merilo za izbiro: zaporedne točke naj se razlikujejo nekako za 10 % vsaj ene izmed vrednosti, ki točko določajo.
- Sproti preverjaj, če so merski rezultati smiselni. Posebno pri meritvah raznih odvisnosti je priporočljivo sproti vnašati merske točke v približen graf in tako ugotavljati, če so meritve v redu in če so merske točke preveč ali premalo goste.
- Za risanje grafov je tudi potreben skrben premislek. Graf je najbolj berljiv, če je povprečna strmina krivulj na njem enaka  $45^\circ$ . Zato moraš ustrezno izbrati osi grafov. Tako odvisnosti, ki jih predstavljaš, niso preveč strme niti preveč položne. Grafe za krivulje, pri katerih spreminjaš en sam parameter, je najbolje združiti v en sam graf z različno barvo (obliko) točk oziroma krivulj. Mnogo bolje je narisati en večji graf, na katerem je predstavljenih več meritev, kot pa več manjših s posameznimi meritvami. Različne meritve je tako enostavno primerjati med seboj.
- Merske točke predstavljamo v grafih kot točke. Praviloma naj velikost točke predstavlja njeno mersko natančnost. Strogo odsvetujemo povezovanje točk s krivuljami, ki imajo le estetski pomen. Krivulje na grafih so po pravilih le izračunane krivulje, za katerimi stoji formula – se pravi matematični model. Parametri v teh formulah so lahko znani iz neodvisnih meritev, lahko pa so rezultat prilagajanja modela meritvam (fit). Seveda sodi k takim krivuljam tudi premica skozi merske točke, ki jo grafično lahko enostavno določimo s prozornim ravnilom.
- Kritično opazuj tudi izvedbo vaje, kakršna je predlagana. Nikjer ni rečeno, da so obstoječa navodila optimalna. Svoje pripombe ali vprašanja brez oklevanja naslovi na vodjo tvoje skupine. Ta bo včasih tudi razpravljal s posameznimi študenti ali z manjšimi skupinami, z namenom da bi jim pomagal pri razumevanju poskusov.
- Pazi seveda tudi na svojo varnost in na varnost ostalih v praktikumu. V praktikumu nimamo opravka z nevarnejšimi viri ionizirajočega sevanja, vendar strogo upoštevaj navodila pri posameznih vajah. Tudi pri uporabi laserjev je potrebna previdnost in pazi, da nikoli ne pogledaš direktno v laserski žarek ali ga usmeriš proti drugi



Slika 2.1.: Primer grafa z dobro označenima osema. Merske točke so primerno velike in se razlikujejo za posamezno družino meritev, označeno z velikimi črkami A in B. Krivulji sta izračunani po ustreznem modelu s parametri, ki jih moramo obvezno navesti.

osebi. Opozori vodjo na vse pomanjkljivosti vaj, npr. slabo električno izolacijo. V praktikum ne prinašaj hrane.

Praktikum je lahko lepo doživetje in zabava ob spoznavanju novih fizikalnih pojavov. Tvoja motivacija, ki jo pokažeš s tem, da prideš pripravljen v laboratorij, je pomembna ne le zate, ampak tudi za vodjo skupine.

## Pogoji

Praktikum II opravijo študenti drugega letnika vseh smeri v zimskem in letnem semestru študijskega leta. Celotno število vaj za uspešno opravljen predmet je 20 (važno je skupno število opravljenih vaj v obeh semestrih skupaj). Meritve v laboratoriju morajo biti ustrezno dokumentirane v laboratorijskem dnevniku, ki naj bo trdno vezan zvezek. Uspešnost meritev v okviru posamezne vaje potrди vodja vaj z datumom in podpisom v laboratorijski dnevnik. Meritve obdelajo študenti doma v skladu z navodili praviloma do naslednjih vaj v laboratoriju. Dokončane vaje študentje predstavijo vodjem skupin praktikumoma II, ki oceni celotno izvedbo vaje: pripravljenost na vajo, organizacijo meritev, izvedbo meritev, obvladovanje eksperimentalne opreme in predstavitev rezultatov.

Študent ima lahko največ štiri nedokončane vaje! Študentom, ki tega pogoja ne izpolnjujejo, vodja vaj ne more dovoliti opravljanja novih meritev v laboratoriju. Do konca zimskega semestra mora imeti vsak študent najmanj 8 opravljenih vaj. Na podlagi opravljenih vaj v zimskem semestru vodje vaj pripravijo predloge ocen, ki so dodatna orientacija za študente, ki si želijo določene ocene.

### 3. Feroelektričnost

#### Uvod

V večini neprevodnih (dielektričnih) materialov je električna polarizacija  $P$ , ki jo induciramo s pomočjo zunanjšega električnega polja, majhna. Vektorji dielektričnega premika - gostote električnega polja  $D$ , jakosti električnega polja  $E$  in električne polarizacije so vsi v zvezi

$$D = \varepsilon_0 E + P,$$

Influenčna konstanta je  $\varepsilon_0 = 8,8610^{-12}$  As/Vm. V izotropnih dielektrikih so  $P$ ,  $D$  in  $E$  vzporedni in velja

$$P = \chi \varepsilon_0 E \quad \text{in} \quad D = \varepsilon \varepsilon_0 E.$$

Definirali smo susceptibilnost  $\chi = \varepsilon - 1$  in  $\varepsilon$  imenujemo dielektrična konstanta, čeprav se lahko močno spreminja, kot bomo videli v nadaljevanju.

Snovi, pri katerih že relativno majhna električna polja povzročijo nelinearno in neenolično odvisnost polarizacije od polja – t.i. histerežno zanko (glej sliko 3.1) – imenujemo feroelektrike (analogno feromagnetom). V določenem temperaturnem področju se pri teh snoveh pojavi spontana polarizacija  $P_s$ . Pri gretju feroelektrika se običajno  $P_s$  manjša in dielektrična konstanta narašča. Nad določeno temperaturo, ki jo po analogiji s feromagnetnimi snovmi imenujemo *Curie-jeva temperatura*, spontana polarizacija izgine, dielektrična konstanta doseže maksimum in začne upadati.

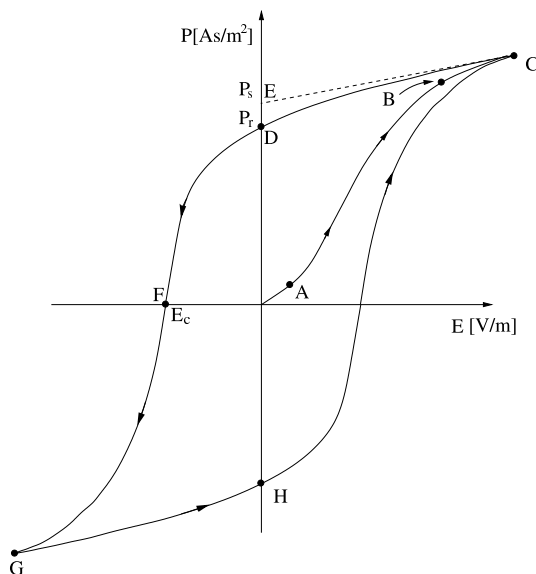
Poznamo piezoeletrične snovi, kjer polarizacijo spremenimo z mehnično napetostjo, piroelektrike, kjer polarizacijo spremenimo s temperaturno spremembo in feroelektrike, kjer je polarizacijo spremenimo s električnih polje. Feroelektriki so podrazred piroelektrikov in ti podrazred piezoelektrikov. Feroelektričnost lahko opazimo pri snoveh, ki kristalizirajo v sistemih brez centra simetrije in imajo električni dipolni moment [2]. V faznem diagramu lahko glede na temperaturo prepoznamo feroelektrični in paraelektrično fazno. V feroelektrični fazi se električni dipoli spontano uredijo in se pojavi spontana polarizacija  $P_s$ . Ta ureditev dipolov se navadno razteza preko majhnega dela snovi. Največje domene najdemo v zelo čistih kristalnih feroelektrikih. Območja enake polarizacije se imenujejo domene (spet po analogiji s feromagnetizmom). Snov tako tipično sestoji iz večjega števila domen in, če je snov v ravnovesju z okolico je celotna polarizacija nič, saj je tako elektrostatska energija najmanjša.

Polarizacija  $P$  – odziv feroelektričnega vzorca snovi v električnem polju  $E$  – je neenolična in predstavljena s histerežno zanko, ki je prikazana na sliki 3.1. Histerezna krivulja je odvisna od temperature in od lastnosti domen in domenskih sten. Začnimo obravnavo s homogeno polariziranim vzorcem v polju, ki je vzporedno polarizaciji (sl. 1, točka C). Proces obračanja polarizacije v električnem polju je kombinacija nastajanja novih domen in kasnejše rasti teh domen v različne smeri. Tako pri manjšanju polja do točke D v vzorcu nastajajo majhne domene z nasprotno smerjo polarizacije  $-P$ . Med večanjem polja v nasprotno smer do točke F se skupni volumen domen z nasprotno polarizacijo  $-P$  izenači z volumenom preostalih domen s prvotno polarizacijo  $+P$ . Nadaljnje večanje polja v negativni smeri stiska preostale domene  $+P$ , ki izginejo v točki G.

Na sliki 3.1 je shematično prikazana še odvisnost  $P(E)$ , če začnemo meritev v nepolariziranem kristalu (točke 0 - A - B - C). Omenimo tudi nekaj karakterističnih točk. Polarizacijo, ki ostane pri polju nič, imenujemo *remanentna polarizacija*  $P_r$ , na sliki točka



D. Presečišče tangente na histerezno krivuljo v točki C z osjo  $P$  nam definira spontano polarizacijo  $P_s$ , na sliki točka E. Vrednost polja, v kateri vrednost polarizacije doseže nič, imenujemo koercitivno polje  $E_c$ , na sliki označeno s točko F. Spontana polarizacija



Slika 3.1.: Histerezna zanka za feroelektrične snovi v ravnini jakosti električnega polja  $E$  in polarizacije  $P$  z oznakami smeri spreminjanja polja  $E$ .

$P_s$ , koercitivno polje  $E_c$  in sploh oblika zanke so, kot že rečeno, odvisni od temperature, poleg tega pa tudi od hitrosti (frekvence), s katero merimo histerezno krivuljo. Vzorec pripravimo v obliki tanke ploščice, nanj nanesemo elektrode in merimo kapaciteto  $C$  ploščatega kondenzatorja. Površina elektrod kondenzatorja naj bo  $S$  in razmik med elektrodama  $d$ . Ker je vsak feroelektrik anizotropen, moramo pripraviti kristal z izbrano orientacijo, ki je taka, da sta veliki ploskvi ploščice pravokotni na polarno os. Naboj  $q$  na ploščah tega kondenzatorja je v vsakem trenutku enak

$$q = SD,$$

kjer je  $D$  enak

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E + \bar{P}_0.$$

S  $\bar{P}_0$  smo označili povprečno vrednost polarizacije v vzorcu kot posledico polariziranih domen, to je

$$\bar{P}_0 = P_s \frac{(V_+ - V_-)}{(V_+ + V_-)}.$$

Tukaj sta  $V_+$  in  $V_-$  volumna domen s smerjo spontane polarizacije  $+P_s$  in  $-P_s$  in vsota obeh volumnov predstavlja konstanten volumen cele snovi  $V = V_+ + V_-$ . Tok  $I$  skozi ta kondenzator je enak

$$I = \frac{dq}{dt} = S \left( \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{d\bar{P}_0}{dt} \right) = S \left( \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{P_s}{V} \frac{d(V_+ - V_-)}{dt} \right).$$

Le v primeru, da je napetost  $U = Ed$ , s katero merimo kapaciteto kondenzatorja dovolj majhna, da ne spreminja volumna domen, k toku skozi kondenzator prispeva le prvi člen

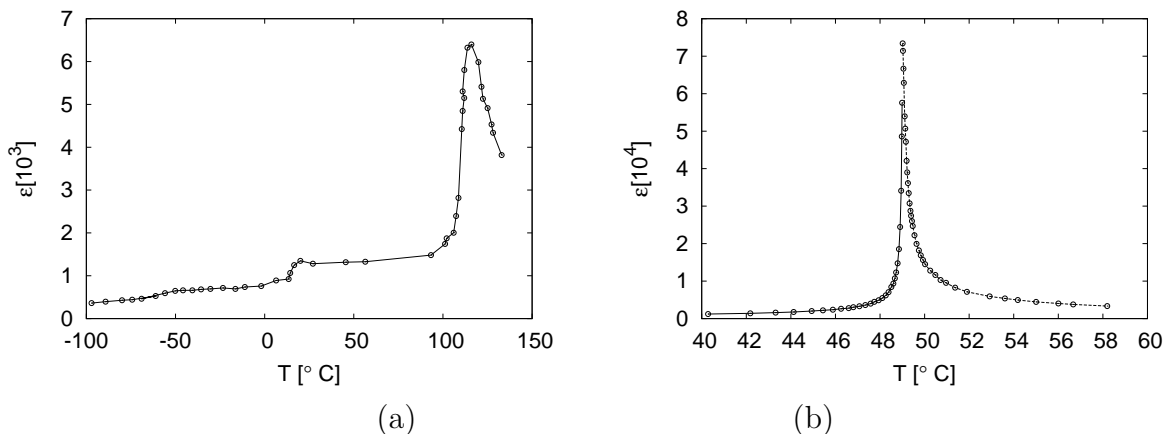
v zgornji enačbi. Takrat lahko iz meritve določimo dielektrično konstanto

$$\varepsilon = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S} \quad (3.1)$$

in jo merimo na običajen način kot pri drugih dielektrikih. Ta dielektrična konstanta  $\varepsilon$  zavisi od temperature  $T$  in ima izrazito anomalijo pri Curiejevi temperaturi  $T_c$ , ki je kritična temperatura v faznem diagramu feroelektrika [1]. Faznim prehodom določimo red na podlagi Landauove fenomenološke teorije [3], ki pove do katerega odvoda po termodinamskih količinah je prosta energija snovi še zvezna. Pri faznih prehodih 1. reda je prosta energija nezvezna že v prvem odvodu, kar se opazi v skoku entalpije, entropije in volumna. Posledično imamo nenično latentno toploto. Temperaturna odvisnost dielektrične konstante je nnezvezna krivulja, ki doseže svoj vrh pri  $T = T_c$ , podobno kot prikazano na sliki 3.2.a. V primeru faznega prehoda 2. reda je prosta energija nezvezna v drugem odvodu po termodinamskih količinah, kot jo vidimo na sliki 3.2.b. Temperaturna odvisnost dielektrična konstanta pa je z Curie-Weissovimi zakonom

$$\varepsilon = \varepsilon' + \frac{C}{|T - T_c|}, \quad (3.2)$$

kjer je  $\varepsilon'$  temperaturno neodvisen člen in običajno zanemarljiv in je Curiejeva konstanta  $C$  različna v feroelektrični in paraelektrični fazi. Pri vaji eksperimentiramo s feroelek-



Slika 3.2.: Dielektrična konstanta kot funkcija temperature v  $\text{BaTiO}_3$  (a) [4] in v TGS kristalu s kemično sestavo  $(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_3 \cdot \text{H}_2\text{SO}_4$  (b) [5]. Kristal TGS ima prehod iz feroelektrične v paraelektrično fazo približno pri 49 °C, medtem ko  $\text{BaTiO}_3$  pa pri približno pri 120 °C.

trično keramiko barijevega titanata  $\text{BaTiO}_3$ , ki se uporablja kot dielektrični material za gradnjo keramičnih kondenzatorjev, in kot piezoelektrik v mikrofoni in podobnih napravah. Je netop v vodi in njegov prehod iz feroelektrične v paraelektrično fazo je prve reda pri približno 120°C. Barijev titanat je tudi šibko prevoden in prevodnost se močno poveča ob prehodu iz fero v para fazo.

## Naloga

- Izmeri temperaturno odvisnost dielektrične konstante  $\varepsilon$  feroelektrične keramike  $\text{BaTiO}_3$  pri segrevanju in ohlajanju preko temperature feroelektričnega faznega prehoda.

- Nariši diagram  $\varepsilon$  in specifične prevodnosti  $\sigma$  kot funkcijo temperature in označi faze feroelektrika.

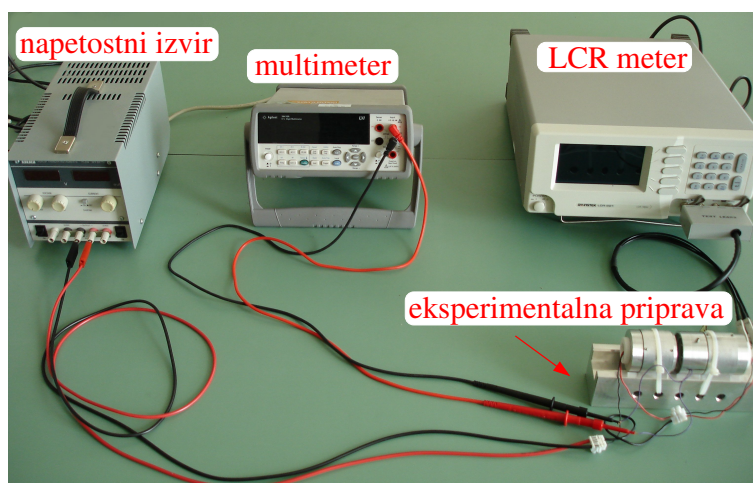
## Potrebščine

- eksperimentalna priprava je sestavljena iz dveh avtomobilskih žarnic in osrednjega dela, v katerem je v stekleni celici kondenzator s tableto keramike  $\text{BaTiO}_3$ <sup>1</sup> premera  $2r = 5,11 \text{ mm}$  in debeline  $d = 1,27 \text{ mm}$  in PT100 sonda,
- Gwinstek L/C/R meter 800,
- Agilent 34410A multimeter,
- izvor napetosti za napajanje žarnic.

Opomba:

## Navodilo

Postavitev eksperimenta je prikazana na sliki 3.3: na levi napajalec za kontrolo napetosti na grelnih žarnicah, na sredini multimeter za odčitavanje temperature s pomočjo PT100 sonde in na desni LCR meter pa za merjenje kapacitivnosti in upornosti keramike v kondenzatorju. PT100 sonda je naziv za platinast uporovni termometer (angl. Resistance



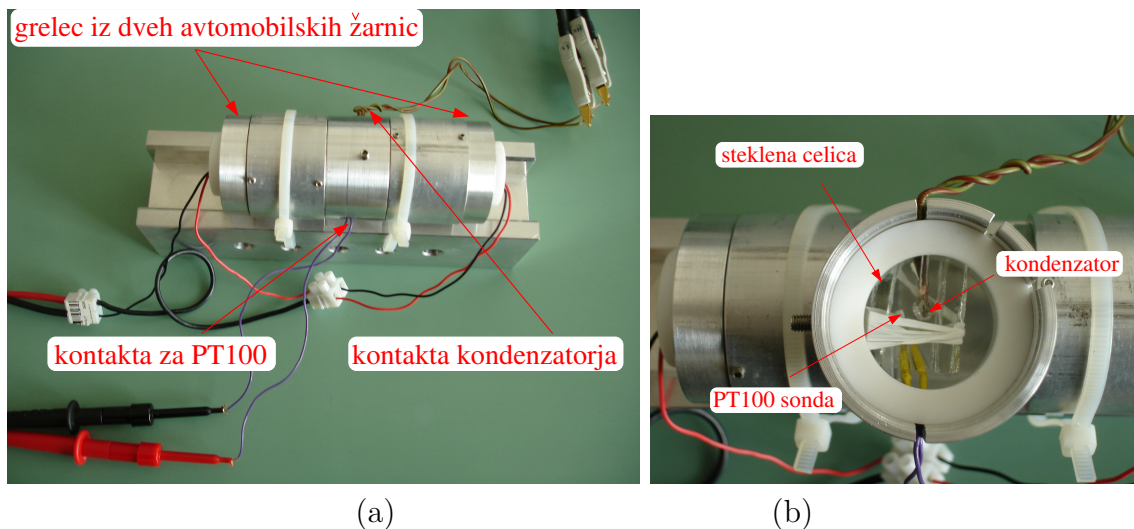
Slika 3.3.: Postavitev eksperimenta.

Temperature Detector RTD), katerega temperaturna odvisnost upornosti je na intervalu  $[0, 190^\circ\text{C}]$  opisana s formulo

$$R = 100\Omega \left[ 1 + 0.00385^\circ\text{K}^{-1}(T - 0^\circ\text{C}) \right] \quad (3.3)$$

<sup>1</sup>Tableto je izdelal Igor Zajc iz K-8 na IJS s sintranjem keramičnega praška  $\text{BaTiO}_3$  s komercialnim imenom Transelco 219-6 pri  $1400^\circ\text{C}$  preko 12h.

do 1% natančno. Tako preko merjenja uporabnosti izvedemo temperaturo v legi PT100 sonde. Eksperimentalna priprava, povečano prikazana na sliki 3.4.a, je izdelana iz aluminijaste cevi. Na koncih sta fiksirani avtomobilski žarnici, ki nam služita kot grelec osrednjega dela. V osrednjem delu, prikazan na sliki 3.4.b, pa je steklena celica s keramiko napolnjenim kondenzatorjem. Kontakte iz kondenzatorja vodimo na LCR meter, ki je nastavljen na merjenje kapacitivnosti  $C$  in upornosti  $R$ . Kapacitivnost in uporabnost keramike v kondenzatorju merimo pri frekvenci 1 kHz in z relativno majhno amplitudo napetosti  $U = 1\text{ V}$  s čemer si zagotovimo delo v linearnem odzivu feroelektrika. V stekleni celici, ob kondenzatorju, pa je še fiksirana PT100 sonda, katere kontakte vodimo multimeter v načinu kot, da bi merili upornost. S pritiskom na **Shift** in **Temp** multimeter nastavimo namerjenje temperature, ki poteka preko uporabe (3.3). Če meritve niso miselne ali izpiše +OVLĐ °C, potem je potrebno merilec temperature nastaviti. To storimo s pritiskom na **Config** in odgovarjamo na vprašanja preko gumbov  $\leftarrow$ ,  $\rightarrow$  in **Enter**: nastavimo **Probe Type** na **RTD - 2W** - dvožilni uporovni termometer in na ostala vprašanja odgovorimo le s potrditvijo **Enter**. Fazni prehod za izbrano keramiko je pričakovan okoli



Slika 3.4.: Priprava za opazovanje kapacitivnosti in temperature vzorca z gretjem (a) in le njen osrednji del (b).

120 °C. Izmerite kapacitivnost in upor tabletke keramike v temperaturnem intervalu med 60 do 140 °C pri segrevanju in ohlajanju. **Ko prižgete napetostni izvir preveri, da je napetost postavljena na 0.** Stekleno celico s kondenzatorjem in PT100 sondo segrevamo tako, da postopoma večamo napetost na napetostnem izviru. **NE PRESEŽITE 20 V!** Segrevamo počasi in si zapisujemo meritve: kapacitivnost  $C$  in uporabnost  $R$ . Vzorec je razmeroma majhen, zato je čas termalizacije kratek (reda 1s), vendar je zaradi samega beleženja meritev in ustreznega delovanja druge opreme smiselno držati hitrost segrevanja dokaj nizko, recimo 2 °C na 10 s. Temperatura se ustali ko je dovajan tok energije enaka odvedenemu. Zato je težko predvideti pri kakšni napetosti bo neka temperatura stacionarna, saj le-ta zavisi od razmer v okolju. Ko dosežemo maksimalno temperaturo začnemo ohlajati in ponovis meritev. Proces segrevanja in ohlajanja skupaj naj ne traja več kot 1h.

Iz izmerjenih kapacitet  $C$  in upornosti  $R$  določite dielektrično konstanto  $\epsilon$  in specifično prevodnost  $\sigma = d/(RS)$  in narišite diagram njune odvisnosti od temperature  $T$  [°C].

**Literatura**

- [1] F. Schwabl *Statistical Mechanics, 1st edition* (Springer Verlag, 2002)
- [2] C. Kittel *Introduction to Solid State Physics, 7th edition* (John Wiley & Sons, Inc, 1996)
- [3] R. Blinc in B. Žekš *Soft modes in Ferroelectrics and antiferroelectrics* (North-Holland, 1974)
- [4] A. von Hippel, *Ferroelectricity, Domain Structure, and Phase Transitions of Barium Titanate*, Rev. Mod. Phys. 22 (1950) 221-237.
- [5] A. Levstik, M. Burgar, R. Blinc, *Critical properties of TGS and RS as determined by DC electric field method*, J. Phys. Colloques 33 (1972) C2-235-C2-236.

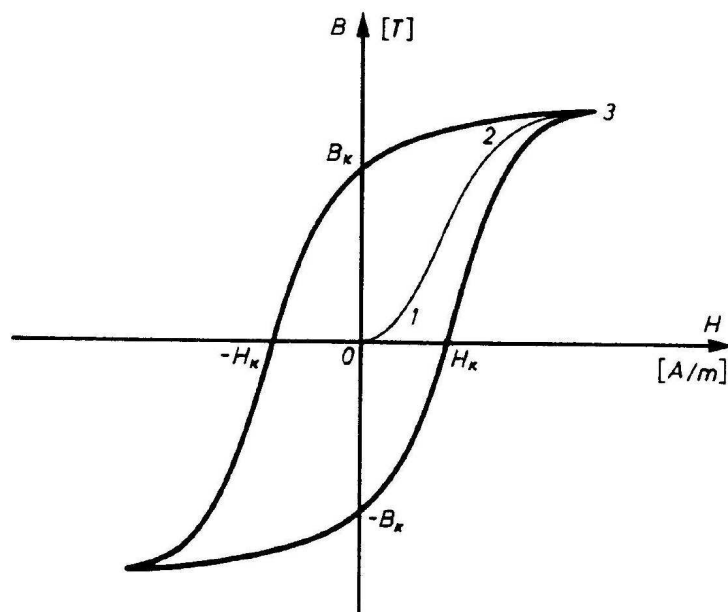
## 4. Feromagnetizem

### Uvod

Železo, nikelj, kobalt in nekatere spojine in zlitine, med katerimi so pomembni materiali AlNiCo, SaCo in NdB oksidi, so feromagnetne. Magnetna permeabilnost  $\mu$  teh snovi je mnogo večja od 1, vendar ni konstantna in se spreminja z jakostjo magnetnega polja  $H$ . Zveza med gostoto magnetnega polja v snovi  $B$  in med jakostjo polja  $H$  je v splošnem nelinearna, zato magnetno permeabilnost  $\mu$  definiramo kot diferencialni kvocient

$$\mu(H) = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH},$$

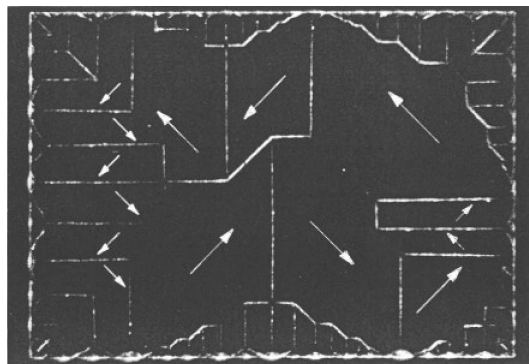
kjer je  $\mu_0$  induksijska konstanta. Pomembne podatke, ki jih hočemo poznati za feromagnetne snovi, lahko preberemo iz magnetilne in histerezne krivulje, t.j. odvisnosti  $B(H)$ , ki je prikazana na sliki 4.1. Magnetilna krivulja opiše potek  $B(H)$ , če izhajamo iz popolnoma razmagnetnega stanja, nasičena histerezna zanka pa predstavlja odvisnost  $B(H)$  pri ponavljajočem se magnetenju izmenoma v eno in drugo smer, pri čemer mora biti jakost polja dovolj velika, da dosežemo največjo možno namagnetenje snovi.



Slika 4.1.: Feromagnetna magnetilna krivulja (1-2-3) in nasičena histerezna krivulja. Narisana je odvisnost  $B(H)$ , označene pa so vrednosti jakosti koercitivnega polja  $H_C$  in remanentne gostote magnetnega polja v snovi  $B_R$ .

Feromagnetna snov je magnetizirana tudi tedaj, ko ni v zunanem magnetnem polju. Magnetizacija je posledica urejenih magnetnih momentov ionov v kristalu feromagnetne snovi. Med temi magnetnimi momenti deluje tako imenovana "izmenjalna interakcija", ki je kvantne narave. Le redko so vsi magnetni momenti v makroskopskem kosu feromagnetnega materiala vzporedni, ker se takrat zunaj snovi pojavi magnetno polje, kar zahteva določeno energijo. V snovi zato nastanejo področja - domene, ki imajo različne smeri magnetizacije. To je tudi lepo prikazano na sliki 4.2. Energija magnetnega polja je najmanjša, če imajo domene tako obliko, da se magnetni pretok sklene znotraj snovi. V

feromagnetu, ki še ni bil namagneten, je tako magnetni pretok sklenjen znotraj feromagneta. Ko damo tak material v magnetno polje, se tiste domene, katerih magnetizacija kaže približno v smeri zunanega polja, povečajo na račun ostalih. Pri dovolj velikih jakostih magnetnega polja se magnetizacija v vseh domenah uredi v smeri zunanega polja. Zmanjša se tudi število domen, ker se posamezne domene združujejo in domenske stene med njimi izginjajo, ta proces pa je odvisen predvsem od vrste materiala.



Slika 4.2.: Posnetek feromagnetnih domen na ploščici kristala niklja Ni. S puščicami so narisane usmeritve magnetizacije v domenah. (vir [1])

Ko manjšamo jakost magnetnega polja, je v splošnem odvisnost  $B(H)$  drugačna kot pri povečevanju. Temu pojavu pravimo histereza. Pri  $H = 0$  gostota polja  $B$  ne pade na nič, ker lahko domene še vedno ostanejo delno urejene. Vrednosti  $B_R$  pri  $H = 0$  rečemo remanentna gostota magnetnega polja. Gostoto  $B$  spravimo na nič šele, če delujemo na snov z magnetnim poljem v obratni smeri. Jakost polja, ki je za to potrebna, se imenuje koercitivna jakost magnetnega polja  $H_C$  in jo odčitamo iz histerezne krivulje. Vendar je potrebno opozoriti, da na ta način (z uporabo polja v obratni smeri) ne moremo dobro razmagnetiti snovi. Če bi v točki  $B = 0$ ,  $H = -H_C$  izklopili zunanje polje, bi se gostota  $B$  vrnila na vrednost različno od 0. Za razmagnetenje navadno uporabimo pojemajoče izmenično magnetno polje. Celotno histerezno krivuljo izmerimo tako, da posnamemo eno krožno spremembo  $B(H)$ , pri čemer moramo tako v pozitivni, kakor tudi v negativni smeri doseči jakosti magnetnega polja precej večje od  $H_C$ . Feromagnetne snovi imajo zelo različna parametra  $B_R$  in  $H_C$ , ki karakterizirata histerezno zanko. Snovi s široko histerezno zanko (velike vrednosti  $B_R$  in  $H_C$ ) uporabljamo za trajne magnete, snovi z ozko in strmo zanko (majhna  $B_R$  in  $H_C$ ) pa za jedra transformatorjev.

**Sklenjeni magnetni krog** Magnetni krogi so navadno sestavljeni iz različnih feromagnetnih materialov, npr. permanentnih magnetov z enostavno geometrijo, mehkih magnetnih materialov, ki vodijo magnetne silnice in tankih zračnih rež. Primerov uporabe takih krogov je mnogo, omenimo naj le električne generatorje, motorje in zvočnike. Idealni sklenjeni krog je toroid. Zapletenejši, a še vedno dovolj enostaven je magnetni krog iz ene vrste feromagnetnega materiala, ki ima tanko režo. Poglejmo si opis magnetnega pretoka po takem krogu iz feromagneta s konstantnim presekom in z majhno režo z enakim presekom  $S$ .

Na feromagnetno jedro naj bo navita tuljava z  $n$  ovoji, po kateri teče tok  $I$ . Za magnetno napetost  $U_m = \int \vec{H} d\vec{s}$  velja, da je v sklenjenem krogu enaka vsoti objetih elek-

tričnih tokov, tako da velja

$$U_m = \oint \vec{H} d\vec{s} = \sum I = nI.$$

V našem primeru integriramo po zanki, ki poteka večinoma v feromagnetnem jedru, malo pa v reži,

$$U_m = U_{\text{fero}} + U_{\text{reža}} = LH_{\text{fero}} + xH_{\text{reža}} = nI, \quad (4.1)$$

kjer je  $L$  dolžina feromagnetnega jarma in  $x$  širina reže. Magnetni pretok  $\Phi_m$  je v reži in v jedru enak, kar zapišemo kot

$$\Phi_m = SB_{\text{fero}} = SB_{\text{reža}}, \quad (4.2)$$

in nam pove, da sta enaki tudi gostoti magnetnega polja v feromagnetu in reži. Enačbi (4.1) in (4.2) sta enolično rešljivi le v primeru, da nimamo histereze, da je torej zveza  $B(H)$  v feromagnetu enolična. Zvezo  $B(H)$  lahko v splošnem preberemo iz histerezne krivulje, če seveda poznamo zgodovino materiala. V reži pa zvezo  $B_{\text{reža}} = \mu_0 H_{\text{reža}}$  seveda poznamo. Oglejmo si enostavnejši primer.

Ko v tuljavi nimamo električnega toka ( $I = 0$ ), sta jakosti polj v feromagnetu in v reži lahko še vedno različni od 0 in ob upoštevanju enačbe (4.1) dobimo zvezo

$$H_{\text{reža}} = -\frac{L}{x}H_{\text{fero}}, \quad (4.3)$$

ki pove, da ima jakost polja v reži nasproten predznak in je precej večja od jakosti polja v feromagnetu. Za gostoti polja pa vemo že od prej, da morata biti v feromagnetu in v reži enaki. Zato lahko enačbo (4.3) zapišemo le s količinama  $B(H)$  v feromagnetu in dobimo

$$B_{\text{fero}} = -\mu_0 \frac{L}{x}H_{\text{fero}}, \quad (4.4)$$

kar nam pove, da ležijo možna stanja našega sistema na premici, katere strmina je odvisna od razmerja med širino reže in dolžino feromagnetnega jarma, predznaka gostote in jakosti polja v feromagnetu sta nasprotna, zato jakost polja v namagnetnem feromagnetu navadno imenujemo demagnetizacijsko polje. Največje možno polje v reži preberemo iz histerezne krivulje kot presečišče med njo in med premico podano z enačbo (4.4). Za tanke reže je vrednost  $B_{\text{reža}} = B_{\text{fero}} = B_R$  približno enaka remanentni gostoti magnetnega polja v feromagnetu.

## Potrebščine

- transformatorski krog (jarem), zaključek magnetnega kroga iz transformatorskega jekla in iz železa,
- distančniki,
- primarna tuljava ( $N_1 = 1000$ ) in sekundarna tuljava ( $N_2 = 46$ ),
- elektronsko procesno vezje v škatli, ki je povezano preko USB povezave z računalnikom



## Naloga

1. Izmeri histerezo zanko transformatorskega jekla.
2. Določi vrednosti gostote magnetnega polja v reži magnetnega kroga sestavljenega iz transformatorskega jekla, kot funkcijo debeline reže, in toka napajanja. Primerjaj izmerjeni rezultat  $B_{\text{reža}}$  pri  $I = 0$  z vrednostjo, ki jo določiš iz prej izmerjene histerezne krivulje.
3. Izmeri histerezo krivuljo za magnetni krog sestavljen iz dveh delov. Prvi del je transformatorsko jeklo, drugi del je masivni kos železa. Dodatno: Izračunaj histerezo krivuljo kosa masivnega železa.

## Navodilo

Osnova magnetnega kroga je transformatorski jarem oblike U. Na njem sta dve tuljavi, od katerih eno napajamo preko izvora konstantnega toka, v drugi pa merimo inducirano napetost, kadar spreminjamo razmere v krogu. Magnetni krog zaključimo s priloženimi kosi transformatorskega jekla ali masivnega železa, z distančniki pa lahko izbiramo širino zračne reže (oziroma reže iz nemagnetnega materiala s permeabilnostjo 1).

Osrednji del merilne naprave je procesno vezje, vgrajeno v škatlico in preko USB povezave prikjučeno na računalnik. V grobem je procesno vezje sestavljeno iz dveh delov: regulatorja toka skozi primarno tuljavo in sledilnika napetosti na sekundarni tuljavi. Računalnik lahko prejema in posreduje podatke le v digitalni obliki, zato regulator toka vsebuje še DA (digitalno-analogni) pretvornik, sledilec napetosti pa AD (analogno-digitalni) pretvornik. S programom na računalniku krmilimo tok  $I_1$  skozi primarno tuljavo in obenem zajemamo inducirano napetost  $U_2$ . Pred začetkom meritev procesno vezje vklopimo in ob zaključku meritev izklopimo.

Inducirana napetost v merilni/sekundarni tuljavi meri spremembe magnetnega pretoka v magnetnem krogu in zato velja

$$U_2 = \frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Celotno gostoto magnetnega polja  $B(t)$  torej lahko dobimo iz integrala inducirane napetosti po času in iz znanega preseka magnetnega kroga  $S$  tako:

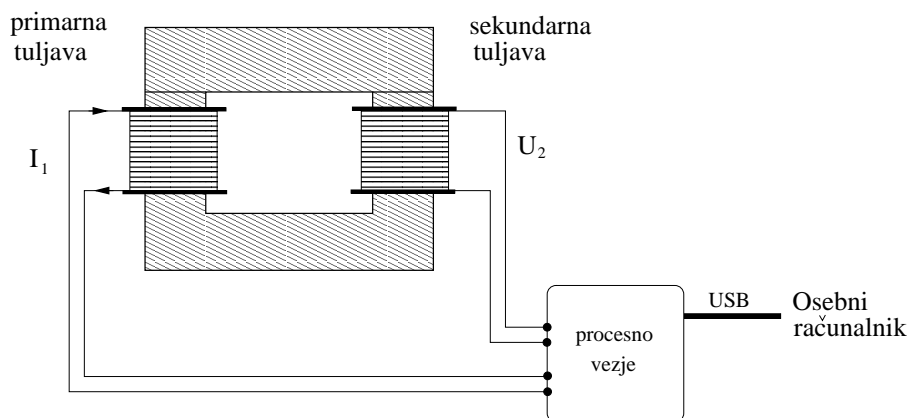
$$B(t) = \frac{1}{SN_2} \int_0^t U_2(t') dt' + B_0,$$

kjer je  $B_0$  začetna vrednost. Gornji integral je izveden popolnoma digitalno s programom **Fermag** na računalniku, ki nam vrne vrednost

$$F(t) = \int_0^t U_2(t') dt' + F_0,$$


pri čemer je  $F_0$  začetna vrednost na integratorju. Vrednost iz integratorja  $F(t)$ , ki nam jo poda program, umerimo z relacijo  $B(t) = \frac{1}{SN_2} F(t) + B_0$ . Konstanto  $B_0$  določimo tako, da je nasičena histerezna krivulja simetrična glede na inverzijo ( $B \rightarrow -B$  in  $H \rightarrow -H$ ).

Na računalniku obstaja račun za študentsko uporabo:

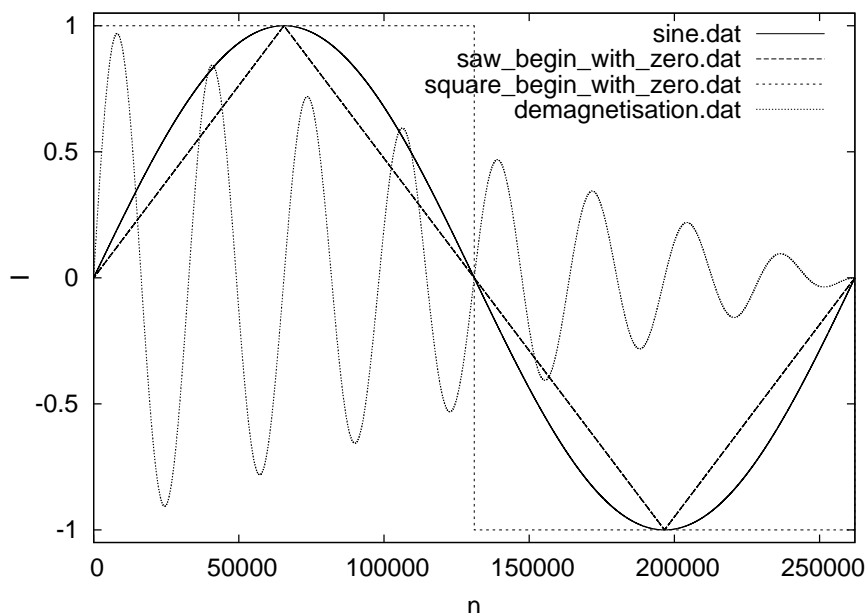


Slika 4.3.: Shema vezave obeh tuljav nameščenih na feromagnetnem obroču s procesnim vezjem in le-tega z osebnim računalnikom. Na primarni tuljavi vsiljujemo tok  $I_1$  in na sekundarni merimo inducirano napetost  $U_2$ .

username: student  
password: praktikum2

Računalniški program za kontrolo procesnega vezja obratuje na operacijskem sistemu tipa Linux. Program najdemo pod bližnjico na namizju X Windows-ov z logotipom . Meritev histerezne krivulje opravimo s programom po naslednjem postopku:

1. V glavnem oknu programa 4.5.a s klikom na gumb **Naloži profil toka** se odpre dialog za izbiro datoteke s shranjenim časovnim profilom. V pod-direktoriju `./signal_current_d` so shranjeni različni profili, ki so prikazani na sliki 4.4.



Slika 4.4.: Časovni potek signalov toka  $I_1(t)$  na primarni tuljavi zapisanih v brezdimenzijskih količinah za tok  $I$  in čas  $n$ .

2. S pritiskom na **Snemaj** v glavnem oknu 4.5.a izvedemo celo meritev: generiramo tok  $I_2(t)$ , beremo inducirano napetost  $U_2(t)$  in slednjo integriramo v  $F(t)$

$$F(t) \doteq \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} U_2(n\Delta t) + F_0, \quad N = \left\lfloor \frac{t}{\Delta t} \right\rfloor,$$

kjer je časovni korak  $\Delta t = 10^{-4}$  s in oznaka  $\lfloor \bullet \rfloor$  pomeni celi del števila. Signal toka se pri eni meritvi ponovi tolikokrat, kot je vrednost števila v okencu **Število ponovitev profila toka**. Priporočeno je, da je število ponovitev za vse meritve enako 2, da se bolje opazi kvaliteta integriranja. Upoštevajte, da je meritev lahko nekoliko zamudna.

3. V primeru, da je težko odstraniti zamenljiv del v transformatorskem jedru, se lahko poslužimo pripravljenega signala v datoteki **demagnetisation.dat** in nastavimo **Število ponovitev profila toka** na 1 in poženemo meritev. V tem signalu tok  $I(t)$  oscilatorno zmanjšujemo na nič in tako magnetizacijo transformatorskega jedra gladko popeljemo približno v nič.
4. Po opravljeni meritvi si lahko rezultate grafično prikažemo s pritiskom na gumb **Grafi**, pri čemer se pokaže okno 4.5.b, ali pa jih shranimo v datoteko s stiskom na gumb **Shrani meritve**.

Meritve v datoteki so organizirane v štiri kolone: prva predstavlja čas  $t$  [s], druga tok  $I_1(t)$  [A], tretja inducirano napetost  $U_2(t)$  [V] in četrta integrirano inducirano napetost  $F(t)$  [Vs]. V zapisu podatkov se kot decimalni separator uporablja pika – „.“. Za grafični prikaz histerezne krivulje iz podatkov v datoteki (npr. **meritev.dat**) lahko uporabimo tudi zunanji program – recimo **gnuplot** – z naslednjim zapisom:

```
gnuplot> plot 'meritev.dat' u 2:4 w l
```

kjer navajamo podatke iz tretje kolone na abscisi in iz četrte kolone na ordinati.

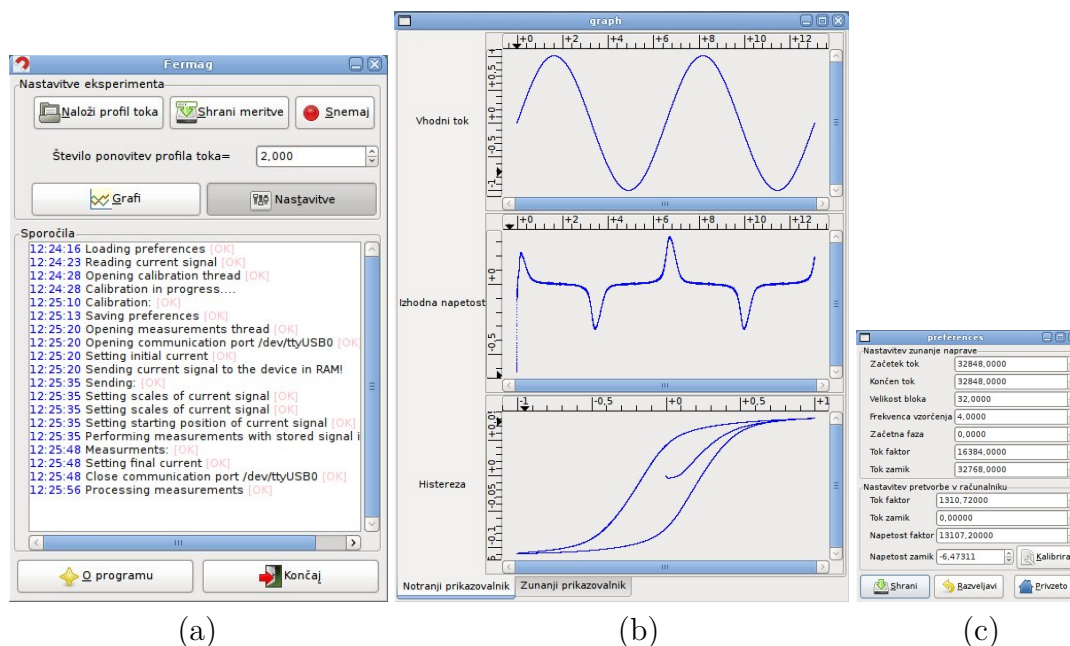
**Opomba:** V oknu **Nastavitve**, prikazanem tudi na sliki 4.5.c, so vse bistvene nastavitve poteka meritve z danim signalom toka. Tam navedene vrednosti spreminjajte le po konzultaciji z asistentom. S klikom gumba **Kalibriraj** lahko prepustimo računalniku umeritev integratorja s spremembo **Zamika napetosti**. Pri tem je pomembno, da je jarem zaključen in z neko dovolj veliko tokovno obremenitvijo primarnega kroga dosežemo nasičenje.

**Opomba:** Program **Fermag** in zunanja naprava sta v eksperimentalni fazi. Zato obstaja možnost motenj pri komunikaciji in posledično nepričakovanega zastoja programa **Fermag**. V tem primeru program **Fermag** zapremo in ugasnemo zunanjo napravo ter po krajšem času oboje ponovno prižgemo. Le v redkih primerih je potrebno resetirati računalnik.

## Obdelava meritev

1. Nariši histerezno krivuljo transformatorskega jekla z umerjenimi osmi. Os **Y** umeri kot je opisano v gornjem besedilu in os **X** s pomočjo naslednje enačbe

$$H = \frac{N_1 I_1}{L},$$



Slika 4.5.: Glavno okno programa (a), grafični prikaz podatkov meritve (b) in nastavitve programa (c).

kjer je  $L$  efektivna (srednja) dolžina magnetnega kroga (jarma), ki jo je tudi potrebno izmeriti.

**2.** Sestavi magnetni krog iz transformatorskega jekla in pusti tanko (npr. 0,1 mm) režo med dvema deloma. Koščki papirja dobro služijo temu namenu. Nariši histerezo krivuljo takega kroga. Os Y umeri enako kot prej. Os X pa umeri v enotah magnetne napetosti  $U_m = N_1 I_1$ . Iz krivulje odčitaj vrednost gostote magnetnega polja pri  $U_m = 0$  (torej tudi  $I_1 = 0$ ), ki je enaka gostoti magnetnega polja v reži, ki ga povzroča namagneteno jeklo. Primerjaj to vrednost s tisto, ki jo določiš iz enačbe (4.4) in izmerjene histerezne krivulje transformatorskega jekla.

**3.** Izriši histerezo krivuljo za magnetni krog sestavljen iz dveh delov, fiksnega dela iz transformatorskega jekla in dodatnega kosa iz masivnega železa. Os Y umeri enako kot prej. Z osjo X je problem bolj zapleten in vrednosti na njej ne moremo direktno povezati z jakostjo polja v enem ali drugem feromagnetnem materialu, pač pa velja

$$U_m = H_1 L_1 + H_2 L_2 = N_1 I_1,$$

zato to os umeri v enotah magnetne napetosti  $U_m$ .

Kako bi iz vseh meritev, ki si jih opraviš doslej, določil histerezo krivuljo kosa železa?

## Literatura

- [1] Kittel, Charles *Introduction to solid state physics* (New York [etc.] : John Wiley, 1986)

## 5. Absorpcija žarkov $\gamma$ in $\beta$

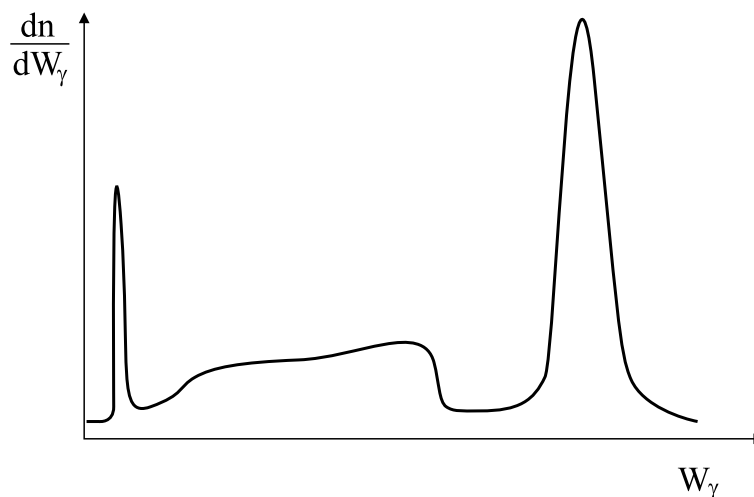
### Uvod

Pri radioaktivnem razpadu atomskih jeder prihaja primarno do  $\alpha$  (helijeva jedra),  $\beta$  (elektroni + antinevtrini, pozitroni + nevtrini) in  $\gamma$  (fotoni) sevanja. Sevanja imajo različne energijske porazdelitve in se pri prehodu skozi snov različno obnašajo. V sklopu pričujoče vaje se bomo zanimali za sevanji  $\beta$  in  $\gamma$ .

Žarki  $\gamma$ , ki izhajajo iz radioaktivnega izvora, so približno monoenergijski. Tipična energijska porazdelitev  $dn/dW_\gamma$  je prikazana na sliki 5.1. V snovi se absorbirajo in sipljejo. Tok sevanja  $\Phi_\gamma$  se pri prehodu skozi rezino debeline  $dx$  zmanjša za  $d\Phi_\gamma = -\mu\Phi_\gamma dx$ , kjer je  $\mu$  ekstinkcijski (absorpcijski) koeficient. Celotni prepuščeni tok pojema z večanjem debeline eksponentno po formuli

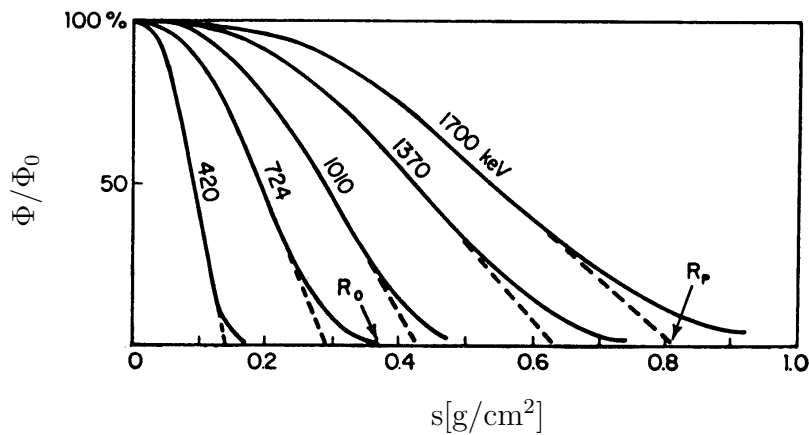
$$\Phi_\gamma(x) = \Phi_0 e^{-\mu x} = \Phi_0 2^{-\frac{x}{l_{1/2}}}, \quad (5.1)$$

pri čemer  $l_{1/2} = \ln 2/\mu$  označuje razpolovno debelino. Razpolovna debelina nam pove, kako debela mora biti snov, da izstopajoči tok sevanja pade na polovico vstopajočega toka  $\Phi_0$ .



Slika 5.1.: Tipična energijska porazdelitev žarkov  $\gamma$  pri radioaktivnem razpadu.

Tudi pri elektronih začnimo razmišljanje najprej z monoenergijskimi elektroni z vstopno energijo  $W_\beta$ . Elektroni se pri prehodu skozi snov sipljejo ter postopoma izgubljajo energijo z ioniziranjem in vzbujanjem atomov. Verjetnost za te procese je odvisna od hitrosti elektrona. Z zmanjševanjem hitrosti se verjetnost za sipanje v splošnem povečuje. Upočasnevanje elektronov je zato na začetku, ko je hitrost še velika, relativno šibko, nato pa postaja vedno močnejše, dokler se elektroni na koncu povsem ne ustavijo. Debelina  $R_o(W_\beta)$ , pri kateri snov popolnoma zadrži elektrone z določeno vstopno energijo  $W_\beta$ , se imenuje doseg. Odvisnost toka elektronov od debeline snovi  $\Phi_\beta(W_\beta, x)$  je dokaj zapletena. Na sliki 5.2 je prikazan primer odvisnosti  $\Phi_\beta(W_\beta, x)$  za elektrone z nekaj različnimi vrednostmi  $W_\beta$ . Debelina  $x$  je pri tem podana v enotah tako imenovane površinske gostote  $s = \rho x$ , pri čemer  $\rho$  označuje gostoto materiala. V taki predstavitvi je odvisnost  $\Phi_\beta(W_\beta, x)$  praktično enaka za vse vrste materialov. Doseg  $R_o(W_\beta)$  je torej obratno sorazmeren z gostoto materiala  $\rho$ .

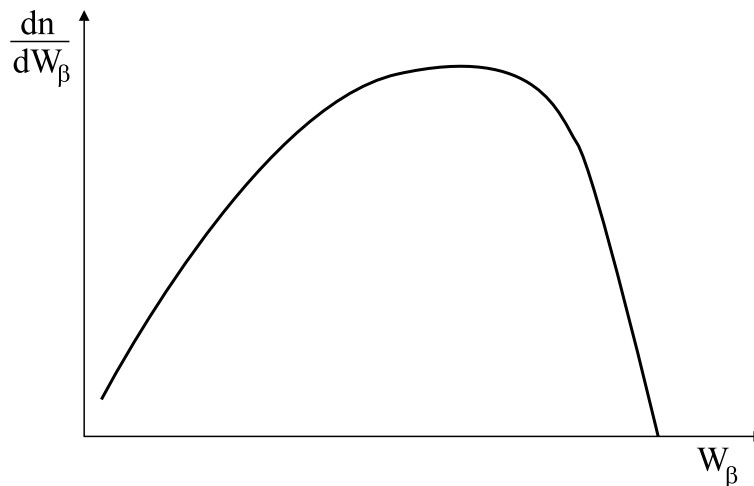


Slika 5.2.: Odvisnost toka elektronov  $\Phi/\Phi_0$  od debeline materiala za monoenergijske elektrone z nekaj različnimi vstopnimi energijami [1]. Debelina je podana v enotah površinske gostote  $s = \rho x$ , pri čemer  $\rho$  označuje gostoto materiala.  $R_0$  je doseg,  $R_p$  pa ekstrapolacijska dolžina sevanja.

Elektroni v sevanju  $\beta$ , ki nastane pri radioaktivnem razpadu, nimajo vsi enakih vstopnih energij  $W_\beta$ , saj si energijsko razliko med končnim in začetnim jedrom  $W_{\beta, \max}$  razdelijo z nevtrini (tipična energijska porazdelitev žarkov  $\beta$  je prikazana na sliki 5.3). Prepuščeni tok sevanja v odvisnosti od debeline snovi  $\Phi_\beta(x)$  je zato podan kot integral energijske porazdelitve vstopnih elektronov  $dn/dW_\beta$  in odvisnosti  $\Phi_\beta(W_\beta, x)$  za monoenergijske elektrone, se pravi

$$\Phi_\beta^{\text{tot}} = \int_0^{W_{\beta, \max}} \frac{dn}{dW_\beta} \Phi(W_\beta, x) dW_\beta. \quad (5.2)$$

Pri debelinah, ki so majhne v primerjavi z maksimalnim dosegom  $R_0(W_{\beta, \max})$ , je odvisnost  $\Phi_\beta^{\text{tot}}(x)$  približno eksponentna in jo lahko obravnavamo z enačbo (5.1).

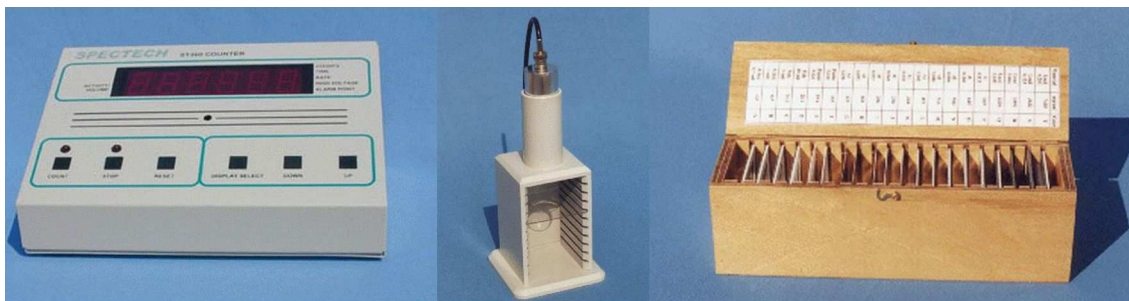


Slika 5.3.: Tipična energijska porazdelitev žarkov  $\beta$  pri radioaktivnem razpadu.

## Potrebščine

- radioaktiven izvor  $^{137}_{55}\text{Cs}$  v svinčenem ohišju

- Geiger-Müllerjeva (GM) cev na stojalu in števec ST360 (Spectrum Technology)
- škatla s ploščicami, ki so razvrščene po površinskih gostotah (od 4.5 do 7435 mg/cm<sup>2</sup>)
- dodatne aluminijaste in svinčene ploščice različnih debelin



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Material	Al	Al	pol.	pol.	pla.	pla.	Al	Al	Al	Al	Al	Al	Al	Al	Al	Al	Pb	Pb	Pb	Pb
s[mg/cm <sup>2</sup> ]	4.5	6.5	14.1	28.1	59.1	102	129	161	206	258	328	419	516	590	645	849	1230	1890	3632	7435
d[mil]	0.7	1	5	10	30	40	20	25	32	40	50	63	80	90	100	125	32	64	125	250
d[mm]	0.02	0.03	0.13	0.25	0.76	1.0	0.51	0.64	0.8	1.0	1.3	1.6	2.0	2.3	2.5	3.2	0.8	1.6	3.2	6.4

Slika 5.4.: Števec ST360, GM cev s stojalom in škatla s ploščicami. V razpredelnici so prikazane lastnosti teh ploščic, ki so razvrščene od A do T po površinskih gostotah. Večina jih je iz aluminija (Al), po dve sta iz polietilena (pol.) in plastike (pla.) ter štiri iz svinca (Pb). Debeline, ki so v izvirniku podane v palcih, oz. v njihovih tisočinkah [mil], so tu pretvorjene v milimetre.

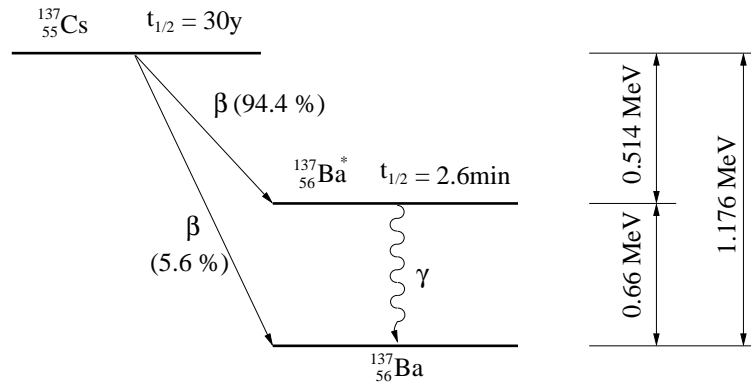
## NALOGA

1. Preveri, da izmerjena aktivnost sevanja pada s kvadratom razdalje od izvora.
2. Izmeri sevanje ozadja.
3. Izmeri odvisnost  $\Phi_{\beta}^{\text{tot}}(x)$  za sevanje  $\beta$  iz izvora  $^{137}_{55}\text{Cs}$  in določi doseg  $\beta$  za aluminij.
4. Izmeri razpolovno debelino aluminija in svinca za žarke  $\gamma$  iz  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .

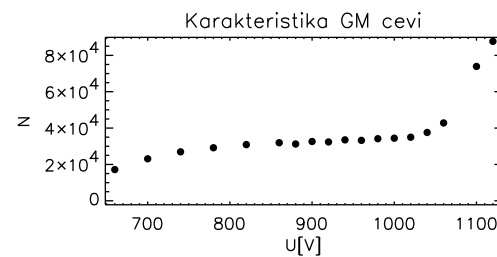
## Navodilo

Radioaktivni izotop  $^{137}_{55}\text{Cs}$  ima razpolovni čas 30.1 let ( $1.1 \cdot 10^4$  dni), zato lahko privzamemo, da je njegova aktivnost med poskusom stalna. Jedrski razpad poteka na dva načina: neposredno v osnovno stanje  $^{137}_{56}\text{Ba}$  ter posredno preko vzbujenega nivoja jedra  $^{137}_{56}\text{Ba}$ . Pri neposrednem prehodu, ki predstavlja približno 5.6 % vseh razpadov, dobimo sevanje  $\beta$  z maksimalno energijo  $W_{\beta,\text{max}} = 1.176$  MeV. Pri posrednem prehodu, kateremu ustreza 94.4 % vseh razpadov, pa dobimo sevanje  $\beta$  z maksimalno energijo  $W_{\beta,\text{max}} = 0.514$  MeV ter žarke  $\gamma$  z energijo  $W_{\gamma,\text{max}} = 0.66$  MeV. Razpadna shema je prikazana na sliki 5.5.

Ionizirajoče sevanje zaznavamo z Geiger-Müllerjevo (GM) cevjo. GM cev stoji na stojalu s predalčki in je priključena na števec ST360 (glej sliko 5.4). Najprej nastavimo delovno napetost na števcu ST360. Na sliki 5.6 je prikazana karakteristika GM cevi.

Slika 5.5.: Razpadna shema radioaktivnega izotopa  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .

GM cev deluje le pri dovolj visokih napetostih, pri števcu ST360 je to nad 660 V. Nad tem pragom hitro dosežemo širok plato. Pri še višjih napetostih (nad 1050 V) pa začne število sunkov spet naraščati. Meriti je dovoljeno le pri napetostih okoli sredine platoja (900 V) in nižje.

Slika 5.6.: Karakteristika GM za  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .

Napetost nastavimo tako, da na ST360 s tipko  izberemo opcijo *HIGH VOLTAGE* in tipkama  in  nastavimo napetost na 900 V, ki jo bomo uporabljali za vse meritve pri tej vaji. Čas merjenja nastavimo tako, da s tipko  izberemo opcijo *TIME* in s tipkama  in  nastavimo željeno vrednost. Štetje sunkov upravljamo s tipkami  (zagon štetja - med štetjem sveti lučka nad to tipko),  (prekinemo štetje - po končanem štetju sveti lučka nad to tipko) in  (zbrišemo trenutno število sunkov na prikazovalniku). Med samim štetjem lahko potek štetja spremljaš na prikazovalniku: z izbiro opcije *COUNTS* s tipko  se na prikazovalniku izpisuje trenutno število sunkov v GM cevi, z izbiro opcije *TIME* pa trenutni čas od začetka štetja.

Radioaktivni razpad in registracija sevanja sta slučajna pojava. Zato pri večkratnih meritvah v enakih okoliščinah ne naštejemo enako število sunkov  $N$  v GM cevi. Efektivni odmik od povprečja je enak  $\sqrt{N}$ . Natančnost merjenja aktivnosti radioaktivnega izvora  $A$  (število sunkov  $N$  na časovno enoto, npr. minuto) je tako odvisna od oddaljenosti izvora od detektorja in od dolžine merjenja.

**A.** Pri merjenju aktivnosti izvora v odvisnosti od razdalje postavi izvor  $^{137}_{55}\text{Cs}$  najprej v najvišji predalček in nastavi čas štetja na 30 s. S poskusno meritvijo ugotovi, kako mora biti izvor obrnjen, da dobiš več sunkov. Potem si nastavi čas štetja tako, da boš z izvorom v najvišjem predalčku naštel vsaj 1000 sunkov. Podobno izmeri aktivnost, ko je izvor v nižjih predalčkih. Nariši graf  $1/\sqrt{A}$  v odvisnosti od razdalje ( $r$ ), ki jo izmeriš glede na lego izvora v najvišjem predalčku. Ob predpostavki, da izmerjena aktivnost sevanja pada s kvadratom razdalje od izvora sevanja ( $A = K/(r + r_{GM})^2$ ), oceni efektivno razdaljo ( $r_{GM}$ ) med izvorom v najvišjem predalčku in detektorjem.



**B.** Pri določanju ozadja nastavi čas na najmanj 15 minut. Zapri izvor v svinčeno ohišje in ga odnesi čimbolj stran od GM cevi. Iz meritve določi aktivnost  $A_b$  ozadja.

**C.** Pri določanju dosega sevanja  $\beta$  postavi izvor na takšno višino, da boš imel nad njim 2 prosta predalčka za vstavljanje ploščic. Nastavi čas, kolikšen je potreben, da brez ovire našteješ 1000 sunkov. V predalčke polagaj ovire iz Al, začeni s najtanjšimi, in šteje število sunkov. Poskušaj doseči čim bolj fino porazdelitev meritev po površinskih gostotah ( $s$ ). Pri tem si pomagaj s kombinacijami Al ploščic in vnaprej pripravljenimi skupki iz aluminijaste folije debelin 0,05 mm (4 plasti) in 0,09 mm, ki so posebej uporabne za pokrivanje območja debelin med ploščicama A+B in G. Njihovo površinsko gostoto oceni z uporabo gostote aluminija  $\rho_{Al} = 2,70 \text{ g/cm}^3$ . Meri tako dolgo, da se za vsaj 5 zaporednih debelin ovir število sunkov ne bo bistveno spremenilo.

Izračunaj povprečno aktivnost  $A = \bar{N}/t - A_b$  prepuščenega sevanja pri dani površinski gostoti  $s$ . Izmerjena odvisnost  $A(s)$  je sorazmerna s prepuščenim tokom sevanja  $\Phi(s) = \Phi_{\beta}^{\text{tot}}(s) + \Phi_{\gamma}(s)$ . Nariši diagram aktivnosti  $A$  v odvisnosti od površinske gostote  $s$  in iz nje oceni doseg sevanja  $\beta$  v aluminiju v enotah površinske gostote in dolžine. Pri ovirah z majhno površinsko gostoto, prispevajo k aktivnosti tako delci  $\beta$  kot žarki  $\gamma$ ; pri debelejših pa praktično le še žarki  $\gamma$ . Aktivnost sevanja  $\beta$  ( $A_{\beta}$ ) dobiš tako, da iz končnega, ravnega dela krivulje aktivnosti  $A(s)$  nad dosegom sevanja  $\beta$  izračunaš povprečno aktivnost žarkov  $\gamma$  ( $\bar{A}_{\gamma}$ ) in jo odšteješ od aktivnosti:  $A_{\beta} \approx A - \bar{A}_{\gamma}$

**D.** V nadaljevanju nas zanima le sevanje  $\gamma$  in prpadajoča aktivnost  $A_{\gamma}$ . Med izvorom in detektorjem si pustimo 3 predalčke, kjer v spodnjega položimo aluminijasti "ščit", s katerim zaustavimo praktično vso sevanje  $\beta$ . Njegovo debelino ugotovimo v prejšnjem delu vaje, npr. približno 1 do 2 mm. Izberi čas meritev, tako da le s ščitom našteješ okoli 500 sunkov.

Najprej izmeri razpolovno debelino svinca za žarke  $\gamma$ . Uporabi ploščice Q,R,S,T, pri katerih debelina narašča po potencah števila 2. Začni z najtanjšo in jih potem zlagaj v različnih kombinacijah, da dobiš vedno debelejši svinčeni ščit nad vzorcem. Pri tem si pomagaj s ploščicami iz dodatne zbirke. Če je dovolj časa, lahko ob uporabi istega ščita ponoviš meritve še za aluminij. Nariši graf naravnega logaritma aktivnosti sevanja  $\gamma$ , tj.  $\ln A_{\gamma}$ , v odvisnosti od debeline materiala  $x$  in iz njega določi razpolovno debelino  $l_{1/2}$  za vsak obravnavan material posebej.

## Literatura

- [1] D.E. Gray, *American Institute of Physics handbook* (McGraw-Hill, New York, 1972)
- [2] Lab Manual (Spectrum Techniques, 2002)

## 6. Meritve magnetnega polja z indukcijo

### Uvod

Magnetno polje merimo z majhno tuljavico z veliko ovoji, postavljeno z osjo vzporedno zunanemu magnetnemu polju. Napetost v tuljavici se inducira samo pri spremembi magnetnega polja - kadar prekinemo tok, ki napaja elektromagnet, ali premaknemo tuljavico iz področja polja. Inducirano napetost  $U$  izračunamo iz enačbe

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -NS\frac{dB}{dt} \cos \alpha ,$$

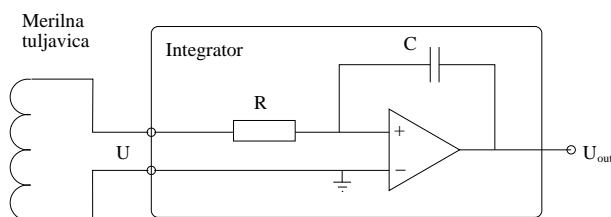
kjer je  $\Phi$  magnetni pretok,  $N$  število ovojev,  $S$  ploščina tuljavice,  $B$  gostota magnetnega polja in  $\alpha$  kot med osjo tuljavice in smerjo magnetnega polja  $B$ . Inducirano napetost priključimo na integrator in izhodna napetost  $U_{\text{out}}$  je

$$U_{\text{out}} = -\frac{1}{RC} \int U dt .$$

Če je  $U$  inducirana napetost v tuljavici, dobimo

$$U_{\text{out}} = \frac{NS}{RC} (B_2 - B_1) \cos \alpha .$$

Privzamemo, da je  $\cos \alpha = 1$ ,  $B_2$  merjeno magnetno polje in  $B_1 = 0$  za področje zunaj magnetnega polja.



Slika 6.1.: Skica mehanizma merjenja magnetnega polja. Levo je merilna tuljavica, ki je priključena na integrator.

### Potrebščine

- dve merilni tuljavici s premerom  $2r = 18$  mm, prva z  $N_1 = 2000$  navoji, druga pa z  $N_2 = 200$  navoji
- integrator s konstanto  $RC = 0.01$  s
- voltmeter, ampermeter, šolski usmernik omejen na 5 A toka.
- tuljava  $2r_0=250$  mm z  $N_3 = 200$  ovoji z navpičnim nosilcem za merilno tuljavico
- elektromagnet na lesenem nosilcu

## Naloga

1. Na osi tokovne zanke izmeri odvisnost magnetnega polja  $B$  z oddaljenostjo od središča.
2. Izmeri relacijo med jakostjo električnega toka in gostoto magnetnega polja v elektromagnetu.

## Navodilo

**1.** Krožni tokovodnik - vodoravno postavljeno tuljavo priključi preko ampermetra na šolski usmernik. Tok naj bo 4 A.

Merilno tuljavico natakni na nosilec, ki je v osi velike tuljave, in jo priključi na integrator. Izhod integratorja poveži z voltmetrom, kot kaže slika 6.2. Zaradi neidealnosti elektronskih elementov izhod integratorja "leže" tudi, kadar na vhod pripeljemo ničlo. Lezenje ustavimo s primerno nastavitvijo potenciometra na integratorju, ničlo pa nastavimo s tipko reset.

Izmeri gostoto magnetnega polja  $B$  na osi krožnega tokovodnika (tuljave) kot funkcijo razdalje od središča  $h$ . Dobljeno odvisnost  $B(h)$  nariši na graf in jo primerjaj s teoretično krivuljo  $B_{\text{zanka}}(h)$  za tokovno zanko radija  $r_0$  po kateri teče tok  $I_0$ :

$$B_{\text{zanka}} = \frac{N_3 \mu_0 I_0 r_0^2}{2(r_0^2 + h^2)^{3/2}}.$$

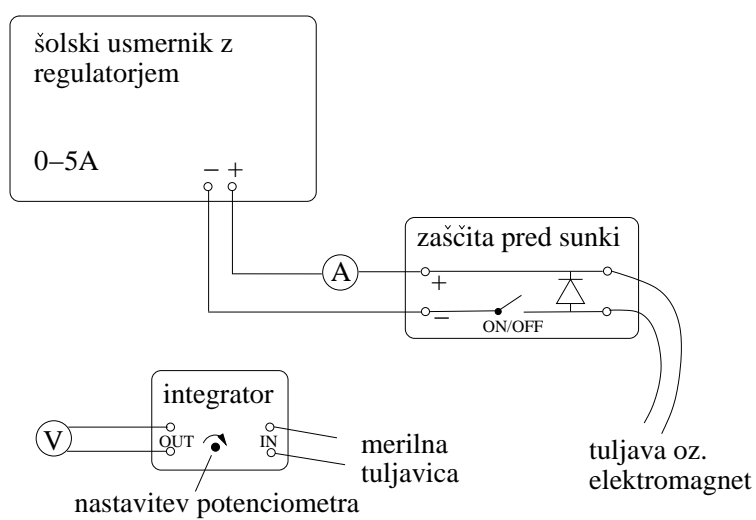
Način primerjave izberi sam in sicer tako, da bo razvidna podobna funkcijska odvisnost meritev in teoretične krivulje.

**2.** Šolski usmernik veži z elektromagnetom pritrjenim na leseno stojalo. Na integrator priključi tuljavico z manj navoji, kot kaže slika 6.2. Elektromagnet je sestavljen iz dveh isto orientiranih navitij, med katerima je reža. V slednji sondiramo gostoto magnetnega polja.

Z izmeničnim vlečenjem oz. potiskanjem tuljavice v režo izmeri odvisnost gostote magnetnega polja  $B$  od toka napajanja  $I$  v intervalu od 0 do 5 A. Meritve  $B(I)$  nariši na graf, kjer dobiš linearno zvezo med  $B$  in  $I$ . Iz naklona premice izračunaj koeficient  $\mu N/L$  za tuljavi. Pri tem privzamemo, da sta navitji precej dolgi in je zato gostota magnetnega polja enaka

$$B = \frac{\mu \mu_0 I N}{L},$$

pri čemer je  $\mu$  permeabilnost kovine znotraj tuljav,  $N$  število ovojev in  $L$  dolžina tuljave.



Slika 6.2.: Shema vezave merjenja magnetnega toka vzdolž osi tanke tuljave - tokovne zanke.

## 7. Piezoelektričnost

### Uvod

Kristali v feroelektričnem stanju so tudi piezoelektrični: mehanska obremenitev spremeni električno polarizacijo, in obratno, zunanje električno polje, v katerem je kristal, povzroči deformacijo kristala. Vzrok za to je sklopitev med mehansko in električno energijo kristala. Navedimo nekaj primerov piezoelektričnih kristalov, ki so feroelektrični: barijev titanat ( $\text{BaTiO}_3$ ), rošelska sol (natrijev kalijev tartrat) in triglicinsulfat. Piezoelektrični pa so tudi neferoelektrični kristali, npr. kremen ( $\text{SiO}_2$ ). Piezoelektrični efekt dobimo pri kristalih, ki nimajo centra simetrije. V praksi pogosto srečujemo podskupino piezoelektrikov imenovana piroelektriki, ki pa imajo polarno os in njihova polarizacija je temperaturno odvisna.

Piezoelektriki se odzovejo na deformacijo s polarizacijo snovi. Lokalno deformacijo povzročeno v neki točki s silo  $d\vec{F} = (dF_i) i = 1, 2, 3$ , podamo z napetostnim tenzorjem  $T_{ij}$   $i, j = 1, 2, 3$ , definiranim kot

$$T_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{dF_i}{dS_j} + \frac{dF_j}{dS_i} \right),$$

kjer so  $dS_i$   $i = 1, 2, 3$  tri med seboj pravokotno-orientirane površine delovanja sile  $d\vec{F}$ .

Elemente tenzorja  $T_{ij}$ , ki so v splošnem odvisni od pozicije v kristalu, dobimo tako: izberemo majhno ravno ploskvico velikosti  $dS$ , tako da je njena normala orientirana v določeno smer. Na tej ploskvici deluje en del kristala na drugega z majhno silo  $dF$ , katere smer se v splošnem ne ujema s smerjo normale na ploskvico. V izbranem koordinatnem sistemu postavimo na izbranem mestu v kristalu tri ploskvice, tako da so njihove normale vzporedne s koordinatnimi osmi. Te ploskvice označimo z  $dS_x, dS_y$  in  $dS_z$ : npr. ploskvica  $dS_x$  je pravokotna na os  $x$ . Na vsaki od treh ploskvic deluje en del kristala na drugega s silo, ki ima komponente v smeri vseh treh osi. Pri oznaki komponente tenzorja  $T_{ij}$  pomenita indeksa po eno od treh koordinat, npr.  $T_{xy}$ . Odvod sile po ploskvi v izrazu za  $T_{ij}$ , npr.  $dF_x/dS_y$ , pomeni količnik med komponento  $x$  sile, ki deluje na ploskvico z normalo v smeri osi  $y$ , ter velikostjo te ploskvice.

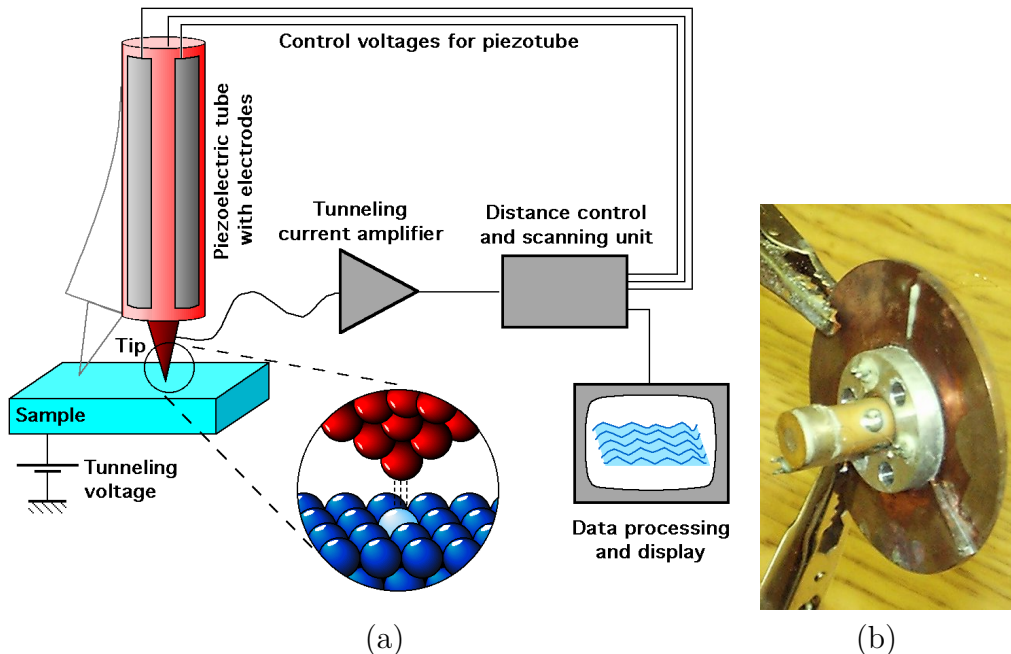
Pri piezoelektrikih je zveza med polarizacijo kristala  $\vec{P}$  in mehansko napetostjo  $T_{ij}$  linearna in v splošnem določena s tenzorjem 3. reda:

$$P_i = d_{ijk} T_{jk}.$$

Pri tem upoštevamo Einsteinovo konvencijo, da na desni strani enačbe seštevamo po ponavljajočih indeksih  $j$  in  $k$ .

Elemente tenzorja  $d_{ijk}$  imenujemo "piezoelektrični moduli". Praktično jih merimo v izbranih smereh kristala. Električni naboj merimo na izbrani ploskvi, mehanska obremenitev pa je lahko tlak na ploskev, upogib ali torzija. Kot piezoelektrik največkrat uporabljamo kvarc v obliki ploščic ali piezoelektrično keramiko, navadno v obliki ploščic, polarizirano pravokotno na ploskev (svinčev cirkonijev titanat  $\text{PbZrTiO}_3$ ). Piezoelektrične materiale uporabljamo za merjenje sprememb tlaka in sil, kot mikrofone in generatorje ultrazvoka. Piezoelektriki so pomembni tudi pri delovanju sodobnega vrstičnega tunnelskega mikroskopa (angl. scanning tunneling microscope - STM), katerega shema je prikazana na sliki 7.1.a. S takim mikroskopom lahko "otipamo" relief in atomsko

zgradbo površin raznih materialov. Bistveni del mikroskopa je tanka kovinska igla na koncu piezoelektrične cevke opremljene z elektrodami. S pomočjo napetosti na elektrodah lahko cevko, ki je prikazana na sliki 7.1.b, nekoliko upogibamo in ji spreminjamo dolžino ter tako določamo položaj igle.



Slika 7.1.: Shematični prikaz vrstičnega tunelskega mikroskopa, iz vira [1], in piezoelektrična cevka, ki je vidna v sredini skenerja. Na koncu cevke je zlata ploščica, na katero se z magnetom pritrdi kovinska konica s katero tipamo površino, iz vira [2].

V praktikumski vaji bomo izmerili piezoelektrični odziv ploščice iz piezoelektrične keramike. Shema meritve je prikazana na sliki 7.2. V primeru piezoelektrične keramike ima tenzor  $d_{ijk}$  tri neodvisne elemente. To so  $d_{131}$ ,  $d_{311}$  in  $d_{333}$ , če je os  $z$  izbrana vzporedno z začetno polarizacijo keramike. V našem primeru s silo  $\vec{F}$ , pravokotno na ploskev  $S$ , ustvarjamo (tlačno) napetost  $T = T_{33} = F/S$  in povzročimo nastanek polarizacije  $P_3 = dT$ . V snovi vzdolž  $z$ -smeri velja med polarizacijo  $P_3$  in gostoto električnega polja  $D$  naslednja zveza

$$D = \epsilon\epsilon_0 E + dT$$

kjer je  $\epsilon$  dielektrična konstanta piezoelektrika pri konstantni napetosti in temperaturi in  $d = d_{333}$ . Naboj na eni ploskvi kondenzatorja oz. ploščice keramike je  $q = DS$  in z upoštevanjem povezave med električno jakostjo in napetostjo  $E = U/b$  dobimo, da je naboj

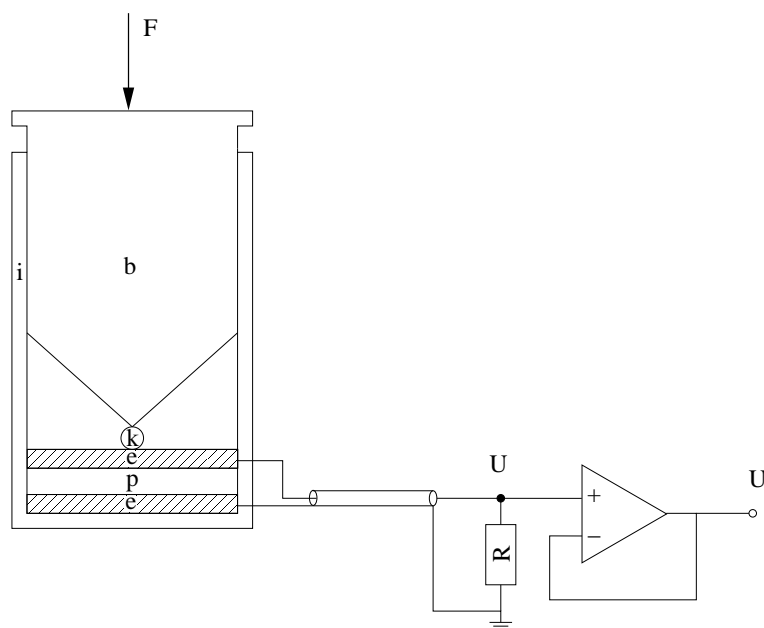
$$q = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{b} U + dF.$$

Opazimo, da je prvi člen le drug način, da napišemo naboj na ploščatem kondenzatorju ploščine  $S$  in debeline  $b$  s kapaciteto

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{b}. \quad (7.1)$$

Z upoštevanjem tega naboja na kondenzatorju izrazimo kot

$$q = CU + dF. \quad (7.2)$$



Slika 7.2.: Shema meritve. V valjasti posodi iz izolacijskega materiala (i) je okrogla plošča iz piezokeramike (p) s premerom = 38 mm in debelino = 6,5 mm med dvema elektrodama (e), od katerih je spodnja ozemljena. Sila  $F$  se prenaša preko bata (b) in kroglice (k) na piezoelektrik. Napetost merimo preko operacijskega ojačevalca.

Kondenzator se prazni preko upornika  $R$  s tokom  $I = -\dot{q}$ . Upor  $R$  je v našem primeru enak  $5 \text{ G}\Omega$ . Kot je prikazano na sliki 7.2, padec napetosti na uporniku

$$U = RI = -R\dot{q}, \quad (7.3)$$

spremljamo na osciloskopu preko povratno vezanega operacijskega ojačevalca (angl. voltage follower). Iz enačb (7.2) in (7.3) dobimo diferencialno enačbo za časovni potek napetosti

$$\dot{U} = -\frac{1}{\tau}U - \frac{d}{C}\dot{F} \quad (7.4)$$

pri čemer uvedemo časovno konstanto  $\tau = RC$ . Sedaj obravnavajmo oba predvidena scenarija spremembe napetosti na kristalu, za katere je

$$F_s(t) = F_0\theta(st), \quad (7.5)$$

kjer je  $F_0$  teža uteži, predznak  $s = +$  pa ustreza obremenjevanju in  $s = -$  razbremenjevanju kristala. Tukaj uporabimo še enotsko stopnico definirano kot

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & : t > 0 \\ 0 & : \text{sicer} \end{cases}.$$

Sedaj vstavimo časovni potek sile (7.5) v enačbo za napetost (7.4) in jo rešimo pri začetnem pogoju  $U(0^-) = 0$ . Z uvedbo konstante  $U_0 = -d F_0/C$  dobimo rešitev

$$U_s(t) = s U_0 e^{-t/\tau}, \quad (7.6)$$

veljavno za  $t > 0$ . Opazimo, da je pri obremenjevanju in razbremenjevanju skok napetosti v nasprotnih smereh.

Za opazovanje počasnih pojavov je smiselno uporabiti osciloskop s pomnilnikom. Taki osciloskopi (Digital Oscilloscopes) v zadnjih desetih letih vedno bolj izpodrivajo klasične analogne. Njihova velika prednost je tudi v tem, da lahko rezultate meritve preko ustreznega vmesnika prenesemo na računalnik za kasnejšo obdelavo ali rezultate shranimo. V praktikumu imamo zaenkrat preko vmesnika priključen tiskalnik, na katerega lahko prenesemo sliko z zaslona.

## Potrebščine

- merilna valjasta posoda s piezoelektrično keramiko
- elektrometrski ojačevalnik z baterijskim napajanjem
- digitalni osciloskop Tektronix TDS 1002 z zunanjo spominsko kartico
- tiskalnik
- uteži za 200g, 500g in 1kg.

## Naloga

1. Izmerite dielektrično konstanto vzorca iz piezoelektrične keramike.
2. Izračunajte piezoelektrični koeficient keramike.

## Navodilo

Preberite navodila za ravnanje z osciloskopom. Preizkusite delovanje osciloskopa v različnih načinih, analognem in digitalnem! Pazite tudi, da je vhod osciloskopa nastavljen na DC sklopitev. Osciloskop nastavite na način časovnega merjenja napetosti. Na osciloskopu opazujte najprej signal, ki ga direktno daje piezoelektrična ploščica. Opazili boste, da lahko piezoelektrična ploščica deluje kot mikrofona ali merilnik tresljajev klopi. Opazujte značilne odzivne čase. Poskušajte tudi izmeriti odziv po tem, ko piezoelektrik obremenite z utežjo.

Povežite izhod elektrometrskega ojačevalnika z osciloskopom. Eno od treh uteži postavite na ploščo merilnika in opazujte časovni signal na osciloskopu. Nastavite ustrezno časovno (os osciloskopa) in napetostno skalo (os). Sliko posnemite potem, ko najprej počakate, da dosežete stacionarno stanje. Nato zelo previdno obremenite keramiko, da kar se da zmanjšate začetno nihanje napetosti. S pritiskom na RUN/STOP ustavite zajemanje in graf premaknite na željeno mesto. Izberite si najbolj primeren način

**Tiskanje meritev.** Priporoča se, da grafa dobljena pri obremenjevanju in razbremenjevanju posnamete na isti ekran. To storite tako, da si dobljen graf po ustavitvi zajemanja shranite na interni spomin. Graf shranite tako, da pritisnete SAVE/REC in nato nastavite z gumbi ob ekranu Actions na Save Waveform in referenco REF A ali REF B, kamor želite shraniti graf. V vsako referenco se lahko shrani en graf. Z gumbom ob spodnjem kotu ekrana shranite graf. Ko sta oba grafa, za obremenjevanje in razbremenjevanje, shranjena pod referencama, ponovno pritisnite na gumb SAVE/REC in izberite pod ACTION



opcijo DISPLAY REFS, ki vam prikaže vse shranjene reference na ekran in jih lahko s pritiskom na gumb PRINT stiskate.

**Shranjevanje rezultatov na spominsko kartico.** Spominsko kartico "Compact Flash Card QPI" vstavite v režo osciloskopa "Tektronix TDS 1002", vrhu naprave takoj za držalom. Graf shranite na spominsko kartico tako, da pritisnete SAVE/REC in nato nastavite z gumbi ob ekranu Actions na Save Waveform, referenco na File in Source na CH1. Pod Select Folder si lahko na kartici ustvarite novo mapo z New folder in se premaknete vanj s Change folder. Graf se s pritiskom na gumb ob ekranu Save shranite v tekstovno datoteko z imenom TEKXXXX.CSV, kjer XXXX predstavlja zaporedno številko datoteke v izbrani mapi. Točke s ekrana so zaporedoma od leve proti desni shranjene vsak v svojo vrstico, pri čemer sta podatka z osi  $x$  in z osi  $y$  ločena z vejico, kot to narekuje format CSV [3]. Ko zaključete s shranjevanjem, s pritiskom na gumb ob reži izvržete spominsko kartico. Le-to preko priloženega bralnika priključite na port USB računalnika in jo s strani računalnika uporabljate kot tipični zunanji disk.

**A.** Iz grafov za časovno odvisnost napetosti izračunajte časovno konstanto (ta bi morala biti enaka za vse signale). To lahko naredite na dva načina. Po prvem načinu pri času  $t_1$  potegnite tangento na krivuljo in odčitajte, kje seka vodoravno os (čas  $t_2$ ). Časovna konstanta je  $\tau = t_2 - t_1$ . Prepričajte se o tem z odvajanjem enačbe (7.6) po času. Ta način določitve časovne konstante ni najbolj natančen, saj je precej subjektivno, kako bomo potegnili tangento na krivuljo.

Pri drugem načinu izberite poljubni točki na krivulji, odčitajte časovni razmik med točkama  $\Delta t = t_2 - t_1$  in količnik napetosti  $U(t_2)/U(t_1)$ , ki pa je z uporabo enačbe (7.6) dan s formulo

$$\frac{U(t_2)}{U(t_1)} = e^{-\Delta t/\tau}.$$

Od tod lahko izračunamo  $\tau$ . Primerjajte rezultat za oba načina. Z uporabo relacije  $\tau = RC$  in enačbe (7.1) s pomočjo pridobljene časovne konstante  $\tau$  izračunajte kapaciteto kondenzatorja in dielektrično konstanto piezoelektrika  $\varepsilon$ .

**B.** Narišite graf začetnega skoka napetosti  $U(t = 0)$  v odvisnosti od obremenitve keramike  $F$ , tako da razbremenitev upoštevate kot negativno (tlačno) napetost. Nazadnje izračunajte še piezoelektrični koeficient  $d$  po enačbi (7.2).

Premislite delovanje ojačevalca, ki ima v našem primeru vlogo sledilca napetosti (ang. voltage follower). **Po končani vaji izklopite napajanje ojačevalnika, da se baterije ne izpraznijo!**

## Literatura

- [1] Wikipedia, Scanning tunneling microscope  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Scanning\\_tunneling\\_microscope](http://en.wikipedia.org/wiki/Scanning_tunneling_microscope)
- [2] R. Žitko, *Skenirni tunelski mikroskop razvit na oddelku F5, Instituta Jozef Štefan*

- [3] Wikipedia, Comma-separated values  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Comma-separated\\_values](http://en.wikipedia.org/wiki/Comma-separated_values)

## 8. Radiometer

### Uvod

Segreta telesa sevajo elektromagnetno valovanje. Za večino teles v naravi, ki posedujejo neko kompaktnost, rečemo, da sevajo kot črna telesa. Črno telo je teoretični objekt, ki je popoln sevalec kot prejemnik radiacije. Spekter sevanja takšnega telesa močno zavisi od temperature. Noben objekt ni popolno črno telo, ker ne absorbira vse energije in vse prejete energije ne izseva.

Sevanju črnega telesa rečemo večkrat tudi sevanje votline s popolno odbojnimi stenami, saj ima elektromagnetno polje, z minimalno interakcijo, iz te votline enak spekter.

Spekter sevanja, to je porazdelitev gostote svetlobnega toka po valovni dolžini  $dj/d\lambda$  ali frekvenci  $dj/d\nu$ , je za črno telo podan s *Planckovim zakonom* [1]

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/k\lambda T) - 1}, \quad \frac{dj}{d\nu} = \frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (8.1)$$

Krivulje  $dj/d\lambda$  si lahko ogledamo na sliki 8.4. Če želimo zvedeti celoten svetlobni tok izsevan pri neki temperaturi  $j$ , moramo integrirati porazdelitev  $dj/d\lambda$  in dobimo Stefanov zakon

$$j = \int (dj/d\lambda) d\lambda = \sigma T^4$$

pri čemer je  $\sigma = 56.7 \text{ nW/m}^2\text{K}^4$ . Vrh spektra pri poljubni temperaturi  $T$  pa dobimo s pomočjo *Wienovega zakona*

$$\lambda_0 T = C_1, \quad \nu_0 = C_2 T$$

kjer je  $C_1 = 0.002898 \text{ mK}$  in  $C_2 = 103.448 \text{ MHz/m}$ . Pri temperaturi 300 K je vrh spektra izsevanega valovanja pri valovni dolžini  $\lambda_0 = 9.7 \text{ }\mu\text{m}$  in večina energijskega toka pade v dolgovalovno infrardeče področje. Vrednosti  $\lambda_0$  v področju vidne svetlobe ustrezajo telesom s temperaturo okoli 5000 K.

Tabela 8.1.: Nomenklatura območij valovnih dolžin elektromagnetnega valovanja.

interval valovnih dolžin	oznaka področja	okrajšava
25-200 nm	vakuumska ultravijolična svetloba	VUV
200-400 nm	ultravijolična svetloba	UV
400-700 nm	vidna svetloba	VIS
700-1000 nm	bližnje infrardeče področje	NIR
1-3 $\mu\text{m}$	kratkovalovno infrardeče področje	SWIR
3-5 $\mu\text{m}$	srednjevalovno infrardeče področje	MWIR
5-14 $\mu\text{m}$	dolgovalovno infrardeče področje	LWIR
14 -30 $\mu\text{m}$	zelo dolgovalovno infrardeče področje	VLWIR
30-100 $\mu\text{m}$	daljne infrardeče področje	FIR
100-1000 $\mu\text{m}$	submilimetrsko področje	SubMM

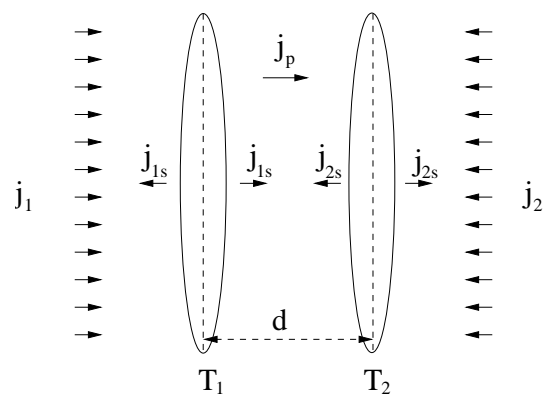
Za detekcijo sevanja v področju valovnih dolžin od 4 do 10  $\mu\text{m}$  uporabljamo predvsem termične detektorje, pri katerih zaznavamo spremembo temperature detektorja

pod vplivom sevanja. Najbolj znani termični detektorji so termočleni, bolometri (termistorji) in piroelektrični senzorji.

Termočlen je sestavljen iz dveh žičk iz različnih kovin, ki sta na koncih spojeni med seboj. Na spoju pride do prelivanja elektronov iz ene kovine v drugo, zato se med njima pojavi napetost. Ta napetost je odvisna od temperature spoja. Če enega od spojev držimo pri standardni temperaturi, drugega pa na merilnem mestu z neznano temperaturo, je razlika napetosti med stikoma v grobem sorazmerna z razliko njunih temperatur. Na ta način dobimo zelo priročen termometer. Če nato enega od stikov primerno oblikujemo in počrnimo, lahko termočlen neposredno uporabimo za detekcijo termičnega sevanja. V principu termočlen dobimo skoraj vedno, ko staknemo dve raznorodni prevodni snovi. Zato poznamo veliko tipov, ki se razlikujejo po natančnostih, območjih delovanja in občutljivosti na zunanje vplive (kemijske, mehanične itd.). V fizikalnih praktikumih se pogosto uporablja termočlen s spojem baker-konstantan znan pod imenom tip T.

Termočlene odlikujeta zelo enakomerna spektralna občutljivost in stabilnost. Njihova šibka stran pa je relativno počasen odziv (odzivni čas  $\tau \approx 50$  ms), zato so uporabni predvsem za statične meritve, pri katerih se osvetlitev s časom ne spreminja. Če več termočlenov zaporedno zvežemo v verigo, dobimo zelo občutljiv termični detektor (thermopile), ki dosega odzivne napetosti do 1 kV/W.

Radiometer, ki ga uporabljamo pri vaji, deluje na primerjalni način in shema le-tega je prikazana na sliki 8.1. Z njim zaznavamo razliko med gostoto svetlobnega toka  $j_1$ , ki pada na sprednjo stran in med gostoto svetlobnega toka  $j_2$ , ki pada na zadnjo stran radiometra. Sestavljen je iz dveh vertikalnih črnih plošč, med katerima je zrak. Če gostoti svetlobnih tokov nista enaki, imata črni plošči v ravnovesju različni temperaturi  $T_1$  in  $T_2$ . Razlika temperatur  $\Delta T = T_1 - T_2$ , ki je v prvem približku sorazmerna razliki gostote svetlobnih tokov  $\Delta j = j_1 - j_2$ , merimo s termočlenom.



Slika 8.1.: Shema radiometra.

Energija med ploščama se izmenjuje s sevanjem (na sliki  $j_{1s}$  in  $j_{2s}$ ) in s toplotnim tokom zaradi toplotne prevodnosti zraka med ploščama (na sliki  $j_p$ ). Prevajanje in konvekcijo na zunanji strani plošč zanemarimo. Če privzamemo, da sta obe plošči idealni črni telesi, dobimo za  $\Delta T$  v stacionarnem stanju izraz (izpelji doma):

$$\Delta T \doteq \frac{\Delta j}{12\sigma\bar{T}^3 + 2\frac{\lambda}{d}}$$

kjer je  $\bar{T}$  povprečna temperatura plošč,  $\lambda$  toplotna prevodnost zraka in  $d$  razdalja med ploščama. Pri računanju privzamemo, da je  $\Delta T \ll \bar{T}$ .

Naš radiometer je sestavljen iz dveh črnih ploščic izdelanih iz počrnjenega papirja in pritrjenih v aluminijast obroč. Preko obroča je povezana polietilenska folija, ki preprečuje konvekcijo. Na črn papir sta pritrjena spoja termoelementa: baker-konstantan. Termonapetost  $\Delta U$ , ki je proporcionalna temperaturni razliki na spojih  $\Delta T$ , merimo z mikrovoltmetrom. Občutljivost termoelementa je enaka  $\Delta U/\Delta T = 41 \mu\text{V/K}$ .

## Potrebščine

- Radiometer z merilnim termočlenom preko ojačevalca (glej dodatek) vezanim na voltmeter
- žarnica, grelna plošča z merilcem temperature, variak
- ravnilo, multimeter
- okna iz različnih snovi (silicij, teflon, navadno steklo, pleksi steklo in kremenovo steklo)

## Naloga

1. Preveri, da gostota svetlobnega toka točkastega svetila pada s kvadratom razdalje od svetila.
2. Preveri temperaturno odvisnost gostote izsevanega svetlobnega toka, da le-ta ustreza Stefanovem zakonu  $j^* = \sigma T^4$ .
3. Določi prepustnost nekaterih snovi za termično sevanje žarnice in kuhalnika pri dveh različnih temperaturah.

## Navodilo

**1.** Voltmeter kaže za nek faktor (predvidoma 20.000) ojačano napetost  $\Delta U$ , ki je proporcionalna razliki gostote svetlobnega toka z desne in z leve strani radiometra:  $\Delta U = C \Delta j$ . Sorazmernostna konstanta  $C$  je podana z občutljivostjo termoelementa in lastnostmi ojačevalca ter s prej navedeno zvezo med  $\Delta T$  in  $\Delta j$ . Odvisna je od povprečne temperature  $\bar{T}$ , ki pa je vedno zelo blizu sobne, zato lahko  $C$  smatramo za nespremenljivo pri celi meritvi. Ker so naše meritve primerjalne, nam konstante  $C$  ni treba kvantitativno določiti.

Prižgi žarnico, postavljeno na razdalji  $d = 1$  m od radiometra, počakaj približno 1 minuto, da se vzpostavi ravnovesje in ponovno odčitaj vrednost, ki jo kaže mikrovoltmeter. Ponovi meritev pri razdaljah  $d = 0.2, 0.23, 0.27, 0.32, 0.38, 0.44, 0.52, 0.61, 0.72, 0.85$  in 1 m. Nariši diagram gostote svetlobnega toka v odvisnosti od obratne vrednosti kvadrata razdalje.

**2.** Počrnjeno grelna ploščo postavi približno 30 cm od radiometra in jo segrej do največ 250 °C. Temperaturo grelne plošče razbereš iz dodatnega merilca temperature – multimeter s termoelementom in pretvornikom napetosti iz termoelementa v temperaturo. Termoelement pripadajoč multimetru je tipa K, ki predstavlja spoj zlitin cromel-a (90/10 Ni/Cr) in alumel-e (95/5 Ni/Al) z občutljivostjo 41  $\mu\text{V/K}$  in je splošno uporaben ter zelo razširjen. Merjenje temperature poteka z natančnostjo podano v spodnji tabeli:

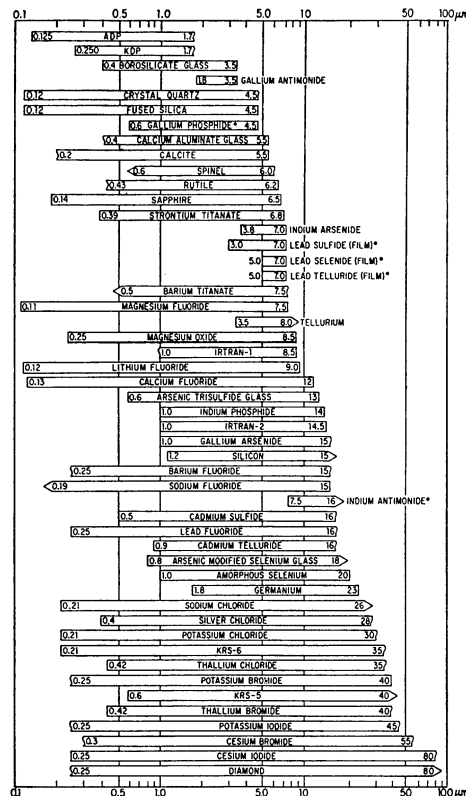
temperaturni intervali [°C]	natančnost	resolucija [°C]
-50 do 400	$\pm 0.75 \%$ , $\pm 3$ °C	1
400 do 1000	$\pm 1.5 \%$ , $\pm 15$ °C	1
0 do 40	$\pm 2$ °C	1

Pri segrevanju nastavi variabilni transformator (variak) na največ 140 V. Pri ohlajanju naj bo variac nekaj časa na 70 V, nato pa na nič. Med ohlajanjem si zapisuj vrednosti obeh termonapetosti. Nariši diagram gostote svetlobnega toka  $j(T)$ , ki ga seva grelna plošča, v odvisnosti od  $T^4 - T_0^4$ , pri čemer je  $T_0$  sobna temperatura,  $T$  pa temperatura plošče (v K).

**3.** Med grelna ploščo in radiometer postavi plošče iz različnih materialov (steklo, pleksi steklo, papir ...) in določi njihovo prepustnost. Gostota svetlobnega toka  $j$  pri dani valovni dolžini  $\lambda$  se ob prehodu skozi snov debeline  $L$  spremeni iz začetne vrednosti  $j_0$  v  $j_1$  po formuli

$$j_1(\lambda) = j_0(\lambda) T(\lambda, L), \quad T(\lambda, x) = t(\lambda) e^{-\mu(\lambda)x}$$

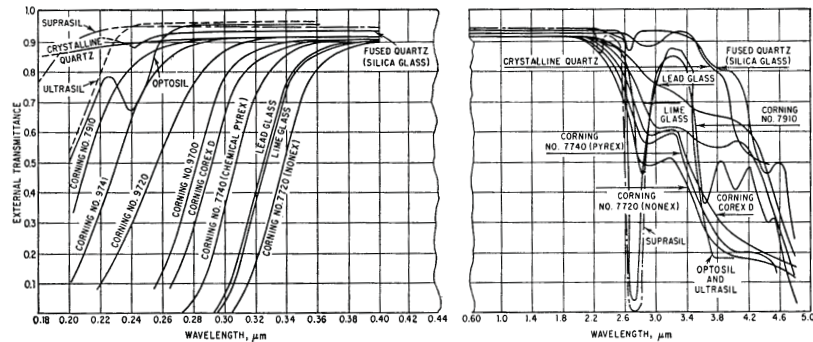
kjer je  $t(\lambda)$  koeficient transmitivnosti - količnik koliko svetlobnega toka se ne odbije, in  $\mu$  absorpcijski koeficient. Tukaj je smiselno uvesti izraza zunanja prepustnost in interna prepustnost. Prvi je rezultat refleksije kot absorpcije in definiran s  $T(\lambda, L)$ , drugi pa je odvisen le od absorpcije in dan z  $e^{-\mu(\lambda)L}$ . Območja večje prepustnosti za različne snovi so prikazana na sliki 8.3.



Slika 8.2.: Območja valovnih dolžin za različne snovi, kjer je zunanja prepustnost 2 mm debele plošče večja od 10 %. Znotraj meja je snov "prozorna", zunaj pa "neprozorna"

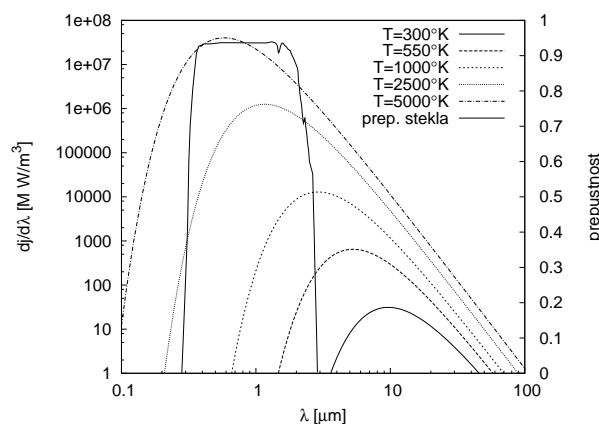
V območju ultravijolične svetlobe ima večina izolatorjev in polprevodnikov velik absorpcijski koeficient ( $\mu > 10^5 \text{ m}^{-1}$ ), zato tam ne prepuščajo elektromagnetnega valovanja. Do absorpcije pride zaradi vzbujanja elektronskih prehodov zunanjih elektronov v atomih oz. zaradi prehoda elektronov iz valenčnega v prevodni pas. Svetloba nekoliko

daljših valovnih dolžin teh prehodov ne more več povzročiti, zato snovi postanejo prozorne. Okno prozornosti se konča v infrardečem področju, ko postane frekvenca svetlobe primerljiva s frekvenco molekularnih in atomskih nihanj, se pravi z vibracijskimi nivoji v snovi. Takrat se absorpcijski koeficient znova močno poveča. Opisano se tudi lepo vidi s slike 8.2. Prepustnost je v grobem eksponentno pada z večanjem absorpcijskega koeficienta in je zato je kot funkcija valovne dolžine ali frekvence približno škatlaste oblike, kar si lahko za nekaj stekel in prevlek ogledamo na sliki 8.3.



Slika 8.3.: Zunanja prepustnost  $T(\lambda)$  za različna stekla verjetno enakih debelin. [2]

Interval valovnih dolžin, na katerem je material prozoren, se od snovi do snovi močno razlikuje, glej sliko 8.2. Okensko steklo, denimo, ima prepustnost približno 92% v spektralnem pasu od okoli 350 nm do 4.5  $\mu\text{m}$ , glej sliko 8.4. Zato prepušča večino energijskega toka termičnega sevanja pri 5000 K, odbija pa skoraj ves energijski tok sevanja pri 300 K. To lastnost izkoriščamo pri rastlinjakih (toplih gredah). Silicij, po drugi strani, pa odbija vso vidno svetlobo in prepušča v infrardečem področju na intervalu od 1.2  $\mu\text{m}$  do 15  $\mu\text{m}$ . Najširše območje prozornosti ima diamant, ki prepušča elektromagnetno valovanje od valovne dolžine 250 nm pa vse do 100  $\mu\text{m}$ .



Slika 8.4.: Spekter termičnega sevanja pri različnih temperaturah podan s Planckovo formulo (8.1) in prepustnost tipičnega optičnega stekla (BK7 steklo) debeline 10mm.

Ob upoštevanju zapisanega vemo, da z našim radiometrom merimo gostoto svetlobnega toka podano kot

$$j = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \frac{dj}{d\lambda} d\lambda,$$

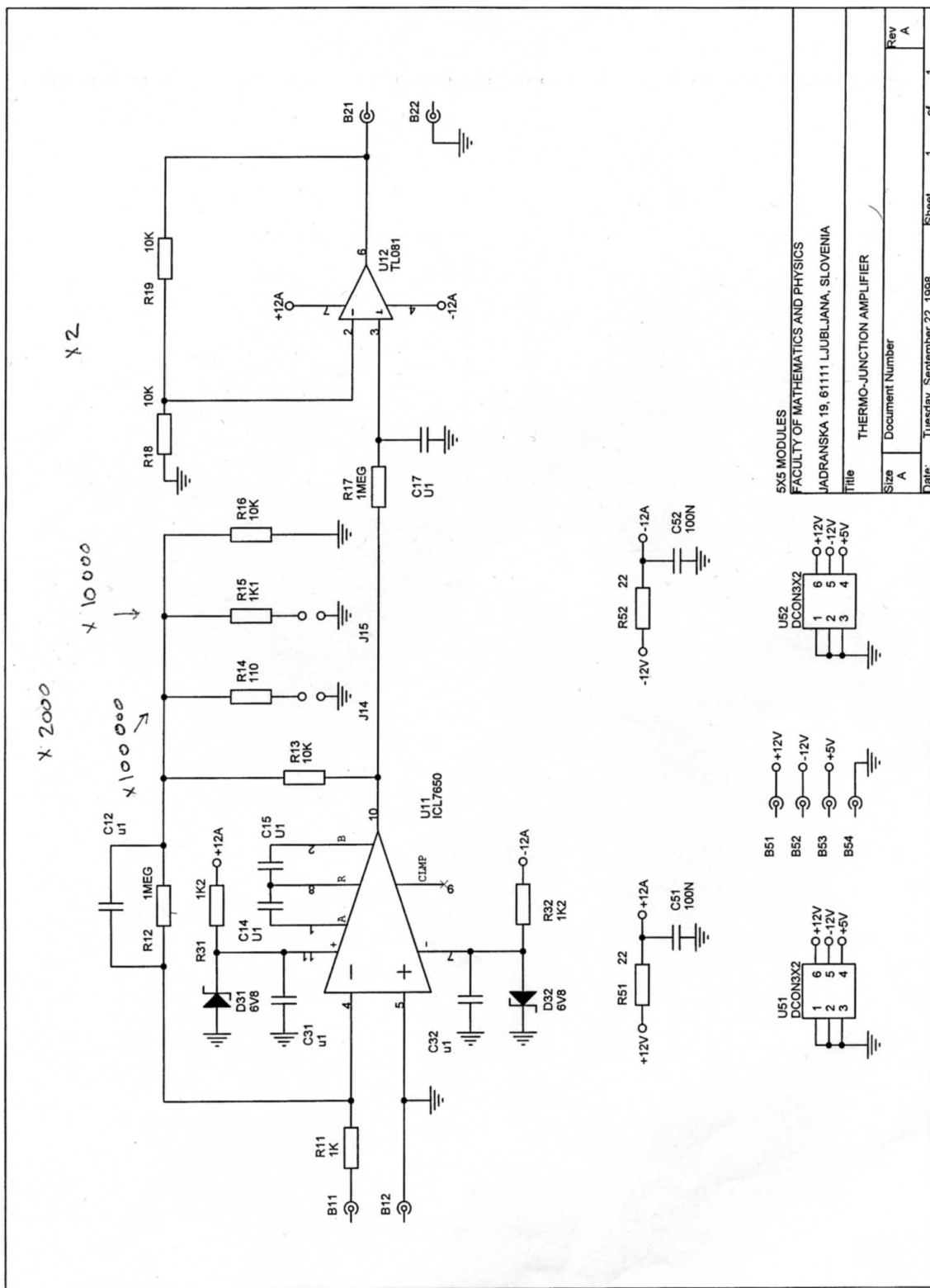
pri čemer sta  $\lambda_{\min}$  in  $\lambda_{\max}$  določeni s prepustnostjo folije, ki obdaja radiometer oz. z barvo, s katero so počrtnjene njegove plošče. Izmeri razmerje med gostoto vpadnega in prepuščenega svetlobnega toka skozi različne snovi. Pri isti snovi primerjaj med seboj rezultate, dobljene z različnimi izvori sevanja, denimo z žarnico ( $T \approx 2500$  K) in z grelno ploščo ( $T \approx 550$  K).

## Literatura

- [1] Kuščer I. in Kodre A., *Matematika v fiziki in tehniki* (DMFA, Ljubljana 1994)
- [2] Gray D.E. , *American Institute of Physics handbook* (McGraw-Hill, New York, 1972)



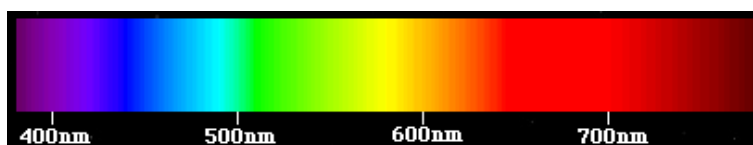
Dodatek: Vezje ojačevalca v uporabi



## 9. Spektrometer

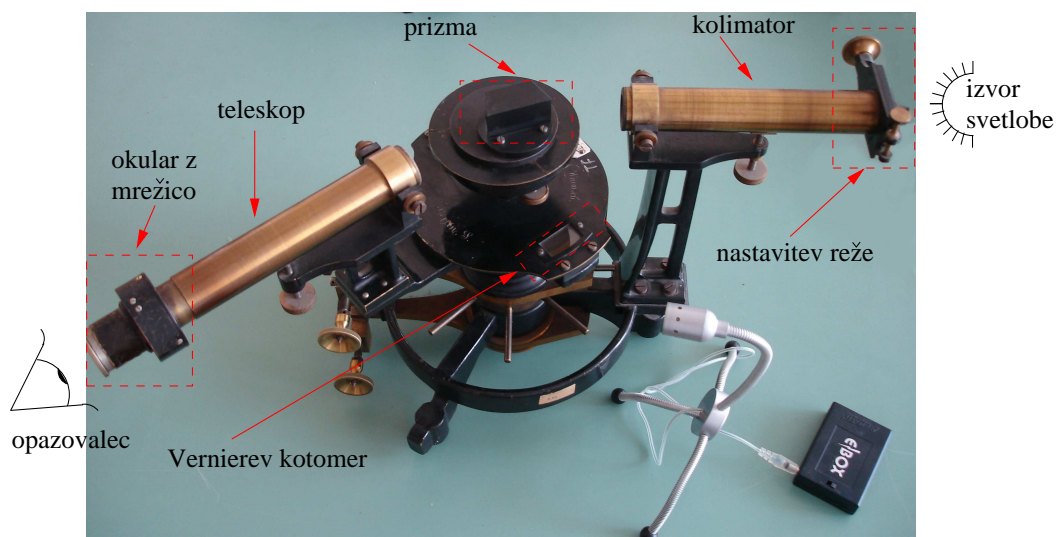
### Uvod

Spektroskop je priprava za merjenje spektrov, to je porazdelitve svetlobnega toka po frekvenci ali valovni dolžini. Poznamo mnogo vrst spektroskopov prirejenih različnim potrebam glede spektralnega področja, ločljivosti, razpoložljivega svetlobnega toka itd. V naši vaji bomo uporabljali klasični optični spektroskop na prizmo. Njegovo delovanje temelji na principu, da se svetloba v prizmi iz stekla razcepi na raznobarvne komponente. Kot detektor valovanja uporabljamo človeško oko in tako smo omejeni na merjenje vidnega spektra, glej sliko 9.1. Osnovne komponente spektroskopa so kolimator z lečo in



Slika 9.1.: Približna reprezentacija vidnega spektra v barvah kot funkcija valovnih dolžin.

reža, ki je postavljena v goriščno lego leče. Kolimator pretvori divergentni snop svetlobe iz reže v vzporednega (kolimiranega). Osrednji del spektroskopa je prizma iz stekla z disperzijo lomnega količnika  $n(\lambda)$ , ki razcepi snop kolimirane svetlobe na posamezne barvne komponente in te se razlikujejo po kotu širjenja. Tako vsako komponento svetlobe pričakujemo pri drugem kotu glede na vstopni kolimiran snop. Le-te s pomočjo zbiralne leče v teleskopu zberemo v svoji goriščni ravnini v slike rež. Shemo spektroskopa povzema slika 9.2. Če je opazovani spekter monokromatski, dobimo eno sliko reže, sicer pa dobimo



Slika 9.2.: Slika in shematični prikaz optičnega spektroskopa na prizmo. Skozi teleskop vidimo na prizmi po valovnih dolžinah razcepljeno svetlobo izvora. Za dobro delovanje spektrometra moramo pravilno izbrati osvetlitev vhodne zaslonke, zato da kolimirani snop svetlobe napolni prizmo. Takrat je ločljivost spektroskopa odvisna od velikosti prizme in njene optične disperzije.

za vsako valovno dolžino svojo sliko. Curki svetlobe z različnimi valovnimi dolžinami se namreč na prizmi lomijo pod različnimi koti zaradi disperzije lomnega količnika stekla,

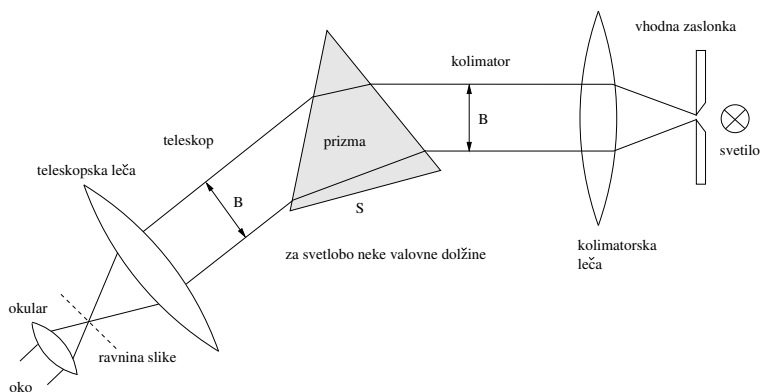
iz katerega je narejena prizma. Pri normalni disperziji, kakršno ima prizma, je lomni količnik za rdečo svetlobo manjši od tistega za modro svetlobo in se zato modra svetloba na prizmi lomi za večji kot.

Širina reže določa minimalno širino slike, saj se vsaka točka v reži preslika v ustrezno točko slike. Čim manjša je reža, ostrejša je slika, vendar je pri tem manj tudi celotnega svetlobnega toka in je s tem opazovanje šibkih spektralnih komponent težavneje. Zato je nastavev reže vedno kompromis med ločljivostjo, ki jo običajno podamo kot razmerje  $\Delta\lambda/\lambda$ , in svetlostjo. Ločljivost spektroskopa pa omejujejo tudi nezaželeni uklonski efekti na optičnih elementih - vstopni reži, prizmi in lečah. Uklonskim efektom se izognemo, če se optične poti v optičnem elementu za svetlobo z dobro določeno valovno dolžino razlikujejo bistveno manj kot ena valovna dolžina. Iz tega pogoja sledi, da je velikost slike oz. vstopne reže navzdol omejena in je njena minimalna vrednost podana kot

$$\Delta D \approx \frac{\lambda}{B} f,$$

kjer je  $B$  širina izhodnega svetlobnega snopa in  $f$  goriščna razdalja kolimatorske oz. teleskopske leče. V primeru prizme pa pogoj odsotnosti uklonskih efektov prevedemo v ločljivost spektroskopa v primeru simetričnega loma na prizmi. Takrat je ločljivost odvisna le od velikosti prizme podane z dolžino osnovnega roba  $S$  in od disperzije lomnega količnika prizme  $dn/d\lambda$  kot

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \left( S \frac{dn}{d\lambda} \right)^{-1}.$$



Slika 9.3.: Shematični prikaz poteka svetlobe skozi spektrometer.

**Vrste spektrov.** Emisijske spektre opazujemo, če izvor sam oddaja svetlobo. Pri omejeni ločljivosti, kakršno lahko dosežemo z našim spektrometrom, delimo te spektre na zvezne in črtaste. (Pri dovolj veliki ločljivosti pa ugotovimo, da je vsak spekter zvezen.) Zvezne spektre sevajo razžarjene trdne snovi, npr. žarilna nitka v volframovi žarnici. Barva izsevane svetlobe je določena z absolutno temperaturo žarečega telesa in pa z lastnostmi površine, ki jih opišemo z albedom oziroma emisivnostjo. Merjenje izsevane svetlobe lahko uporabimo za merjenje temperature žarečih snovi s pirometrom, npr. v kovinski industriji.

Črtaste spektre sevajo plini. Valovna dolžina spektralnih črt je določena z energijo elektronskih prehodov v atomih plina ali z vibracijskim oz. rotacijskimi prehodi v molekulah. Slednji so predvsem dobro zaznavni predvsem v infrardečem območju. Nekatere črte so tako blizu skupaj, da so pri dani ločljivosti sistema praktično nerazločljive ter tako tvorijo spektralne pasove.

Na teoretično širino spektralnih črt izven merilnega sistema vpliva v prvi vrsti Heisenbergovo načelo nadoločenosti [1] po katerem ima porazdelitev izsevane intenzitete po frekvencah  $P(\nu)$  za dano spektralno črto pri frekvenci  $\nu_0$  obliko Lorentzove funkcije

$$P_L(\nu) = \frac{\alpha_L/\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2},$$

kjer je v idealnem vakuumu polovična širina črte v enotah frekvence  $\alpha_L = h/(2\tau)$  in  $\tau$  je čas prehoda iz energijsko višjega v nižje stanje. Zaradi okoliškega plina pa postane širina temperaturno  $T$  in tlačno  $P$  odvisna v obliki

$$\alpha_L(T, P) = \alpha_0 \frac{P}{P_0} \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/2},$$

kjer je  $\alpha_0$  polovična širina pri STP:  $T_0 = 273K$  in  $P_0 = 1013mB$ . Zaradi gibanja delcev v plinu je emisija z delcev podvržena Dopplerjevemu efektu. Gibanje delcev je naključno in recimo, da delci v lastnem sistemu sevajo valovanje s frekvenco  $\nu_1$ . Zaradi Dopplerjevega efekta ima v laboratorijskem sistemu intenziteta te emisije Gaussovo porazdelitev

$$P_D(\nu) = \frac{1}{\alpha_D \sqrt{\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{\nu - \nu_1}{\alpha_D} \right)^2 \right],$$

pri čemer je celotna širina  $\alpha_D = \nu_1 \sqrt{2k_B T / (mc^2)}$ . Oba efekta nastopata istočasno in zato je pravilna porazdelitev konvolucija obeh porazdelitev

$$P_V = P_L * P_D,$$

ki jo imenujemo Voigtov profil. Za nadaljne branje o lastnostih razelektritvenih spektrov v optičnem območju se priporoča [2]. V okviru vaje opisanih fizikalnih procesov širjenja spektralnih črt ne opazimo, saj je snop žarkov skozi režo tipično preširok.

Če postavimo med belo svetilo in spektrometer merjenec, se v spektru lahko pojavijo temna področja, ki frekvenčno ustrezajo črtam, ki bi jih merjenec izseval, če bi ga uporabili kot svetilo. Vsaka snov absorbira prav tisto komponento svetlobe, ki jo lahko tudi izseva. Z merjenjem absorpcije je mogoče ugotavljati npr. sestavo atmosfer oddaljenih zvezd ali vsebnost različnih primesi v razredčeni krvi. Absorpcijski spekter Sonca je pomeril nemški optik Fraunhofer že v začetku prejšnjega stoletja. Fraunhoferjeve črte solarnega spektra dokazujejo obstoj plinov v Sončevi atmosferi (natrij, kalcij,...). Spektri zvezd v vesolju so v primerjavi z ustreznimi spektri izmerjenimi v laboratoriju premaknjeni zaradi Dopplerjevega efekta proti manjšim frekvencam, iz česar je mogoče oceniti hitrost oddaljevanja posameznih zvezd.

## Potrebščine

- spektroskop, transformator, induktor, stojalo za spektralne žarnice, spektralne žarnice He, Ne, in H<sub>2</sub>

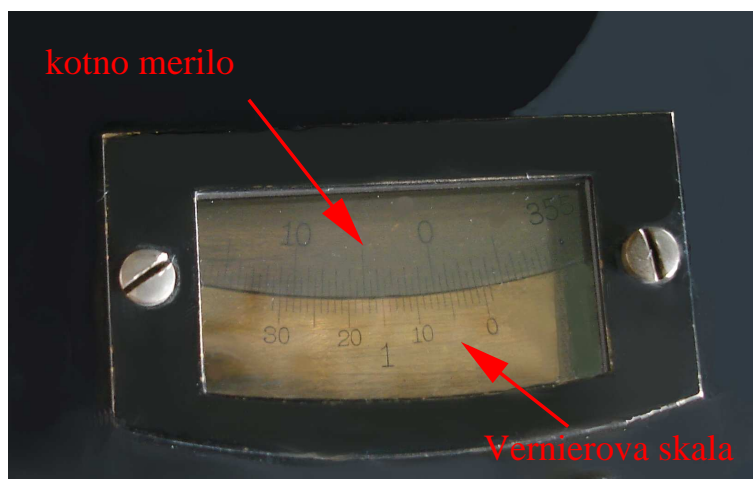
- živosrebrna svetilka s transformatorjem, varčna žarnica, LED diode, volframova žarnica, cevka z  $\text{NO}_2$

## Naloga

1. Umerite kotno skalo spektroskopa s spektralnimi črtami Hg svetilke.
2. Izmerite valovne dolžine spektralnih črt v spektru varčne žarnice. Primerjajte spekter s tistim, izmerjenim pod točko 1.
3. Izmerite centralno valovno dolžino in ocenite spektralno širino rdeče, rumene, zelene in modre svetleče diode (LED).
4. Opazujte zvezni spekter volframove žarnice in oceni valovno dolžino najsvetlejšega (rumenega) dela in zapišite intervale, ki jih pokrivajo posamezne barve.
5. Opazujte absorpcijski spekter  $\text{NO}_2$  tako, da cevko s plinom preseivate z belo svetlobo.
6. Izmerite valovne dolžine črt v spektru He, Ne in  $\text{H}_2$ .

## Navodilo

Kotomer na spektroskopu meri ravninski kot teleskopa v stopinjah in je opremljen z Vernierovo skalo, glej sliko 9.4, ki jo opazujemo s povečevalom. Uporabimo jo za določitev kotnih minut zasuka teleskopa na identičen način kot skale na kljunastem merilu pri določitvi dimenzije na desetinko milimetra natančno. Če želimo iz kotov direktno izraziti valovno dolžino, moramo kotomer za dano lego prizme umeriti, kar storimo z opazovanjem izvorov z znanimi spektralnimi črtami. Okular nastavite tako, da je slika reže ostra, in reža naj bo čim bolj ozka. Pri spreminanju širine reže se premika le en rob slike, drugi pa ostaja pri miru. Pri meritvah opazuj vedno tisti rob reže, ki je fiksni.



Slika 9.4.: Povečana slika Vernierovega kotomera na spektroskopu.

Najprej umerite skalo spektrometra s Hg svetilko. Živosrebrno svetilko priključite preko transformatorja na 220 V. Za vse močne črte zapišite na skali in v tabeli 9.1 poiščite

pripadajoče valovne dolžine. Narišite umeritveno krivuljo, kjer na absciso nanašate prebrane lege kotov in na ordinato valovne dolžine. Skozi točke potegnite najbolj smiselno gladko krivuljo, ki jo upoštevate pri nadaljnjih meritvah.

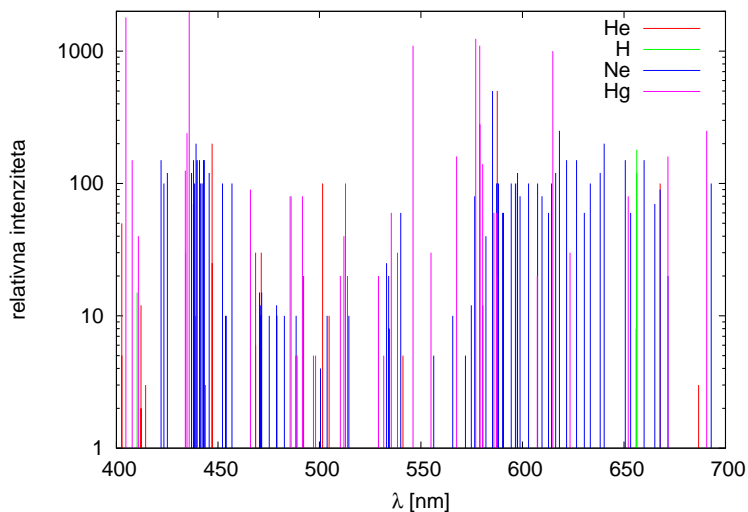
Oglejte si emisijske spektre svetlobe iz LED diod, varčne žarnice in volframske žarnice, kjer izmerite valovne dolžine pomembnejših črt ali sprememb v intenziteti zveznih spektrov. Na enak način diskutirajte emisijske spektre dobljene pri razelektritvi skozi ampule plinov He, Ne in H<sub>2</sub>. To storite tako, da ampulo s plinom postavite v **neprižgan** namenski nosilec s kombiniranim samo-reguliranim visokonapetostnim izvirom, kot je prikazan na sliki 9.5, in tako ga prižgete s stikalom na zadnji strani ohišja. Ob prižigu



Slika 9.5.: Nosilec za ampule s plinom, ki je kombiniran s samo-reguliranim izvirom visoke enosmerne napetosti do 6 kV in tokovi do 2 mA. Ampule plina so pri nizkem tlaku med 10 do 100 Pa.

izvor samostojno zvišuje napetost med elektrodama na ampuli dokler ne steče ustrezen tok oz. dosežemo maksimalno napetost 6 kV. Ob dovolj visoki napetosti se elektroni v atomih plina osvobodijo in plin se ionizira ter tvori plazmo, ki pa ima bistveno manjšo upornost kot snov v plinskem stanju. Tako med elektrodama steče tok in pri vračanju elektronov v prazne orbite le-ti oddajajo svetlobo, ki jo nato mi vidimo. Tukaj delamo z visoko napetostjo, zato se **ne dotikajte ampule v nosilcu, ko je le-ta prižgan!** Meritve emispektrov si organizirajte tako, da navedite izmerjene vrednosti valovnih dolžin, barvo opazovane črte, popravljene vrednosti valovnih dolžin in za primerjavo še prave

vrednosti iz tabele 9.1, če le-te obstajajo. Spektri vseh črt v teh elementih so grafično prikazan na sliki 9.6.



Slika 9.6.: Grafični prikaz vseh znanih spektralnih črt v vidnem spektru elementov He, Hg, Ne, H z njihovimi intenzitetami, ko so le-ti v plinskem stanju.

Za opazovanje absorpcijskega spektra  $\text{NO}_2$  pa postavite pred volframsko žarnico ampulo z merjencem in si zabeležite nekaj ( $\sim 10$ ) najbolj vidnih črt.

## Literatura

- [1] J. Strnad, *Fizika, 3. del, Posebna teorija relativnosti, Atomi*, (DZS, Ljubljana 1980).
- [2] R. Payling, et.al. *Glow Discharge Optical Emission Spectrometry*, (John Wiley & Sons, 1997)
- [3] J. Reader, H. Ch. Corliss, *Line Spectra of the Elements* (CRC Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press, 1981).

Tabela 9.1.: Valovne dolžine glavnih spektralnih črt Hg, H<sub>2</sub>, Ne in He in njihove relativne jakosti v spektru elementa [3].

Plin	Barva	nm	Intenzit.	Plin	Barva	nm	Intenzit.
	Vijolična	404.7	1800		Sinje zelena	488.5	10
		407.5	150		Zelena	503.7	10
	Modra	433.9	125			514.0	10
		434.7	240			533.0	25
		435.8	2000			534.0	20
						540.0	60
Hg	Zelena	491.6	80	Ne			
		512.8	100				
		546.1	1100		Svetlo zelena	576.0	80
	Rumena	578.0	1240		Rumena	585.2	500
		580.0	1100				
		607.2	20		Oranžna	594.3	100
		614.9	1000		Rdeča	618.3	250
		623.4	30			640.2	200
	Vijolična	410.2	15		Vijolična	402.6	50
		434.0	30			447.1	200
						468.5	30
	Modro-zelena	486.1	80		Modra	471.3	30
H <sub>2</sub>				He	Zelena	492.2	20
	Rdeča	656.27	120			501.6	100
		656.28	180				
					Rumena	587.562	500
						587.597	100
					Rdeča	667.8	200
						706.6	30



## 10. Karakteristika Si fotodiode

### Uvod

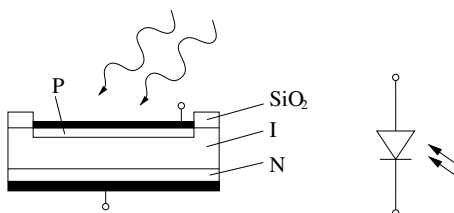
Svetlobo lahko zaznavamo na mnogo različnih načinov. Lahko merimo njene toplotne, kemične in seveda električne učinke, ki so v merilni tehniki najbolj praktični. Vsi našteti učinki so tudi uporabni, kadar želimo izkoriščati svetlobno (sončno) energijo.

Omejimo se le na električne učinke svetlobe in na interakcijo med svetlobnim poljem in elektroni v snovi. Temelje sodobnega razumevanja te interakcije sta postavila leta 1900 Planck in 1905 Einstein z razlago fotoefekta. Fotoefekt lahko delimo na notranji in zunanji, kjer pri prvem vzbujeni elektroni ostanejo v snovi, v kateri so nastali, pri zunanjem fotoefektu pa fotoelektroni zapustijo ta material. Notranji fotoefekt v polprevodnikih je uporaben predvsem za detekcijo infrardeče svetlobe. Boljše detektorje pa lahko dobimo, če vzbujene elektrone prostorsko ločimo od centrov, kjer so nastali, in tako preprečimo rekombinacijo. Tipičen primer je fotoefekt na katodi fotopomnoževalke. Energijsko bilanco zunanjega fotoefekta zapišemo kot

$$h\nu = W_{iz} + \frac{m_e v^2}{2},$$

kjer je  $h\nu$  energija svetlobnega kvanta,  $W_{iz}$  je izstopno delo, to je vezavna energija najrahlje vezanih elektronov v snovi,  $m_e$  je masa in  $v$  hitrost izbitega elektrona v vakuumu. Ker so minimalne vezavne energije elektronov okoli 1 eV, lahko detektiramo preko zunanjega fotoefekta le svetlobo z valovnimi dolžinami, krajšimi od 1000 nm.

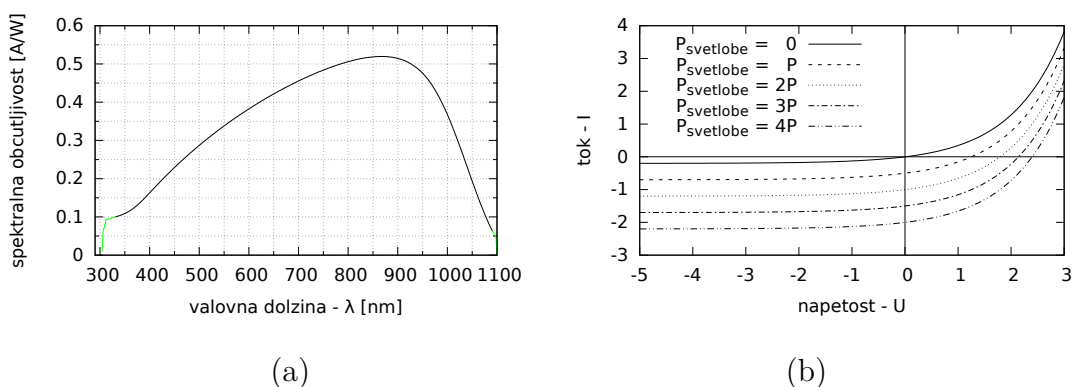
Silicijeva PIN fotodiode tudi izkorišča fotoefekt v nehomogenem sredstvu. Sestavljena je iz treh plasti, p-dopirane, n-dopirane in i -intrinzične, to je čim bolj čiste ali s kompenziranimi nečistočami, glej skico 10.1. Svetloba naj bi se absorbirala v i-plasti Si, kamor navadno vpada skozi čim tanjšo p-plast, okoli 1 mm debelo. Svetlobno občutljiva plast je običajno debela okoli 10  $\mu$ m, saj želimo veliko verjetnost za absorpcijo svetlobe v tej plasti. Absorbiran foton v i-plasti z verjetnostjo blizu 100 % tvori par elektron-vrzel. Notranje difuzijsko polje v tej plasti, ki pa je navadno še dodatno povečano z zunanjo pritisnjeno napetostjo, potegne elektron v n-plast in vrzeli v p-plast fotodiode, kar povzroči električni tok.



Slika 10.1.: Skica PIN diode.

Električni tok je torej direktna posledica svetlobnega (fotonskega) toka in zato je občutljivost fotodiode izražena s pretočenim električnim nabojem kot posledico absorpcije enega fotona (število el. nabojev)/(število abs. fotonov) v kar širokem področju (tipično 300 nm do 900 nm) konstantna in enaka približno 0.9 osnovnega naboja (temu običajno rečemo 90 % kvantni izkoristek). Izkoristek fotodiode za opravljanje dela pa je največ nekaj 10%. Trenutne (leta 2009) najefektivnejše fotocelice dosega 40% [1],

ki pa so po sestavi mnogoplastne. Spektralna občutljivost fotodiode izražena kot kvocient med električnim tokom in močjo vpadne svetlobe pri določeni valovni dolžini pa kaže v tem istem področju linearno naraščanje z valovno dolžino, kakor kaže slika 10.2a. Odstopanja v ultravioletnem delu karakteristike so posledica povečane absorpcije in s tem večje verjetnosti nekoristne tvorbe para v p-plasti. Na zgornji meji spektra začne občutljivost padati zaradi zmanjševanja absorpcije in končno premajhne energije fotonov v primerjavi z energijsko režo Si. Za meritve svetlobe uporabljamo fotodiodo večinoma v fotoprevodnem načinu, to je nanjo pritiskemo napetost v zaporni smeri in merimo tok. V tem načinu je fotodioda izvrsten *linearen detektor svetlobe*, kot se tudi vidi na sliki 10.2b. Če ne uporabimo zunanje napetosti je linearnost slaba in to tem bolj, čim več električne moči črpamo iz fotodiode. Kadar pa hočemo fotodiodo uporabiti kot vir električne moči, je njena karakteristika zelo nelinearna.



Slika 10.2.: (a) Spektralna občutljivost tipične fotodiode. (b) Karakteristika  $I(U)$  fotodiode. Večja osvetljenost povzroči večji tok v zaporni smeri. V kvadrantu odvisnosti  $I(U)$  z negativnim tokom in pozitivno napetostjo oddaja fotodioda električno moč. Skrajnima odvisnostima, eni z  $U = 0$  in drugi z  $I = 0$ , rečemo fotogalvanski način oziroma fotovoltaični način delovanja.

## Potrebščine

- fotodioda v ohišju, svetleča dioda za osvetljevanje
- voltmeter, ampermeter, tokovni in napetostni izvor
- zunanje breme: potenciometer

## Naloga

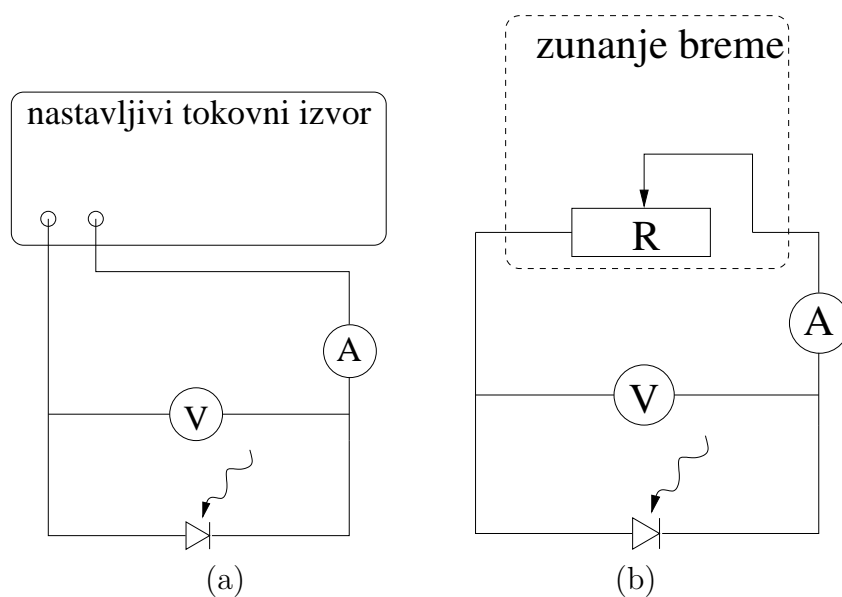
1. Izmeri električno karakteristiko  $I(U)$  fotodiode v temi in pri različnih osvetlitvah. Meri v obeh načinih, z zunanjim napajanjem, kjer lahko izmeriš celotno karakteristiko, in v fotogalvanskem načinu, kjer je možna meritev le v enem kvadrantu odvisnost  $I(U)$ .
2. Nariši en sam graf odvisnosti  $I(U)$  za vse meritve, kjer je parameter osvetljenost fotodiode. Iz diagrama določi, kolikšne upore bi morali priključiti na fotodiodo ob uporabljenih osvetlitvah, da bi se na uporu trošila kar največja električna moč.

3. Oцени izkoristek svetleče diode (LED), ki jo uporabljaš kot svetlobni izvor.

## Navodila

Priključi komponente po shemi na sliki 10.3a. Za osvetljevanje pri tej vaji niso primerne luči na izmenični tok, ker njihova svetilnost utripa s 100 Hz. Zato uporabimo tukaj svetlečo diodo, ki jo preko ustreznega upora priključimo na enosmerno napetost. Poskrbi, da te ne bo motila okoliška svetloba, zato prekrij izvor in detektor s črnim kosom blaga. Tok skozi fotodiodo spreminjaš v primernih korakih najprej s pomočjo potenciometra na tokovnem izvoru. Zasloni fotodiodo, da ostane v temi, in izmeri njeno karakteristiko. Spremeni osvetlitev in ponovno izmeri karakteristiko. To ponovi pri petih različnih osvetlitvah, ki jih je potrebno opisati tako, da jih kasneje lahko ponoviš. Kontroliraš jih lahko z oddaljenostjo od svetila. Med izbranimi osvetlitvami naj bo tudi maksimalna možna, takrat ko na fotodiodi zbereš skoraj vso svetlobo svetleče diode.

Izmeri še enkrat del karakteristike, ki ga lahko izmeriš brez zunanje napetosti. Uporabi shemo prikazano na sliki 10.3b in iste osvetlitve kot prej. Izmeri električno moč, ki se troši na svetleči diodi, tako da izmeriš tok in napetost. To moč primerjaj z izračunano močjo, ki jo določiš iz toka skozi fotodiodo, ko je bila ta maksimalno osvetljena. Upoštevaj spektralno občutljivost pri valovni dolžini 650 nm, ki jo prebereš iz slike 10.2a.



Slika 10.3.: (a) Meritev karakteristike  $I(U)$  fotodioda z zunanjim tokovnim generatorjem. (b) Meritev s fotodiodo, kot edinim generatorjem toka.

## Literatura

- [1] National Renewable Energy Laboratory, <http://www.nrel.gov>

# 11. Toplotna prevodnost

## Uvod

V sredstvu z neenakomerno temperaturo prehaja toplota z delov na višji v dele na nižji temperaturi. Toplotni tok v vsaki točki je sorazmeren negativnemu gradientu temperature,

$$\vec{j} = -\lambda \text{grad}T .$$

Sorazmernosti faktor  $\lambda$  imenujemo koeficient toplotne prevodnosti in je različen za različne snovi. Kovine so dobri toplotni prevodniki, električni izolatorji pa slabi toplotni prevodniki. Toplotna  $\lambda$  in električna prevodnost  $\sigma$  je v kovinah povezana zelo enostavno preko Wiedemann-Franzovega zakona [3]:

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = 3 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2.22 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}^2 .$$

Za tipične predstavnike kovin so toplotne prevodnosti navedene v tabeli 11.1.

Tabela 11.1.: Toplotna prevodnost  $\lambda$  pri STP za izbrane kovine po viru [1].

Kovina	$\lambda$ [W/Km]
Aluminij	209.3
Baker	389.6
Jeklo	45.4
Medenina	85.5
Srebro	418.7
Zlato	312.8
Železo	74.4
Železo, surovo	62.8
Živo srebro	28.1

Koeficient toplotne prevodnosti običajno merimo tako, da v merjencu vzpostavimo stacionarno stanje, to se pravi, da temperatura in tok nista odvisna od časa. Prav tako je primerno, da ima merjenec enostavno geometrijsko obliko, na primer obliko palice ali plošče, in pri tem toploto prevaja od ploskve, ali pa valja, tako da prevaja toploto v radialni smeri. Palica je primerna za dobre prevodnike toplote, ploščica in valj pa za slabe. Za palico in ploščo se zgornja enačba lahko zapiše kot

$$j = -\lambda \frac{\Delta T}{l} ,$$

pri čemer je  $\Delta T$  razlika temperatur na dolžini palice  $l$ . Temperatura  $T(\vec{r})$  znotraj telesa se spreminja v skladu z difuzijskim zakonom [2]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T ,$$

kjer je  $D = \lambda/(\rho c_p)$  toplotna difuzija,  $\rho$  gostota materiala in  $c_p$  specifična toplotna kapaciteta pri konstantnem tlaku. Konstante toplotne difuzije za nekaj pogosto uporabljenih kovin so navedene v tabeli:

Kovina	$D$ [ $10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s] pri 25 °C
Aluminij	8.418
Baker	11.234
Srebro	16.563
Zlato	12.768
Jeklo (1% C)	1.172

## Potrebščine

- merjenec - valj iz kovine
- posoda za hlajenje z vodo, dve čaši
- električni kuhalnik za olje, variak, električni grelec vode - bojler
- termočlen baker-konstantan, termonapetost je  $43 \mu\text{V/K}$ , konstantan je zlitina 60% Cu in 40% Ni
- mikrovoltmeter
- dva termometra do  $50^\circ\text{C}$  na  $1/10^\circ\text{C}$  natančno

## Naloga

1. Umeri termočlen - izmeri zvezo med temperaturno razliko in napetostjo na termočlenu.
2. Izmeri koeficient toplotne prevodnosti dane kovine.

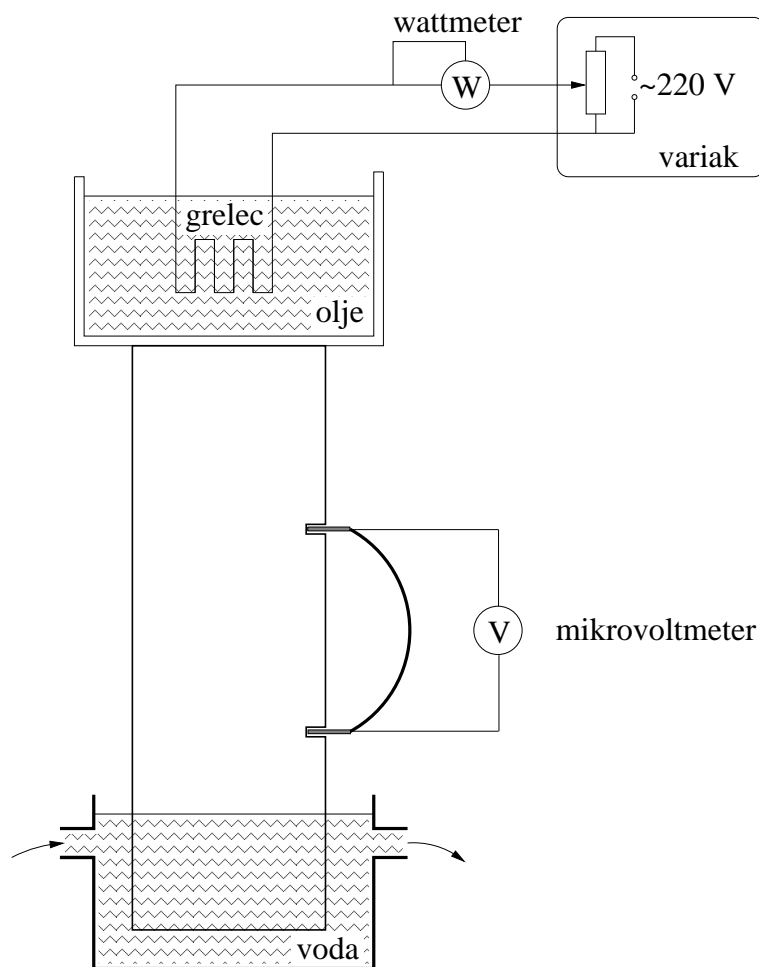
## Navodilo

Merjenec ima obliko palice. Stacionarno stanje vzpostavimo tako, da zgoraj segrevamo palico z električnim grelcem s stalno močjo  $P$ , spodaj pa vzdržujemo nižjo temperaturo s stalnim tokom vode. Temperaturno razliko med dvema točkama na palici določimo s termočlenom baker-konstantan. Toplotni tok skozi palico določimo z meritvijo moči grelca in preseka palice s pripravo, ki je prikazana na sliki 11.1.

Najprej umerimo termometer, ki smo ga sestavili iz termočlena in mikrovoltmetra. Ena spojna točka naj bo na stalni temperaturi, bodisi v talečem se ledu ali pa v čaši z vodo pri sobni temperaturi. Temperaturo kontroliraj s termometrom. Drugi spoj daš v čašo s toplo vodo, zraven pa drugi termometer. Mikrovoltmeter veži v bakreno vejo termočlena. Segrej vodo na  $50^\circ\text{C}$  z električnim grelcem (bojler). Voda naj se ohlaja. Od časa do časa pomešaj vodo in odčitavaj temperaturo in napetost na termočlenu. Tako napravi za vsaki dve stopinji.

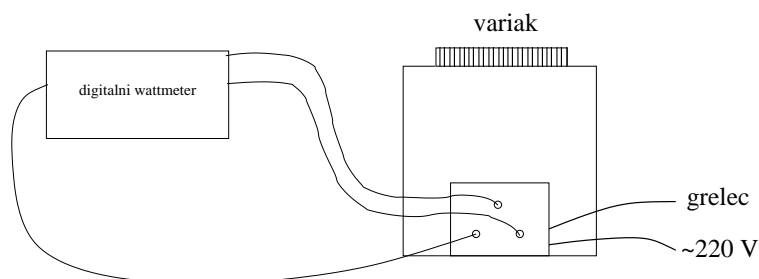
Nariši diagram temperaturne razlike v odvisnosti od napetosti in izrazi termonapetost ter jo primerjaj z zgoraj navedeno. Preveri, če oba termometra kažeta enako.

Ko smo umerili termočlen, sestavimo aparaturo za merjenje toplotne prevodnosti. Merjenec postavi na podstavek. Odpri pipo, da dobiš primeren tok vode. Posodo pokrij. Pri ravnanju z grelcem pazi, da bo vedno v pokončni legi, da se olje, v katerem je



Slika 11.1.: Shema postavitve poskusa.

potopljen, ne razlije. Vstavi v merjenec obe spojni točki termočlena. Zveži grelec preko wattmetra z variakom kot kaže slika 11.2.



Slika 11.2.: Vezava wattmetra z variakom v postavljenem poskusu.

Izmeri koeficient toplotne prevodnosti pri različnih močeh grelca. Moč naj bo od 30 W do 60 W. Na variaku ne prestopi napetosti 150 V. Pri vsaki meritvi počakaj, da se temperatura ustali. Izmeri še vse geometrijske podatke merjenca, ki jih potrebuješ. Iz konstant toplotne difuzije izračunaj karakteristični čas  $t_D$  po katerem temperatura motnja prepotuje dolžino vzorca  $L$ , kjer privzami, da velja difuzijska relacija  $L^2 = 2Dt_D$ . Vedi, da se temperatura v vzorcu ustali v času nekajkrat večjem od  $t_D$ .

**Literatura**

- [1] Koškin N I in Sirkevic M G *Priročnik elementarne fizike* (Ljubljana, Tehnična Založba Slovenije, 1990)
- [2] Strnad J, *Fizika, 1. del, Mehanika, Toplota* (DZS, Ljubljana, 1977)
- [3] Ashcroft N W in Mermin D N *Solid State Physics* (Harcourt College Pub., 1976)

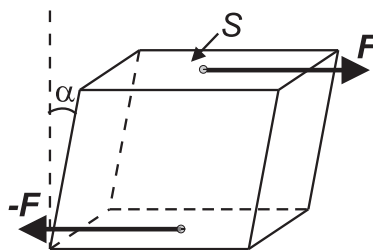
## 12. Torzijsko nihalo z visečo žico

### Uvod

Poleg tlačnih in nateznih obremenitev poznamo pri trdnih snoveh tudi strižne obremenitve. O strižni napetosti  $F/S$  govorimo takrat, ko leži sila v ravnini ploskve v kateri prejme, v nasprotju s tlačno silo, ki je pravokotna na ploskev. Navadno opazujemo strižne deformacije mirujočih teles. Zaradi ravnovesja sil na telo sklepamo, da strižne sile nastopajo v parih. Podobno kot smo pri natezni obremenitvi žice ali palice opredelili prožnostni (elastični) modul  $E$ , vpeljemo pri strižni obremenitvi strižni modul  $G$ . Par strižnih sil  $F$  in  $-F$  naj deluje na nasprotnih (osnovnih) ploskvah kvadra, tako da ga deformira v paralelepiped, kot prikazuje slika 12.1. Za strižno napetost velja enačba

$$\frac{F}{S} = G\alpha,$$

kjer je  $\alpha$  nagib dveh stranskih ploskev kvadra. Čeprav sta strižni sili navadno porazdeljeni ploskovno, ju zaradi nazornosti rišemo tako, kot da bi imeli točkasti prijemališči. Prožnostni in strižni modul sta odvisna od vrste snovi.



Slika 12.1.: Strižna deformacija, ki jo povzroči par nasprotnih sil.

Tudi pri torzijski deformaciji žice gre za čisto strižno obremenitev. V tem primeru so deli žice različno zasukani okrog njene vzdolžne geometrijske osi. Torzijski koeficient žice  $D$  je opredeljen z enačbo

$$M = D\phi,$$

kjer je  $M$  navor na žico in  $\phi$  zasuk enega konca žice glede na drugega. Strižne sile so porazdeljene na nasprotnih koncih - osnovnih ploskvah žice. Torzijski koeficient  $D$  je odvisen od dolžine in debeline žice ter od strižnega modula snovi, iz katere je narejena. Obravnavajmo žico z okroglim presekom. Žico z dolžino  $l$  in polmerom  $r_0$  si mislimo razdeljeno na koncentrične tanke cevke (votle valje), ki se med seboj tesno prilegajo, kot kaže slika 12.2. Pri torzijski deformaciji se izbran votli valj s polmerom  $r$  in debelino  $dr$  preoblikuje tako, da se njegova stena strižno deformira za kot  $\alpha = r\phi/l$ . To pomeni, da se zgornji del cevke zasučje glede na spodnjega za kot  $\phi$ . Zaradi te deformacije se na osnovni ploskvi površine  $2\pi r dr$  votlega valja pojavijo sile, katerih skupni navor glede na os žice je

$$dM = r dF = r\alpha G dS.$$

Celotni navor  $M$ , ki deluje na osnovno ploskev žice, je tako enak

$$M = \int dM = \frac{\pi r_0^4 G \phi}{2l}.$$



Iz zgornje enačbe lahko odčitamo torzijskega koeficient  $D$ , ki se zapiše

$$D = \frac{\pi r_0^4 G}{2l}$$

Iz izmerjenega torzijskega koeficienta žice lahko izračunamo strižni modul  $G$ . Strižni modul je za izotropne snovi povezan s prožnostnim modulom  $E$  s formulo

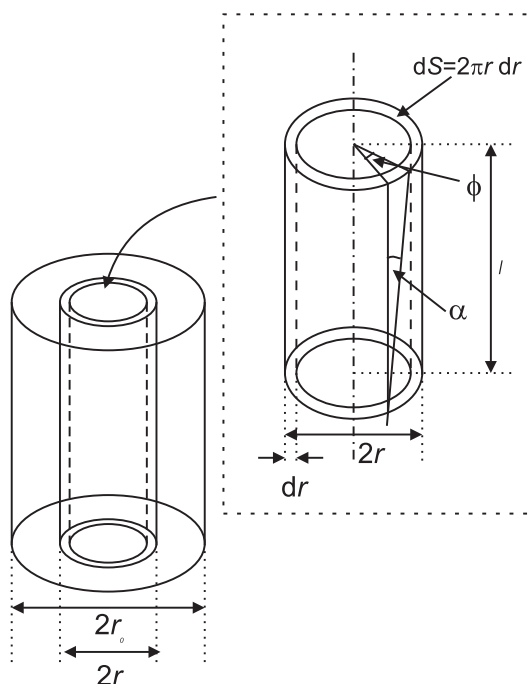
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

pri čemer je  $\mu$  Poissonovo število in predstavlja razmerje med skrčkom žice v prečni smeri  $\Delta r/r$  in podaljškem v vzdolžni  $\Delta l/l$ :

$$\frac{\Delta r}{r} = -\mu \frac{\Delta l}{l}.$$

Če na spodnji konec viseče žice obesimo telo, žico spodaj nekoliko zasukamo in spustimo, začne sučno nihati. Pri majhnih zasukih je to nihanje sinusno, nihajni čas pa je odvisen od torzijskega koeficienta žice in vztrajnostnega momenta obešenega telesa z enačbo

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (12.1)$$



Slika 12.2.: Torzijska deformacija žice.

## Potrebščine

- stojalo, jeklena žica, plošča z ročajem
- votel kovinski valj, kvader z valjasto votlino
- ravnilo (1 m), tehtnica, štoparica, kljunasto merilo, mikrometer

## Naloga

1. Ugotovite torzijski koeficient  $D$  žice.
2. Izračunajte strižni modul  $G$  jekla, iz katerega je žica.
3. Ugotovite vztrajnostni moment danega telesa (kvadra z valjasto votlino) iz meritve nihajnega časa torzijskega nihala in primerjajte rezultat z izračunanim vztrajnostnim momentom.

## Navodilo

Na stojalo pritrdite žico in nanjo obesite ploščo z ročajem. Najprej izmerite nihajni čas nihala pri prazni plošči, potem z votlim valjem na plošči in nazadnje še s kvadrom z valjasto odprtino na plošči. Obe telesi dobro centrirajte. Pri vsaki meritvi (za vse tri nihajne čase) izmerite čas primerne števila nihajev (vsaj 10) s štoparico in vsako meritev ponovite vsaj trikrat. Pazite, da so kotne amplitude pri nihanju majhne! Premislite, ali je bolje meriti nihajni čas ob prehodih skozi mirovno lego ali v skrajni legi.

Telesi, votli valj in kvader z valjasto odprtino premerite in stehtajte. Prav tako premerite žico. Z uporabo enačbe (12.1) iz izmerjenih nihajnih časov za različna telesa izračunaj vztrajnostni moment plošče  $J_p$  in kvadra  $J_k$  ter torzijski koeficient žice  $D$ . Pri tem upoštevajte, da je vztrajnostni moment votlega valja enak

$$J_v = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2),$$

kjer sta  $r_1$  in  $r_2$  notranji in zunanji radij valja in  $m$  njegova masa. Zadnjo formulo tudi sami izpeljite. Iz torzijskega koeficienta  $D$  in dimenzij žice izračunajte strižni modul kovine  $G$ . Primerjajte ga s strižnim modulom za jeklo, ki ga izračunate iz podatkov za  $E$  in  $\mu$  iz tabel v priročnikih, npr. [1].

Vztrajnostni moment polnega kvadra dimenzij  $a \times b \times c$  in osjo vrtenja vzporedno z robom  $c$  skozi njegovo masno središče je

$$J_{\text{poln kvader}} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2).$$

Z uporabo te formule in meritve dimenzije in mase izračunajte vztrajnostni moment kvadra z valjasto votlino in ga primerjajte s pridobljenim preko meritve nihajnih časov.

Izračunajte še vztrajnostni radij kvadra  $r_J$ , ki je definiran z enačbo

$$J = mr_J^2$$

Vztrajnostni radij telesa ustreza radiju zelo tankega obroča, ki ima enako maso  $m$  in enak vztrajnostni moment  $J$  kot telo pri vrtenju, kjer se os vrtenja ujema z geometrijsko osjo obroča.

## Literatura

- [1] N. I. Konškin in M. G. Širkevič, *Priročnik elementarne fizike* (Tehnična založba Slovenije, Ljubljana, 1990)

## 13. Preslikave z uklonsko lečo

### Uvod

V področju ultravijolične svetlobe, žarkov X in gama žarkov so snovi za valovanje neprepustne ali imajo lomni količnik  $n = 1$ . Zato teh materialov ne moremo uporabiti za klasične leče, ki so osnovane na lomu valovanja. Za omenjeni del spektra elektromagnetnega valovanja pa lahko uporabimo uklonske leče. S primerno obliko uklonskih odprtin lahko namreč dosežemo ojačanje (fokusiranje) svetlobe v izbrani smeri.

Uporaba uklonske leče je možna tudi pri drugih vrstah valovanj. Pri vaji bomo uporabili ultrazvočno valovanje, ker ima večjo valovno dolžino kot svetloba in nižjo frekvenco kot mikrovalovi, in je zato primernejše za nazoren prikaz delovanja uklonske leče.

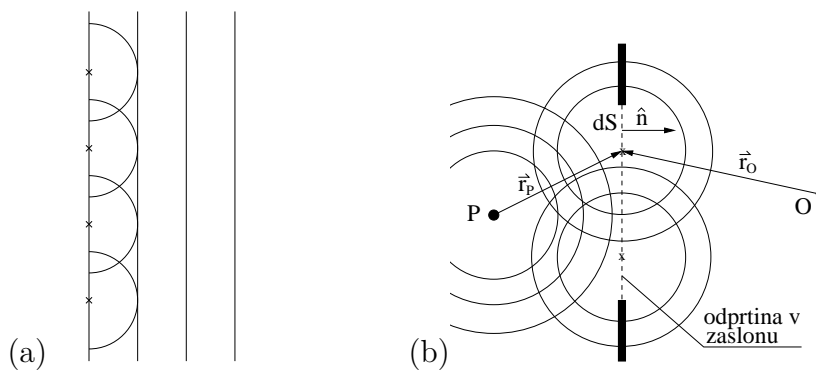
Zvočno valovanje v plinih in tekočinah je preprostejša oblika valovanja, ker za opis zadostuje že skalarno tlačno polje  $p(\vec{r}) = p_0 + \delta p(\vec{r})$ , kjer je  $p_0$  ravnovesna vrednost zračnega tlaka in  $p(\vec{r})$  zvočni tlak. Zvočni tlak v razdalji  $r$  od točkastega izvora, ki seva valovanje s krožno frekvenco  $\omega$  zapišemo kot

$$\delta p(r, t) = A \frac{\exp[i(kr - \omega t)]}{r}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

kjer je  $k$  valovni vektor in  $\lambda$  valovna dolžina. Valovni vektor  $k$  in krožna frekvenca  $\omega$  sta povezana s formulo  $\omega = ck$ , pri čemer je  $c$  hitrost zvoka. V adiabatnem približku je hitrost  $c$  dana z enačbo

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}.$$

V zgornji enačbi je  $\kappa$  razmerje specifičnih toplot in za zrak znaša 1.4,  $R$  je plinska konstanta,  $T$  je absolutna temperatura in  $M$  povprečna molska masa, ki je za zrak približno 29 kg/kmol.



Slika 13.1.: (a) V ravnem valu si lahko predstavljamo vsak del valovne fronte kot izvor krogelega vala. Vsota teh krogele valov je ponovno ravna valovna fronta. (b) Točkast izvor P oddaja krogele val. Vse točke znotraj odprtine v zaslonu so izvori novih krogele valov. Uklonsko sliko O dobimo s seštevanjem amplitud teh krogele valov.

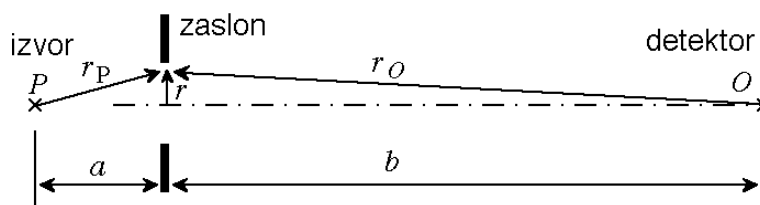
Pri obravnavi uklona si lahko pomagamo z razumevanjem interference valovanja in s Huygensovim (C. Huygens 1678) principom, ki pravi, da lahko vsako točko, do katere je valovanje že prišlo, obravnavamo kot izvor novega (sekundarnega) krogelega valovanja. Vsaka točka na valovni fronti seva kot točkast izvor. Nova fronta je ovojnica krožnic,

ki imajo sredice na valovni fronti in radij valovne dolžine, kot vidimo na sliki 13.1a. Ko valovna fronta naleti na zaslon z odprtino, se valovanje na zaslonu delno odbije in absorbira, v območju odprtine pa lahko spet uporabimo Huygensov princip, iz katerega sledi, da imamo tam sekundarne izvore valovanja, kar ilustrira slika 13.1b. Na ta način konstruirane valovne fronte se širijo tudi v področje geometrijske sence, čemur pravimo uklon.

Valovanje iz različnih točk v zasloni odprtini interferira za zaslonom in s tem dobimo značilne uklonske slike. V posebnem primeru točkastega izvora izračunamo zvočni tlak v poljubni točki za zaslonom z naslednjim integralom

$$\delta p(r_O) = C \int_{\text{odprtina}} \frac{\exp [ik(r_P + r_O)]}{r_P r_O} dS, \quad (13.1)$$

kjer sta  $r_P$  in  $r_O$  razdalji od izvora do točke v odprtini zaslonu in od te točke do opazovalca, kot kaže slika 13.1b. Za konstanto  $C$  se tukaj ne bomo menili. Formula (13.1) je približek in dobro velja, kadar so koti med vektorji  $\vec{r}_O$ ,  $\vec{r}_P$  in  $\hat{n}$  majhni.



Slika 13.2.: Enostaven primer uklona, ko sta izvor in detektor na osi okrogle odprtine v velikem zaslonu. Oddaljenosti od zaslonu do izvora in detektorja sta  $a$  in  $b$ .

Posebej enostavna je obravnava uklona takrat, kadar sta izvor  $P$  in detektor zvoka  $O$  postavljena na osi okrogle odprtine. Tak primer prikazuje slika 13.2. Iz enačbe (13.1) vidimo, da vse točke v odprtini, ki so od osi enako oddaljene (npr. za  $r$ ), prispevajo v integral deleže z enako fazo, saj sta zanje razdalji  $r_P$  in  $r_O$  konstantni. Okroglo odprtino zato lahko razdelimo s koncentričnimi krožnicami na kolobarje (Fresnelove cone), ki sevajo valovanje s približno enako fazo. Postopek je naslednji. Povečujmo od 0 radij okrogle odprtine in opazujmo, kaj se godi z razliko faz delnih valovanj, ki gresta skozi center odprtine in tik mimo roba. Fazo izračunamo v približku majhne odprtine kot

$$\Delta\Phi = k \frac{r^2}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (13.2)$$

Če je razlika faz manjša ali enaka  $\pi$ , potem vsa delna valovanja med seboj konstruktivno interferirajo. Radiju  $r_1$ , ki ustreza temu pogoju ( $\Delta\Phi(r_1) = \pi$ ), bomo rekli radij prve Fresnelove cone. Kolobarju z notranjim radijem  $r_1$  in zunanjim  $r_2$ , za katerega je fazna razlika (13.2) enaka  $2\pi$ , pravimo druga Fresnelova cona. Tudi za to Fresnelovo cono velja, da vsa delna valovanja, ki gredo skozi njo, konstruktivno interferirajo. Povprečna faza valovanja, ki doseže detektor skozi prvo Fresnelovo cono pa je za  $\pi$  različna od faze valovanja, ki ga prispeva prva cona. Radiji krožnic, ki ločujejo Fresnelove cone, si sledijo kot

$$r_n = \sqrt{n\lambda f}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (13.3)$$

kjer smo z  $f$  označili goriščno razdaljo leče po analogiji z enačbo leče pri optiki. Površina vseh Fresnelovih con je enaka, zato so tudi amplitude prispevkov s posameznih Fresnelovih con skoraj enake in vedno v proti-fazi glede na sosednje cone. Če izdelamo zaslon tako, da je odprta samo vsaka druga Fresnelova cona, se bo amplituda zvočnega polja v izbrani točki točki zelo ojačala, v smeri prečno na os pa bo hitro padla. Zato takšnemu zaslonu pravimo uklonska leča. Vzdolž osi, bližje in dalj od točke 0, pada amplituda počasneje, hitrost padanja pa podaja globinsko ostrino leče. Razdalji med točko maksimuma in točko na osi, v kateri pade amplituda valovanja na 70%, rečemo globinska ostrina leče. Z njo ocenimo, za koliko smemo premakniti ravnino slike, da ostane slika še vedno zadovoljivo ostra. Ločljivost leče imenujemo najmanjši kot med točkastima izvoroma, ki ju v ravnini slike zaznamo kot dve ločeni točki.

## Potrebščine

- Uklonski zaslon s premičnimi kolobarji (Fresnelovimi conami) v leseni škatli z zvočno izolacijo. Zunanji polmeri zaporednih Fresnelovih con so podani v naslednji tabeli:

$r_n$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$
(mm)	48.7	68.9	84.4	97.4	108.9	119.3	128.9	137.8	146.1	154.1

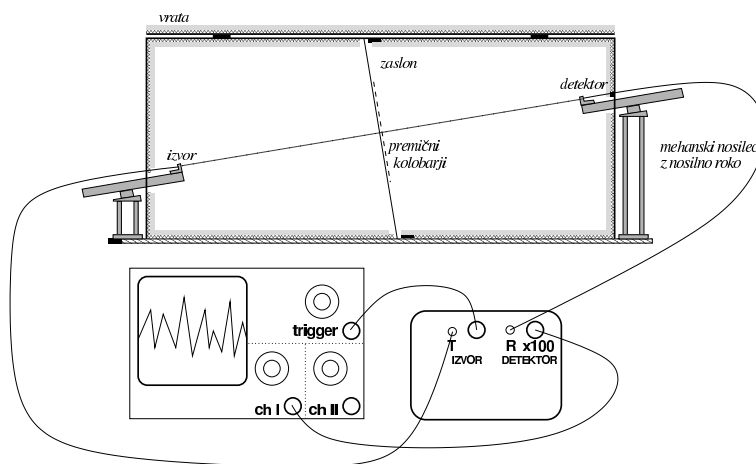
- Ultrazvočni izvor in detektor, montirana na mehanskih nosilcih s translatorji.
- Enota z elektroniko, ki vsebuje: generator sinusne napetosti s frekvenco 40.2 kHz  $\pm 0.1\%$ , predojačevalnik signala z detektorja, filter in ojačevalnik signala.
- Osciloskop.

## Naloga

1. Izmeri valovno dolžino ultrazvoka in določi goriščno razdaljo uklonske leče.
2. Izmeri amplitudo in fazo zvočnega polja na mestu pričakovane slike izvora. Kot lečo uporabi najprej vsak posamezni kolobar in potem najmanj šest različnih kombinacij kolobarjev. (npr. [1,2], [2,4], [1,3,4], [1,2,3,4], [6,7,8], [3,5,7])
3. Sestavi sodo ali liho uklonsko lečo in zanjo izmeri prečni in vzdolžni prerez uklonske slike. Iz meritev oceni kvaliteto preslikave.
4. Izmeri prečni profil uklonske slike za izvor, ki je izmaknjen z osi.

## Navodilo

Shema merilnega sistema prikazuje slika 13.3. Pri vaji uporabljamo piezoelektrični ultrazvočni izvor in detektor. Oba sta prirejena za delo z valovanjem s frekvenco okrog 40 kHz. Izvor napajamo s sinusnim signalom amplitude  $4.6 \pm 0.05$  V. Signal z detektorja ojačamo s pred-ojačevalnikom, filtriramo in še enkrat ojačamo za faktor 100.



Slika 13.3.: Shema merilnega sistema za študij uklonske leče

Ojačan signal vodimo na osciloskop, kamor vodimo tudi napajalno napetost z izvora in jo uporabimo za proženje, da lahko opazujemo spreminjanje faze signala z detektorja.

Uklonski zaslon je sestavljena iz aluminijske plošče z nosilnim križem. Na njem so zatiči, na katere sedejo luknje izvrtane v aluminijske kolobarje. Uklonska leča je izdelana za valovno dolžino  $\lambda_0 = 8.63 \text{ mm}$  in goriščno razdaljo  $f = 0.275 \text{ m}$ . Pri ekvidistantni postavitvi izvora in detektorja sta tako razdalji  $a = b = 0.55 \text{ m}$ . Pri taki postavitvi je približek o majhnih kotih med  $\vec{r}_P$ ,  $\vec{r}_O$  in  $\hat{n}$  najbolj izpolnjen.

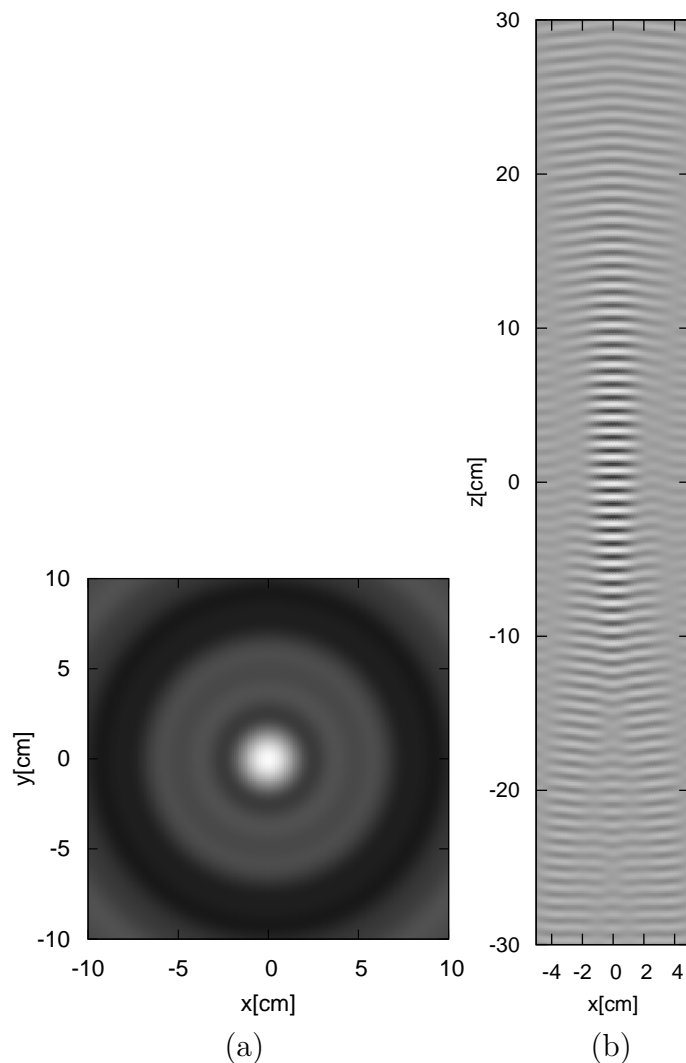
S kolobarji ravnaj previdno, ker se hitro zvijejo. S številko 1 je označena gornja luknja, ki mora biti na zgornjem (daljšem) zatiču. Vklopi oscilator, pred-ojačevalnik in osciloskop, da se elektronika segreje in se s tem frekvenca oscilatorja ustali. Odstrani vse kolobarje z zaslona, zapri škatlo, postavi izvor in detektor v izhodiščni položaj, ki je določen z ničloma na merilih obeh parov translatorjev. Premikaj detektor vzdolž osi sistema in na osciloskopu opazuj, za koliko valovnih dolžin se je premaknil detektor. Iz razdalje, ki jo odčitáš na translatorju, dobiš valovno dolžino ultrazvoka. Meritev večkrat ponovi.

Valovna dolžina ultrazvoka določa goriščno razdaljo leče, kot pravi enačba (13.3), saj imajo kolobarji fiksne dimenzije. Ko si določil goriščno razdaljo leče za izmerjeno valovno dolžino, izračunaj še razdaljo  $b$ , če postaviš izvor v izhodišče, kjer je  $a = 0.55 \text{ m}$ . Detektor postavi na razdaljo  $b$  od zaslona. V tej točki pričakujemo sliko izvora.

Postavi vse kolobarje razen centralnega na nosilni križ in prični z meritvami amplitude in faze ultrazvoka, kot jo izmeri detektor, ki ga ne premikaš. Kot ničlo faze izberi fazo, ki jo ima valovanje prehajajoče skozi prvo Fresnelovo cono. Izmeri vrednosti amplitude in faze vseh ostalih posameznih kolobarjev, tako da jih izmenoma snemaš in vračaš na njihovo mesto. Izmeri še vsote prispevkov različnih kombinacij kolobarjev, za katere pričakuješ, da se bodo izničili ali pa sešteli. Izmeri najmanj šest različnih kombinacij, ki se ti zdijo zanimive.

Za naslednje meritve imaš na voljo dve leči: liho, ki jo sestavlja prvih pet odprtih lihih kolobarjev, ali sodo, sestavljeno iz petih sodih kolobarjev. Sestavi eno od teh. Premeri prečni in vzdolžni prerez zvočnega polja okrog pričakovane slike izvora in nariši ustrezna grafa. Iz meritev vzdolžnega profila oceni, kolikšna je globinska ostrina leče. Teoretični izračun prečnega in vzdolžnega prereza polja intenzitete zvoka pri nevtralnem položaju detektorja v primeru "lihe leče" je prikazan na sliki 13.4. Opazimo, da je v ravnini vzdolž

simetrijske osi leče fokusiranje dosti manj intenzivno kot v ravnini prečno na simetrijsko os. Kljub temu, da leča fokusira idealno le točke na osi, jo je možno uporabiti tudi za



Slika 13.4.: Prereza polja intenzitete zvoka v ravnini prečno (a) in vzdolž (b) simetrijske osi leče pri primeru t.i. lihe leče. Izhodišče koordinatnega sistema je v gorišču leče in  $z$  os leži vzdolž simetrijske osi.

izvora, ki so izmaknjeni z osi. Izmakni izvor v prečni smeri za eno izmed naslednjih vrednosti (3, 5, 7 ali 9 cm) in izmeri amplitudo zvoka okoli pričakovane točke slike vzdolž osi sistema in prečno nanj, to je enako kot prej. Na ista grafa, ki si ju narisal prej, dodaj še ti dve meritvi. Koliko slabša je preslikava za izmaknjeni izvor? Iz grafa oceni, za koliko bi moral premakniti izvor z osi, da bi vrh preslikave izmaknjenega izvora sovpadel s prvim minimumom preslikave centralnega izvora. V tem primeru sliki dveh izvorov razločimo kot dve različni točki.

## 14. Upogib

### Uvod

Palica iz elastične snovi se prožno deformira, če nanjo deluje v vzdolžni smeri par nasprotno enakih sil na nasprotnih koncih palice. Pri nateznih silah se palica podaljša, pri tlačnih pa skrči. Sprememba njene dolžine  $\Delta l$  v odvisnosti od sile  $F$  je podana s *Hookovim zakonom*:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l}, \quad (14.1)$$

kjer je  $S$  presek palice in  $l$  njena začetna dolžina. Sorazmernostno konstanto  $E$  med relativnim skrčkom/raztegom  $\Delta l/l$  in silo  $F$  imenujemo prožnostni ali elastični ali Youngov modul snovi in je za kovine reda velikosti 100 GPa, glej tabelo 14.1. Količnik sile in preseka  $F/S$  imenujemo napetost (natezna ali tlačna) in jo označujemo s črko  $\sigma$ . Linearna zveza med napetostjo in relativno spremembo dolžine velja v določenem intervalu obremenitve  $[0, \sigma_{\max}]$ , t.i. *območju elastičnosti*, kjer je tipično  $\Delta l/l$  še precej majhen. Za kovinske palice je  $\sigma_{\max} \approx 100$  GPa, pri čemer je relativni raztezek reda nekaj promilov. Pri še večji napetosti se palica trajno deformira ali celo pretrga oz. počí.

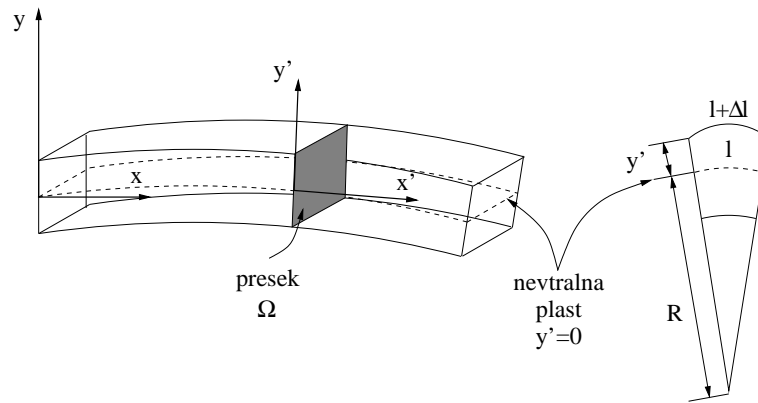
Tabela 14.1.: Okvirne meje nateznih trdnosti – koeficientov elastičnosti  $E$  za različne vrste jekel po področjih uporabe povzeto po [1] in [2], in določene kovine ter litine. Tipično velja, da večji kot je  $E$  večja je  $\sigma_{\max}$ , in  $\sigma_{\max} < E$ .

vrsta jekla	$E$ [GPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	vrsta jekla	$E$ [GPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]
konstrukcije	330 – 850	210 – 370	proti obrabi	790 – 1400	350 – 1050
pločevine	210 – 250	240 – 270	temp. obstojna	450 – 850	300 – 550
žice	300 – 650	/	ventili	800 – 1050	400 – 700
cevi	350 – 620	240 – 360	kem. oporna	500 – 950	190 – 600
vzmetni	1200 – 1700	1050 – 1350	orodna jekla	1100 – 1800	/
baker	110	/	aluminij	70	/
svinec	14	/	medenina	100-125	/

Upogib ravne palice (droga, nosilca ali podobno) obravnavamo v prvem približku tako, kot da bi pri tem ostal prečni presek nespremenjen. Zamislimo si, da je palica razrezana na plasti vzporedne z njeno osjo in pravokotne na smer upogiba (slika 14.1). Blizu sredine palice poteka *nevtralna ploskev*, ki se pri upogibu palice ne raztegne, ampak le upogne. Pri čistem upogibu gre ta ploskev skozi težišče (geometrijsko središče) preseka, kot je prikazano na sliki 14.1.

Pri obravnavi se bomo osredotočili na plasti blizu nevtralne. Plasti nad nevtralno ploskvijo se raztegnejo, tiste pod njo pa se stisnejo. Z geometrijskega vidika pa lahko rečemo, da se plasti ukrivijo, oz. dobijo nek lokalni krivinski radij  $R$ . Slednje pomeni, da plasti lokalno izgledajo kot del kroga z radijem  $R$ . Izberimo si en presek palice  $\Omega$  pravokotno na nevtralno plast in recimo, da je tam nevtralna ploskev čez razdaljo  $l$  ukrivljena z radijem  $R$ . Opazujmo plast, ki je od nevtralne oddaljeno za  $y$  v radialni smeri in tako z dolžino loka  $l + \Delta l$ . Razmerje dolžin lokov plasti  $(\Delta l + l)/l$  je enako razmerju radijev  $(R + y')/R$ . Iz tega sledi, da je deformacija plasti  $\Delta l$ , za  $y$  oddaljene





Slika 14.1.: Geometrija pri opisu upogiba palice

od nevtralne, podana z relacijo

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{y'}{R}, \quad (14.2)$$

ki jo sam potrdi. Izrazu  $1/R$  rečemo *ukrivljenost*. Zaradi deformacije  $\Delta l$  se pojavi v plasti napetost z vzdolžno komponento

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l} = E \frac{y'}{R}.$$

Na presek obravnavane plasti s ploščino  $dS$  deluje sila z vzdolžno komponento  $\sigma dS$ , katerih vsota predstavlja celotno silo pravokotno na presek  $\int_{\Omega} \sigma dS$  z ene strani in je pri čistem upogibu enaka nič. Vsota navorov teh sil z ene strani glede na os v nevtralni ravnini pa je sorazmerna z ukrivljenostjo  $1/R$ ,

$$M = \int_{\Omega} \sigma y' dS = \frac{EJ}{R}, \quad J = \int_{\Omega} y'^2 dS,$$

kjer ima  $y'$  vlogo ročice navora. Ob tem definiramo *vztrajnostni moment preseka* palice  $J$ , ki je pri pravokotnem preseku dimenzij  $a \times b$  in  $y' \in [-b/2, b/2]$  enak  $J = ab^3/12$ , pri okroglem preseku z radijem  $r$  pa  $J = \pi r^4/4$ . Izpeljite oba izraza.

Postavimo koordinatni sistem  $(x, y)$ , kot kaže slika 14.1, z  $x$  osjo vzdolž nevtralne ploskve neobremenjene palice. Želimo pridobiti funkcijo odmika nevtralne ploskve obremenjene palice od prvotne lege  $u(x)$ . Našo palico le šibko upogibamo ( $u'(x) \ll 1$ ) in zato je ukrivljenost približno

$$\frac{1}{R} = u''(x) \quad (14.3)$$

in navor se poenostavi v

$$M = EJ u''(x), \quad x \in [0, l], \quad (14.4)$$

kjer je  $(\prime)$  odvod po spremenljivki  $x$ . Enačba (14.4) predstavlja prvo vez med obremenitvijo – navorom  $M$  in geometrijo palice – funkcijo  $u(x)$ . Oglejmo si, kako lahko izrazimo navor sil na prečni presek z ene strani preseka,  $M(x)$ , z zunanji silami na palico.

Palica naj bo v prečni smeri glede na nevtralno ploskev obremenjena z dolžinsko gostoto sile  $f(x)$ . Ponovno opazujemo presek  $\Omega$  na mestu  $x$  nevtralne ploskve, tokrat na sliki 14.2. Osredotočimo se na vpliv leve strani na izbran presek glede na os v točki  $x$ . Navor notranjih napetosti  $M(x)$  na prečni presek z ene strani mora biti enak navoru zunanjih sil z iste strani. Navor na desni del je v splošnem enak levemu. Na dolžino  $dx'$  deluje sila  $f(x')dx'$  in tako navor  $M(x)$  z zunanji silami izrazimo kot

$$M = \int_{x_0}^x f(x')(x - x') dx' + M_0,$$

kjer je  $x_0$  začetek palice na levi strani. Pri tem je  $M_0$  zunanji navor, ki deluje na levi konec palice v primeru, če je tam vpeta. Prvi odvod navora je enak strižni sili  $F(x)$ , s katero desni del deluje na levega na mestu  $x$ , in se zapiše kot

$$M' = \int_{x_0}^x f(x') dx' = F(x) = EJ u''.$$

Vidimo, da je enak vsoti zunanjih sil, ki delujejo na levi del palice; torej je nasprotno enak strižni sili, s katero desni del deluje na levega na mestu  $x$ . Drugi odvod navora pa predstavlja dolžinsko gostoto sile  $f(x)$  in s pomočjo enačbe (14.4) dobimo *osnovno enačbo palice*

$$M'' = f(x) = EJ u^{(4)}(x). \quad (14.5)$$

Enačbo (14.5) želimo rešiti za naš primer centralno obremenjene palice s silo  $F_0$  in podprte na koncih oddaljenih za dolžino  $l$ . Izhodišče  $x$ -osi si bomo izbrali na sredini palice. Posledica diskretno porazdeljene sile na sredini palice [3] je nezveznost tretjega odvoda  $u'''(x)$ , katerega skok vrednosti je enak

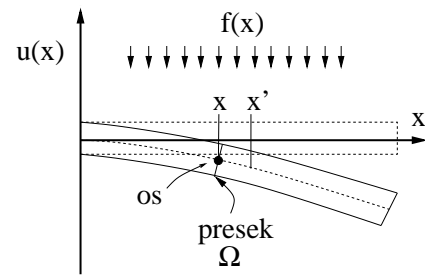
$$\Delta u'''(x = 0) = \frac{F_0}{EJ}.$$

Simetričnost palice okoli  $x = 0$  nam omogoča, da problem reduciramo na obravnavo le desne strani  $x > 0$ . Zaradi odstopnosti sile velja zunaj sredine homogena enačba  $u^{(4)}(x) = 0$ . Od tod ugotovimo, da je oblika palice opisljiva z nastavkom

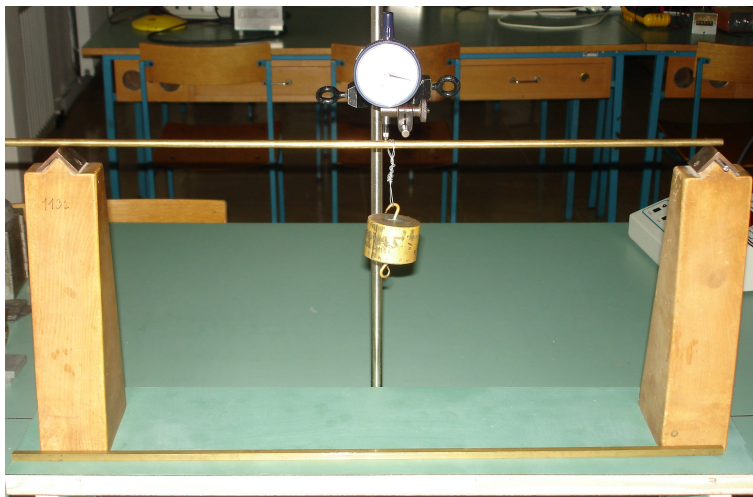
$$u(x) = a + bx + cx^2 + dx^3,$$

kjer so  $a$ ,  $b$ ,  $c$  in  $d$  konstantni koeficienti. Zaradi simetrije, zveznosti  $u'(x)$  in nezveznosti  $u'''(x)$  sledi, da je  $b$  enak nič in  $d$  s spremembo strani obravnave obrne predznak. Nastavek mora izpolniti naslednje pogoje:

- $u(l/2) = 0$ , ker je palica tam podprta
- $u''(l/2) = 0$ , ker konec palice ni vpet in nanj ne deluje noben navor
- $\Delta u'''(0) = F_0/EJ$  zaradi diskretne sile.



Slika 14.2.: Sile na palico



Slika 14.3.: Izgled priprave za merjenje upogiba z mikrometrsko uro.

Ko izpolnimo vse pogoje in izračunamo koeficiente, dobimo rešitev za desno stran palice

$$u(x) = -\frac{F_0 l^3}{48EJ} \left[ 1 - 6 \left( \frac{x}{l} \right)^2 + 4 \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right].$$

Na sredini ( $x = 0$ ) se torej palica zniža po formuli

$$u(0) = -\frac{F_0 l^3}{48EJ}. \quad (14.6)$$

## Potrebščine

- stojalo, mikrometrsko ura
- uteži, tehnica, kljuka za obešanje uteži
- dve ravni palici okroglega in kvadratičnega profila
- kljunasto merilo in meter

## Naloga

1. Opazujte upogibanje dveh palic različnih presekov v odvisnosti od obremenitve in izračunajte njuna prožnostna modula.
2. Narišite diagrama za spreminjanje strižne sile in navora vzdolž palice za eno izbrano utež.

## Navodilo

Izvedite vse meritve in izračune za obe palice. Izmerite presek vsake palice, njihovo težo in razdaljo med nosilcema na stojalu, ki predstavlja dolžino  $l$  uporabljeno v uvodu.

Položite palico na stojalo in na sredino obesite uteži kot kaže slika 14.3. Z mikrometrsko uro odčitajte povese palice. V mikrometrski uri je zelo šibka vzmet, ki skupaj s težo igle predstavlja dodatno breme na palico. S pomočjo tehnice oceni odvisnost bremena igle na kontaktno površino od odmika na celotnem razponu merila, ki je reda nekaj deset gramov. Na palico dodajajte uteži in beležite odmik. Meritev ponovite z odvzemanjem uteži. Narišite diagram odmika na sredini  $u(0)$  v odvisnosti od celotnega bremena  $F_0$  (uteži in mikrometrške ure) in pokažite, da je  $u(0) \propto F_0$ . Izračunajte elastični modul  $E$  in ga primerjajte z vrednostmi za različne kovine v tabeli 14.1. Narišite tudi diagrama za spreminjanje strižne sile,  $F(x)$ , in navora vzdolž palice,  $M(x)$ .

Ocenite maksimalno obremenitev palice, tako da bo meritev v območju elastičnosti, če privzamemo, da so dovoljene relativne deformacije  $\epsilon = \Delta l/l$  pod 0,1%. Uporabimo enačbi (14.2) in (14.3) in upoštevamo točko z največjim možnim  $1/R$  za višino preseka palice  $D$  ( $b$  ali  $2r$ ) in dobimo relacijo za maksimalno obtežitev  $F_{\max}$

$$F_{\max} \approx \epsilon \frac{8EJ}{Dl},$$

ki jo sami preverite. Prepričajte se, da te meje nismo presegli pri meritvah.

Ocenite, za koliko se upogne palica zaradi lastne teže. Pri tem privzemite, da teža prijemlje na njeni sredini. Poskušajte izpeljati še natančen izračun z enakomerno porazdelitvijo teže palice. Nazadnje izračunajte gostoti obeh palic. Ali sta iz enakega materiala?

## Literatura

- [1] Kraut B *Strojniški priročnik* (Tehnička knjiga, Zagreb, 1973)
- [2] Podjetje Metal Ravne <http://www.sz-metal.si/>
- [3] Kuščer I in Kodre A *Matematika v fiziki in tehniki* (DFMA, Ljubljana, 1994)

## 15. Zemeljsko magnetno polje

### Uvod

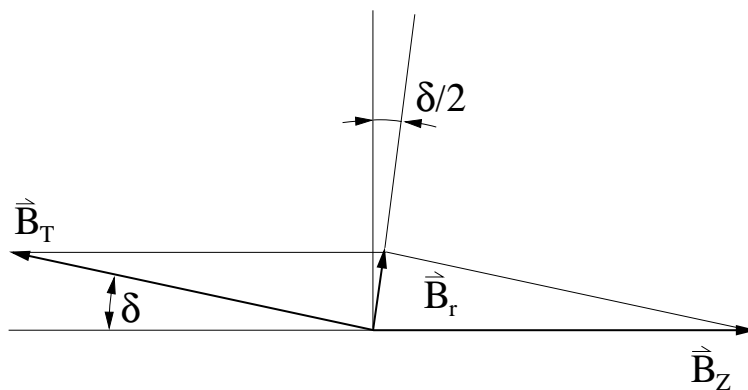
Pri tej vaji z dvema različnima metodama merimo isto količino, to je velikost vodoravne komponente gostote zemeljskega magnetnega polja  $B_Z$ . Pri analizi meritve razmisli, katere metoda da boljši rezultat in zakaj!

**A. Kompenzacijska metoda** Pri merjenju vodoravne komponente zemeljskega magnetnega polja s kompenzacijo postavimo tuljavo v smer silnic magnetnega polja Zemlje, kakor jo kaže kompas. Velikost toka v tuljavi  $I$  nastavimo tako, da je polje v sredini tuljave ravno enako merjenemu polju, toda nasprotno obrnjeno.

V primeru, ko je vsota obeh poljskih gostot enaka nič, postane magnetna igla indiferentna – nima preferenčne smeri, saj njena magnetna energija ni odvisna od orientacije. Polje tuljave računamo iz dimenzij tuljave in toka in tako določimo neznano polje  $\vec{B}_Z$ . Pri tem moramo upoštevati, da tuljava ni neskončno dolga; magnetna poljska gostota v njeni sredini je

$$B_T = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{L^2 + (2r)^2}},$$

kjer je  $L$  dolžina tuljave,  $2r$  njen premer in  $N$  število ovojev. Indiferentno ravnotežje je v praksi težko natančno doseči, saj je v njegovi bližini navor na iglo zelo majhen (teoretično nič) in posledično je ravnovesna lega igle težko določljiva. Zato je bolje opravljati meritve izven indiferentne lege, kjer se igla v končnem času izniha v ravnovesno lego. Pri tem tuljavo zasukamo za majhen kot  $\delta$ , glede na smer sever-jug, in izmerimo tok, pri katerem se postavi magnetna igla v smeri simetrale smeri sever-jug in osjo tuljave. Obe poljski gostoti sta takrat spet enaki, o čemer se prepričaj s pomočjo slike 15.1.



Slika 15.1.: Shema meritve vodoravne komponente zemeljskega magnetnega polja s kompenzacijo. Natančnost meritve izboljšamo z odklikom tuljave od smeri magnetnega polja  $\vec{B}_Z$ . Magnetno polje tuljave  $\vec{B}_T$  nastavimo tako, da je po velikosti enako neznanemu polju  $\vec{B}_Z$  in smer rezultante obeh polj  $\vec{B}_r$  na simetrali med smerema  $\vec{B}_Z$  in  $\vec{B}_T$ .

**B. Gaussova metoda** Pri Gaussovi metodi izmerimo hkrati dve količini; vodoravno komponento magnetnega polja  $\vec{B}_Z$  in magnetni moment  $\vec{p}$  paličastega magneta. Zato moramo napraviti dve meritvi. Pri prvi meritvi izmerimo nihajni čas, s katerim niha

prosto viseči vodoravni magnet okrog mirovne lege. Okrog navpične osi deluje nanj navor  $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{B}_Z$  ( $|\vec{M}| = pB_Z \sin \varphi$ ) in nihanje magnetna opisuje naslednja enačba

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -pB_Z \sin \varphi,$$

kjer smo z  $J = m(r^2/4 + h^2/12)$  označili vztrajnostni moment magnetna mase  $m$  okoli navpične osi, ki je oblike valja višine  $h$  in radija  $r$ . Pri majhnih amplitudah je krožna frekvenca enaka

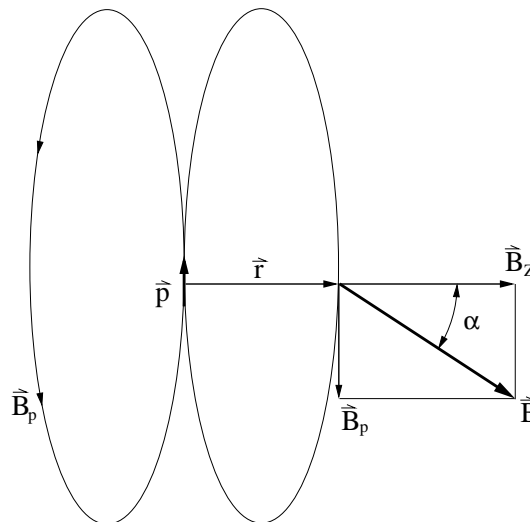
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{pB_Z}{J}}.$$

Iz meritve  $\omega_0$  določimo produkt  $pB_Z$ , druga meritev pa je potrebna, da določimo še kvocient  $p/B_Z$ . Uporabimo isti paličasti magnet kot prej in primerjamo njegovo polje z zemeljskim magnetnim poljem. Magnetno polje paličastega magnetna ima v veliki oddaljenosti glede na dimenzije magnetna obliko polja točkastega dipola, ki je

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ -\frac{\vec{p}}{r^3} + \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} \right].$$

Za lažjo obdelavo rezultatov se zanimamo le za polje dipola v njegovi ekvatorialni ravnini. Takrat je produkt  $\vec{p} \cdot \vec{r} = 0$  in v zgornji enačbi ostane le prvi člen. Meritev opravimo tako, da paličasti magnet postavimo pravokotno na zemeljsko magnetno polje in potem v različnih oddaljenostih od magnetna v njegovi ekvatorialni ravnini z magnetno iglo določimo smer rezultante obeh polj, kakor je definirana na sliki 15.2. Iz naslednje relacije določimo iskani kvocient:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_p}{B_Z} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \frac{p}{B_Z}.$$



Slika 15.2.: Shema meritve vodoravne komponente zemeljskega magnetnega po Gaussovi metodi. Merimo  $\alpha$ , to je smer rezultante magnetnega polja dipolnega magnetna in zemeljskega magnetnega polja glede na smer sever-jug.

## Naloga

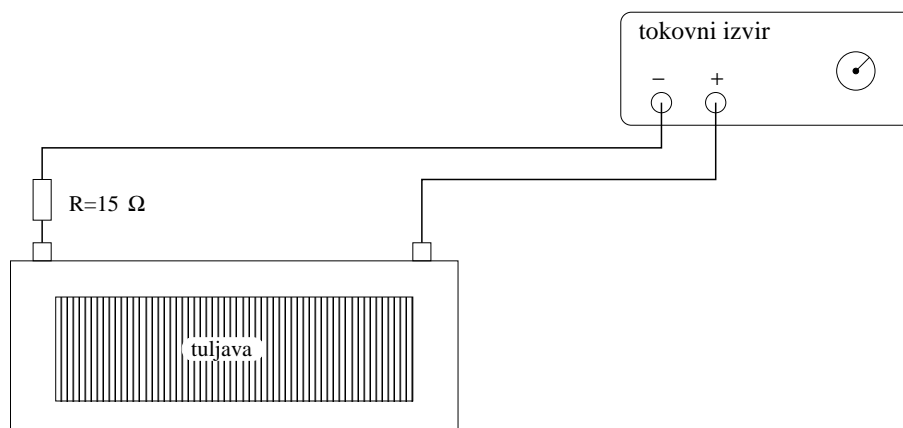
- A Izmeri vodoravno komponento gostote zemeljskega magnetnega polja s kompenzacijo in po Gaussovi metodi.
- B Določi magnetni moment paličastega magneta.

## Potrebščine

- tuljava na vrtljivi letvi s pritrjenim kompasom
- nastavljivi tokovni izvor
- ampermeter, žice, upor  $15 \Omega$
- ravnilo s kompasom
- paličasti magnet
- nihalo: vrstica s plastičnim držalom v obliki tulca
- štoparica, tehtnica in kljunasto merilo

## Navodilo

**A.** Meritev s kompenzacijo je tako enostavna, da ne potrebuje dodatnih navodil. Vezava je prikazana na sliki 15.3. Seznaneni se z variabilnim napetostnim oz. tokovnim izvorom s pomočjo katerega reguliramo tok v veliki tuljavi. Zaporedno s tuljavo je vezan manjši upor, ki preprečuje tokovne preboje. Velikost toka je v  $mA$  prikazan na zaslonu izvora. Kolikšen je najmanjši kot  $\delta$ , pri katerem meritev še uspe? Meri pri najmanj 4 različnih kotih  $\delta$ . Natančnost orientacije tuljave glede na smer zemeljskega magnetnega polja



Slika 15.3.: Shema vezave izvora, upora in tuljave pri kompenzacijski metodi.

določi tako, da preveriš, če so rezultati simetrični pri zamenjavi kota  $+\delta$  v  $-\delta$ . Pazi, da v bližini ni drugih magnetov. Zapiši si vse rezultate meritev.

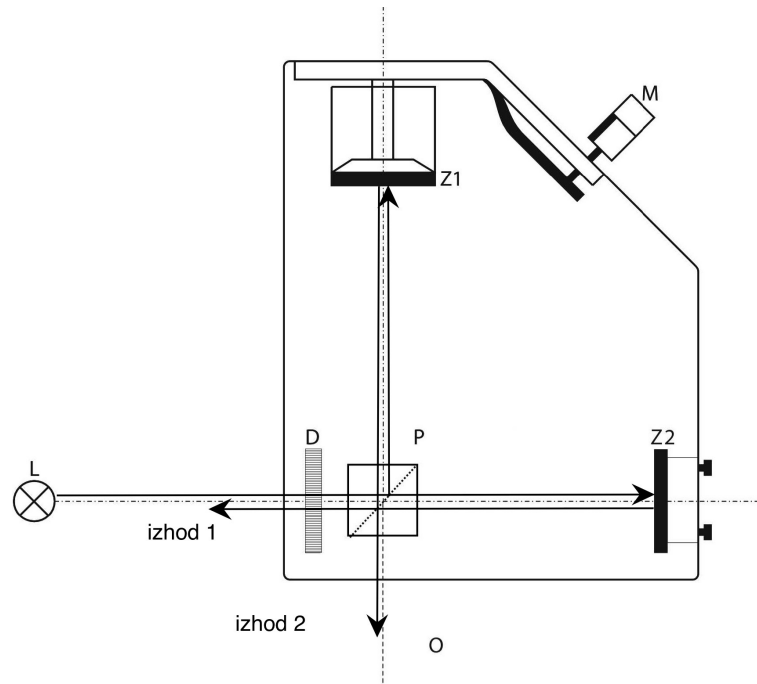
**B.** Izmeri nihajni čas magneta, ki visi na vrvici, postavljen v plastični tulec. Magnet naj bo vodoraven. Počakaj, da se umiri in si takrat zapomni mirovno lego. Iz mirovne lege ga zanihaj le malo, da velja znani pogoj  $\sin \varphi \approx \varphi$ . Meri večkrat po 10 prehodov skozi mirovno lego. Izmeri maso in dimenzije magneta za določitev vztrajnostnega momenta. Stehtaj in izmeri tudi tulec, v katerem je bil magnet obešen. Prestavi magnet v drsnik na ravnilu, ki si ga prej pravilno zavrtel. Izmeri odklone magnetne igle v več razdaljah med magnetom in kompasom. Pri vsaki razdalji meri večkrat in obrni magnet za  $180^\circ$ . Pri izbrani razdalji  $r$ , glej sliko 15.2, za rezultat vzemi srednjo vrednost odklonov.



## 16. Michelsonov interferometer

### Uvod

Michelsonov interferometer [1] je sestavljen iz treh osnovnih elementov: dveh ravnih zrcal ter polprepustnega zrcala. Shema interferometra je prikazana na sliki 16.1. Interferenčno sliko lahko opazujemo na opazovalnem zaslonu, če imamo dovolj svetlobe, pri manjših svetlobnih intenzitetah pa gledamo naravnost v interferometer.



Slika 16.1.: Michelsonov interferometer je sestavljen iz polprepustnega zrcala in dveh ravnih ogledal. Vpadni svetlobni snop se na polprepustnem zrcalu P razdeli na dva delna snopa, ki padata pravokotno na ravni zrcali Z1 in Z2. Po odboju na Z1 in Z2 se delna snopa vrneta nazaj na polprepustno zrcalo P, kjer se vsak od njiju spet razdeli na dva dela. S tem dobimo dva para vzporednih končnih snopov, ki sta na sliki označena kot izhod 1 in izhod 2. Snopa iz izhoda 2 gresta proti opazovalcu O in med seboj interferirata.

Polprepustno zrcalo P opišemo z amplitudno odbojnostjo  $r$  in prepustnostjo  $t$ , ki sta v splošnem kompleksni količini; če pa ni izgub, mora veljati  $|r|^2 + |t|^2 = 1$ . Končna delna snopa, ki prideta na izhod 2, imata enaki amplitudi, saj se vsak izmed njiju enkrat odbije na polprepustnem zrcalu P, enkrat pa je čezenj prepuščen.

Interferenčna slika je najenostavnejša, če na interferometer pošljemo ravno monokromatsko svetlobno valovanje s krožno frekvenco  $\omega$ , katerega električno polje zapišemo kot  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kl - \omega t)$ , pri čemer  $\vec{E}_0$  označuje amplitudo,  $k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$  valovni vektor valovanja,  $l = \int n(s) ds$  pa optično pot ( $n =$  lomni količnik). V praksi se takemu valovanju zelo dobro približamo s kolimiranim laserskim snopom. Električno polje svetlobe na opazovalnem zaslonu  $\vec{E}_z$  je vsota električnih polj končnih delnih snopov

$$\vec{E}_z = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{1}{2} \vec{E}_0 (\cos(kl_1 - \omega t) + \cos(kl_2 - \omega t)),$$

pri čemer  $l_1$  in  $l_2$  označujeta optično pot prvega oz. drugega delnega snopa, predfaktor  $\frac{1}{2}$  pa izvira iz privzetka, da nimamo izgub in je maksimalna amplituda na izhodu interferometra enaka vstopni amplitudi  $\vec{E}_0$ . Fazna razlika

$$\Delta\Phi = k(l_1 - l_2)$$

je odvisna od razdalj  $d_1$  in  $d_2$  med polprepustnim zrcalom P in ravnima zrcaloma Z1 oz. Z2 ter od debeline in lomnega količnika materialov, ki jih oba snopa svetlobe prečkata na poti od polprepustnega zrcala do obeh zrcal. (Za polprepustno zrcalo želimo simetrično strukturo, ki je v našem primeru v kocko staknjen par tako imenovanih 45 stopinjjskih prizem, v stičišču pa je dielektrični sloj neparjen na eno izmed obeh prizem.) Intenziteta svetlobe na opazovalnem zaslonu je sorazmerna

$$I_z \propto \|\vec{E}_z\|^2 = \|\vec{E}_1\|^2 + \|\vec{E}_2\|^2 + 2|\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle|$$

in tako dobimo končni rezultat, da je

$$I_z = \frac{1}{2}I_0(1 + \cos \Delta\Phi),$$

pri čemer  $I_0$  označuje intenziteto vpadnega snopa. Kadar je fazni zaostanek enak celemu večkratniku periode  $\Delta\Phi = N2\pi$ , dobimo interferenčne maksimume (zaslon je najbolj svetel), kadar pa velja  $\Delta\Phi = (2N + 1)\pi$ , dobimo interferenčne minimume (zaslon je najbolj temen). Iz gornjega izraza zopet vidimo, da brez izgub v interferometru v primeru fazne razlike  $N2\pi$  vsa svetloba pride na en izhod interferometra. Fazna razlika med delnima snopoma na drugem izhodu je takrat taka, da tam pride do destruktivne interference.

Razliko optičnih poti delnih snopov  $\Delta l$  in s tem tudi fazni zaostanek  $\Delta\Phi$  lahko zvezno spreminjamo s pomikanjem ravnega zrcala Z1. Na zaslonu se pri tem izmenoma pojavljajo interferenčni maksimumi in minimumi. Vsakokrat, ko zrcalo Z1 premaknemo za razdaljo  $\Delta d_1 = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$  se optična pot prvega delnega snopa v zraku spremeni za  $\Delta l_1 = 2d_1 = \lambda$  in  $\Delta\Phi$  se poveča za  $2\pi$ ; interferenčna slika se torej ponovi.

Michelsonov interferometer ima posebno nastavitev, ki ji pravimo ekvidistančna lega ogledal. Takrat je interferometer nastavljen popolnoma simetrično in sta optični poti snopov od polprepustnega ogledala do obeh zrcal in nazaj enaki in je fazna razlika enaka 0 za vse valovne dolžine. To pomeni, da dobimo v bližini ekvidistančne lege interferenčne minimume in maksimume hkrati za vse barvne komponente svetlobe. Zato vidimo blizu ekvidistančne lege interferenco tudi z belo svetlobo, kar je soroden pojav kot interferenca na tanki plasti, npr. na oljnem madežu.

Michelsonov interferometer je od svoje prvotne konstrukcije (A. A. Michelson, 1881) do današnjih dni doživel številne variacije in nadgradnje. Z njim je bilo pokazanih nekaj za fizikalno znanost zgodovinsko pomembnih eksperimentov, med katerimi je najbolj znan Michelson-Morleyev eksperiment, s katerim so ovrgli hipotezo o obstoju vse-obdajajočega etra [2]. Danes se Michelsonovi interferometri uporabljajo za precizno merjenje dolžin in lomnih količnikov, z njimi kontroliramo majhne napake na različnih optičnih komponentah, uporabljamo ga v visoko ločljivi infra-rdeči spektroskopiji (Fourierova spektroskopija), itd.

## Opis instrumenta

Na kovinski nosilni plošči so pritrjeni deli interferometra: polprepustno zrcalo P (angl. beamsplitter cube) ter ravni zrcali Z1 in Z2 (slika 16.1). Lastnosti Michelsonovega interferometra so simetrične glede na ravnino ogledala in ima zato dva enakovredna vhoda in izhoda. Izberemo en vhod, ki ga osvetljujemo s svetilom L. Lastnosti svetila lahko dodatno spreminjamo z lečami ali pa na vstopni strani med svetilo in polprepustno zrcalo namestimo še difuzno mlečno steklo D. Zrcalo Z1 je nameščeno na pomičnem nosilcu. Premikamo ga z mikrometrskim vijakom M preko prenosnega mehanizma, ki premik zreducira približno v razmerju 1:5 (če mikrometrski vijak premaknemo za  $100\ \mu\text{m}$ , se torej zrcalo Z1 premakne le za okoli  $20\ \mu\text{m}$ ). Nastavitev zrcala Z2 spreminjamo z dvema justirnima vijakoma.

## Potrebščine

- Michelsonov interferometer
- He-Ne laser (633 nm)
- zračna komora z manometrom in zračna tlačilka
- Hg svetilka in volframska žarnica v istem ohišju
- Na svetilka
- mlečno steklo, difuzor iz belega papirja

## Naloga

1. Z laserjem ( $\lambda = 633\text{nm}$ ) naravnaj interferometer ter umeri pomik zrcala Z1 v odvisnosti od nastavitve mikrometrskega vijaka.
2. Izmeri lomni količnik zraka v odvisnosti od zračnega tlaka.
3. Poišči ekvidistančno lego interferometra.
4. Izmeri koherentno dolžino bele svetlobe iz žarnice na volframsko žarilno nitko.
5. Izmeri valovni dolžini Na dubleta.

## Navodilo

**Nikoli ne glej direktno v laserski žarek, ker si s tem lahko poškoduješ oči!**

**1** Naravnaj He-Ne laser, da sveti v sredino polprepustnega ogledala in v sredino obeh zrcal. Pot snopov v interferometru lahko opazujemo z robom belega papirčka, ki ga zaporedoma postavljamo na različna mesta v interferometru. Pri poljubni naravnosti zrcal Z1 in Z2 dobimo na izhodu v splošnem dva snopa, ki ju lahko opazujemo na steni laboratorija. Tam dobimo dve med seboj razmaknjeni svetli "lisi", ki ju nato z nagibanjem zrcala Z2 med seboj prekrijemo. Najprej vrtimo prvi justirni vijak, dokler lisi nista poravnani npr. vodoravno, nato pa še drugega. Ko se lisi začneta prekrivati, se pojavijo interferenčne proge.

Zrcali Z1 in Z2 sta medsebojno poravnani takrat, ko je celotno interferenčno polje čimbolj homogeno osvetljeno. S premikanjem mikrometrskega vijaka, ki spreminja oddaljenost zrcala Z1 od polprepustnega zrcala P, se svetlost interferenčne slike izmenično spreminja. Če poznamo valovno dolžino vpadne svetlobe  $\lambda$ , lahko s štetjem zaporednih interferenčnih minimumov zelo precizno merimo premike zrcala Z1.

Štetje interferenčnih prog je lažje, če vidimo večji del slike in več interferenčnih prog. Ena od možnosti je, da postavimo med laser in interferometer mlečno steklo, ki del svetlobe razprši. Interferenčno sliko opazujemo na steni v zatemnjenem laboratoriju. V primeru dobro nastavljenega interferometra vidimo interferenčne proge v obliki krogov. Pri pomikanju zrcala Z1 proge izginjajo ali se pojavljajo, odvisno od smeri premika. Vsaka izginula proga pomeni, da se je zrcalo Z1 premaknilo za  $\frac{\lambda}{2}$ .

Mikrometrski vijak, ki pomika zrcalo, postavi približno na sredino pomičnega območja in odčitaj njegovo lego. Nato ga vrti in šteje proge toliko časa, da izgine najmanj 100 interferenčnih prog. Spet odčitaj lego na mikrometrski skali. Meritev ponovi vsaj petkrat. Zaradi možne mehanske histereze (mrtvi hod) vijaka izvedi premike vedno v isti smeri in med štetjem ne vrti vijaka nazaj. Iz meritev natančneje določi delilno razmerje pomičnega mehanizma.

**2** Med polprepustno zrcalo P in pomično zrcalo Z1 pritrdi zračno komoro dolžine 50 mm. Komoro na obeh straneh zapirata stekleni okni, ki sta med seboj vzporedni. Preveri nastavitve interferometra in ga po potrebi ponovno justiraj, tako da na steni vidiš interferenčne proge. Razliko med zračnim pritiskom v komori in v okolici merimo z manometrom. S tlačilko lahko povečamo tlak v komori za približno 2 bara. Z ventilom pa lahko tlak kontrolirano nižamo.

Povišaj tlak v komori za okoli 2 bara. Z zniževanjem pritiska se spreminja lomni količnik zraka v komori in s tem tudi optična pot  $l_1$  prvega delnega snopa. Na zaslonu se zato izmenjujejo interferenčni maksimumi in minimumi oz. se pomikajo interferenčne proge. Šteje izginevanje interferenčnih prog v čim širšem intervalu spremembe tlaka. Meritev števila prog v odvisnosti od tlačne razlike ponovi vsaj petkrat. Vsaka izginula proga pomeni, da se je optična pot  $l_1$  spremenila za  $\lambda$ . Pazi, svetloba potuje dvakrat skozi komoro. Iz znane dolžine celice lahko izračunamo ustrezno spremembo lomnega količnika zraka  $\Delta n$  kot funkcijo tlaka. Glede na to, da je lomni količnik vakuuma 1, lahko na osnovi meritev za zrak narišemo diagram  $n - 1$  kot funkcijo absolutnega tlaka  $p$ . Vprašanje: Kolikšen bi bil lomni količnik zraka pri 1000 bar? Ali je primerljiv z lomnim količnikom vode?

**3** Metoda iskanja ekvidistančne lege je naslednja. Za osvetljevanje uporabimo Hg svetilko in mlečno steklo. Osvetlitev interferometra je sedaj tako šibka, da lahko z očesom gledamo naravnost v interferometer. V splošnem vidimo barvne ukrivljene interferenčne

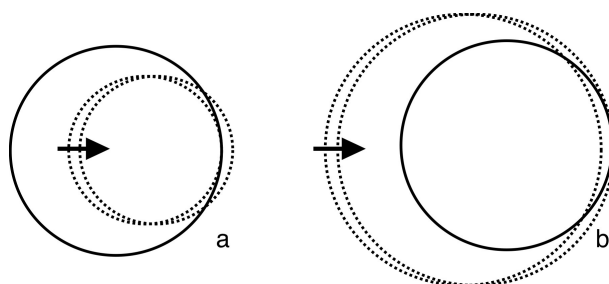
proge. Z nastavitvijo ogledala Z2 dosežemo, da vidimo sliko, ki jo sestavljajo barvni interferenčni koncentrični krogi. Premaknemo ogledalo Z1 v eno skrajno lego, kjer smo daleč od ekvidistančne lege in potem med počasnim pomikanjem zrcala Z1 proti sredini opazujemo, kaj se dogaja z interferenčnimi progami (krogi). Krogi lahko izginevajo v sredini ali pa rastejo iz sredine. Če smo postavili ogledalo Z1 najbližje polprepustnemu ogledalu, potem bodo krogi izginevali, ko bomo odmikali Z1. Zpomnimo si, kaj se dogaja in potem z vrtenjem premaknemo vijak za nekaj mm. Ponovno počasi in v isti smeri premikamo ogledalo Z1 in opazujemo, če proge še vedno izginjajo. Premik za nekaj mm in opazovanje izginevanja krogov ponavljamo toliko časa, da premaknemo Z1 preko ekvidistančne lege, kar se pokaže v tem, da takrat krogi nastajajo. Sedaj začnemo vrteti vijak nazaj in opazujemo kroge, ki izginjajo. Krogi so vse manj pravilni, ker se v bližini ekvidistančne lege neravnost ogledal in polprepustnega zrcala bolj pozna. Če napak ogledal ne bi bilo, bi morali v ekvidistantni legi videti celo polje temno ali svetlo.

Ko smo prepričani, da smo v bližini ekvidistančne lege, spremenimo način opazovanja. Najprej nagnemo ogledalo Z2 toliko, da v vidnem polju nimamo več krogov (popačenih v lise) ampak približno deset prog. Sedaj ugasnemo Hg svetilko in prižgemo volframsko, ki je v istem ohišju. Običajno bo interferenčni vzorec izginil, ker s prejšnjim postopkom nismo natančno zadeli ekvidistančne lege. Zapišemo si položja mikrometrskega vijaka. Sedaj previdno vrtimo vijak in premikamo zrcalo Z1 v okolici začetne lege, dokler ne zagledamo belo-črnih interferenčnih prog. Takrat smo našli ekvidistančno lego. Zapišite si lego vijaka.

Nastanek interferenčnih kolobarjev najlažje razumemo v primeru, da interferometer na vhodu osvetljujemo s točkastim svetilom. Valovne fronte točkastega svetila so krogle, njihova ukrivljenost pa pada z oddaljenostjo od svetila. Poti svetlobe od izvora do ogledal Z1 in Z2 ter do izhoda interferometra se v splošnem razlikujeta in zato sta različni tudi ukrivljenosti valovnih front. Presečišča valovnih front različne ukrivljenosti so krogi, zato imajo interferenčne proge obliko krogov. Krogi so tem bolj gosti, čim bolj sta ukrivljenosti različni, izginejo pa v ekvidistančni legi, ko se ukrivljenosti valovnih front izenačita. Pri opazovanju interference z očesom in difuzorjem na vhodu interferometra je slika ekvivalentna zgornji razlagi, če je oko izostreno na gledanje v neskončnost. Preizkusite sami, kako se slika spreminja v odvisnosti od akomodacije očesa. Razlaga pa presega zahteve te vaje.

**4** Vidnost interferenčne slike je odvisna od koherenčnih lastnosti svetlobnega izvora. V grobem ločimo časovno in prostorsko koherenco in Michelsonov interferometer je primeren za določanje časovne koherence, čeprav kot rezultat pogosto navajamo koherenčno dolžino, ki je produkt koherenčnega časa in svetlobne hitrosti v vakuumu. Koherenčni čas  $\tau_k = 1/\Delta\nu$  je enak obratni vrednosti spektralne širine svetila. Pri HeNe laserjih je koherenčna dolžina velika in interferenčne kolobarje dobimo tudi, če sta zrcali relativno razmaknjeni za več deset centimetrov. Pri kvazi-monokromatskih virih svetlobe, kot je denimo Hg svetilka, je zgornja meja za  $d$  reda velikosti nekaj cm. Pri termičnih svetilih, med katere spada običajna žarnica na volframsko nitko, pa je koherenčna dolžina le še nekaj valovnih dolžin in interferenčno sliko dobimo le, če je razdalja  $d$  manjša od nekaj  $\mu\text{m}$ . Zato je s svetlobo iz žarnice zelo težko "najti" ekvidistančno lego interferometra in opazovati interferenčno sliko.

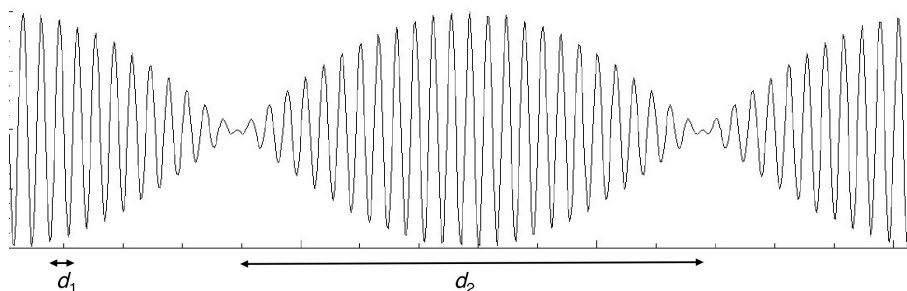
Koherenčni čas ocenimo z Michelsonovim interferometrom tako, da iz ekvidistančne lege, kjer je kontrast interferenčnih prog maksimalen, premaknemo ogledalo Z1 do tja,



Slika 16.2.: Točkast izvor vidimo na izhodu Michelsonovega interferometra dvojno. Na sliki so shematično prikazane valovne fronte teh dveh koherentnih točkastih svetil, od celotnih krogelnih front pa opazujemo le desno stran, tam kjer se narisane valovne fronte sekajo. Prvo svetilo naj miruje (svetloba se odbije od fiksnega ogledala), ena njegova valovna fronta pa je narisana s polno črto. Drugo svetilo je v primeru a bližje opazovalcu, zato je njegova valovna fronta, narisana pikčasto, bolj ukrivljena. V primeru b je drugo svetlo bolj oddaljeno od opazovalca kot prvo svetilo. Drugo svetilo premikamo proti desni v smeri puščice (premično ogledalo bližamo izhodu), kar je na sliki predstavljeno z dvema valovnima frontama, ki ustrezata dvema legama drugega svetila. Vidimo, da bodo v primeru a nastajale interferenčne proge v sredini in se širile navzven, v primeru b pa bodo izginevale v centru interferenčnega vzorca.

kjer ocenimo, da se je kontrast zmanjšal na polovico. Pri volframski žarnici je spekter tako širok, da namesto premikanja zrcala Z1, Z2 zrcalo le nagnemo, da vidimo v polju več kot 10 svetlo temnih prog in preštejemo proge od najbolj kontrastne do proge, kjer se kontrast zmanjša na polovico. Štejemo na obe strani. Iz števila prešteti prog  $m$  ocenimo koherenčno dolžino kot  $m\bar{\lambda}$ , kjer je  $\bar{\lambda} = 550\text{nm}$  povprečna valovna dolžina bele svetlobe iz žarnice.

**5** V svetlobnem spektru Na svetilke sta dve črti v oranžnem barvnem področju, ki sta relativno blizu druga zraven druge (dublet). V ekvidistančni legi, kot vedno, vidimo velik kontrast interferenčnih prog. Pri premikanju zrcala Z1 opazimo v kontrastu interferenčne slike "utripanje", glej sliko 16.3



Slika 16.3.: Interferenčni vzorec dveh ozkih črt. Ko seštejemo intenziteti obeh črt, dobimo maksimalen kontrast tam, kjer se interferenčne proge pokrivajo, kontrast pa izgine, ko so proge med seboj zamaknjene za pol periode. Tako merimo razdaljo med progami  $d_1$  kot tudi razdaljo med pobledivtami  $d_2$ .

To utripanje je lahko razumeti, saj vsaki ozki črti pripadajo enakomerno razmaknjene interferenčne proge, vendar je perioda vzorca različna za prvo in drugo črto. Svetlobo v teh dveh črtah lahko obravnavamo kot dva nekoherentna izvora. Ko seštejemo intenziteti obeh črt, dobimo maksimalen kontrast tam, kjer se interferenčne proge pokrivajo,

kontrast pa izgine, ko so proge med seboj zamaknjene za pol periode. Intenziteto na izhodu interferometra opisuje naslednja enačba:

$$I = \frac{I_0}{4}[2 + \cos(2k_1d) + \cos(2k_2d)] = \frac{I_0}{2}[1 + \cos((k_1 + k_2)d) \cos((k_1 - k_2)d)], \quad (16.1)$$

kjer sta  $k_1$  in  $k_2$  valovni števili obeh črt in je  $d$  odmik ogledala iz ekvidistančne lege. Produkt obeh  $\cos$  v drugem delu enačbe nam da dobro znano utripanje. Prvi člen z vsoto  $k_1 + k_2$  opisuje hitro izmenjavo temnih in svetlih prog, drugi člen z razliko  $k_1 - k_2$  pa počasno spreminjanje kontrasta.

Vključi Na svetilko in jo postavi pred interferometer. Počakaj nekaj minut, da se svetilka segreje in začne oddajati močno oranžno svetlobo. Med svetilko in interferometer postavi še nosilec z listom belega papirja ali kakšno drugo difuzno snov. Zrcalo Z1 postavi v ekvidistantno lego in šteje proge pri odmikanju od te lege. Večkrat preštej po 100 prog in zapiši premik zrcala. S to meritvijo iz  $(k_1 + k_2)d_{100} = 100 \times 2\pi$  določiš povprečno valovno dolžino obeh črt  $\bar{\lambda} = 2d_{100}/100$ , kjer smo upoštevali, da je razlika valovnih dolžin majhna.

Nato opazuj spreminjanje kontrasta interferenčne slike, ko zrcalo odmikaš za večje odmike. Zapiši položaje mikrometerskega vijaka, ki ustrezajo 1, 2 . . . 5 zabrisanjem (pobleditvam) kontrasta. (Pobleditve lahko natančneje določimo kot pa maksimalen kontrast.) Pri meritvah zrcalo Z1 pomikaj vedno v isto smer. Razdalja med dvema pobleditvama  $d_2$  je določena z  $(k_1 - k_2)d_2 = \pi$ . Od tod izračunamo razliko valovnih dolžin  $\Delta\lambda = \bar{\lambda}^2/(2d_2)$ .

## Literatura

- [1] Strnad J *Fizika, drugi del: Električna in Optika* (DMFA, 1995)
- [2] Strnad J *Fizika, tretji del: Posebna teorija relativnosti, Kvantna fizika, Atomi* (DMFA, 1992)

## 17. Lastnosti transmisijske linije

### Uvod

Visokofrekvenčne signale in energijo večkrat vodimo po kablh imenovanih *transmisijske linije*. V fiziki pogosto prenašamo signale v obliki kratkih napetostnih ali tokovnih impulzov od detektorjev do merilnih instrumentov ali osciloskopov. Pravilna priključitev izvora šibkega signala z merilnikom ni vedno enostavna naloga in običajno ne sme biti izvedena s parom navadnih žic. Za ta namen uporabljamo *koaksialne kable* sestavljene iz prevodne žice obdane z izolatorjem in cilindričnim prevodnim ščitom, kot je prikazano v dodatku. Slednji se uporabljajo skoraj izključno za prenos šibkih signalov (televizija, radio, meritve podatkov itd.), ker njihova sestava zmanjšuje moteče signale drugih elektromagnetnih valovanj, ki jih je v vsakem laboratoriju dosti; od 50 Hz motenj, ki jih sevajo predvsem transformatorji, do vseh radijskih in komunikacijskih signalov.

Koaksialne kable najpomembneje označuje njihova karakteristična impedanca. Robni pogoji, ki jih predpisujejo Maxwellove enačbe, morajo biti zadoščeni na vsaki meji med različnimi kabli ali na vhidih in izhodih aparatur. Koaksialne kable, po katerih vodimo signale, je zato potrebno pravilno zaključiti, če se hočemo izogniti odbojem valovanj in s tem nezaželenim interferencam, ki bi vodile do popačenja signala. Zaključevanje pomeni izenačevanje impedance vseh členov v verigi izvora, prenosa in detekcije signala. Enako pomembno je zaključevanje kablov tudi pri prenosu energije.

Valovne dolžine elektromagnetnega valovanja v kablh so običajno primerljive z dolžino kablov. To pomeni, da linija ni zelo kratka v primerjavi z valovno dolžino visokofrekvenčnega signala. Zato moramo upoštevati posebne lastnosti linije pri prenosu energije, ki se tičejo faznih zakasnitev valovanj. Krajevna odvisnost toka in napetosti vzdolž linije je dana z rešitvijo valovne enačbe. Linijo lahko smatramo za električno vezje, v katerem sta induktivnost in kapacitivnost enakomerno porazdeljeni po dolžini. Lastnosti linije (npr. koaksialnega kabla) opišemo z induktivnostjo na enoto dolžine  $L'$  in s kapacitivnostjo na enoto dolžine  $C'$ . Upornosti žic in prevodnost izolacije med vodnikoma zanemarimo. Tukaj bomo preprosto zapisali valovni enačbi za tok  $I$  in za napetost  $U$ . Za dodatna pojasnila pri izpeljavi glej [1]. Tako velja

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad (17.1)$$

in

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = L' C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (17.2)$$

Za val z določeno frekvenco  $\omega$  lahko zapišemo splošno rešitev na naslednji način

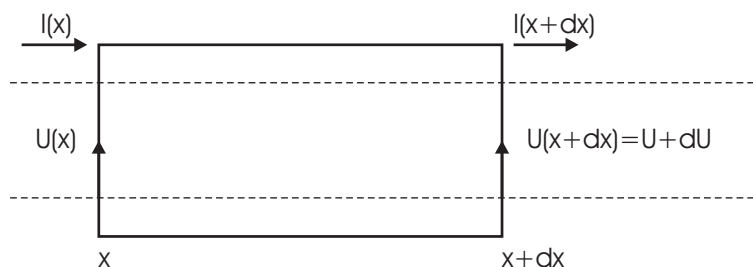
$$I(x, t) = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{i\omega t} \quad (17.3)$$

in

$$U(x, t) = (Ce^{ikx} + De^{-ikx})e^{i\omega t}. \quad (17.4)$$

Koeficienta  $C$  in  $D$  sta odvisna od  $A$  in  $B$ : zvezo med njimi da enačba, ki jo sicer upoštevamo že pri izpeljavi valovne enačbe. Tukaj ponovimo razmislek, kaj se godi z napetostjo v kratkem koščku kabla, in si pri tem pomagamo s sliko 17.1.





Slika 17.1.: Tokovi  $I$  in napetosti  $U$  v kratkem koščku kabla med  $x$  in  $x + dx$ .

Napetost v sklenjenem krogu je enaka inducirani napetosti v tem krogu. To nam da enačbo

$$\frac{\partial U}{\partial x} dx = -L' dx \frac{\partial I}{\partial t}, \quad (17.5)$$

oziroma

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -L' \frac{\partial I}{\partial t} \quad (17.6)$$

iz katere dobimo izraz, ki povezuje napetost s tokom kot

$$ik(Ce^{ikx} - De^{-ikx})e^{-i\omega t} = i\omega L'(Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t} \quad (17.7)$$

in v njem izenačimo člene z enako krajevno odvisnostjo, od katerih en par opisuje val, ki se širi v pozitivni smeri osi  $x$ , drugi pa v nasprotni smeri. Razmerje med napetostjo in tokom imenujemo karakteristična impedanca

$$Z_0 = \frac{C}{A} = \frac{\omega L'}{k} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}, \quad (17.8)$$

koeficienta  $C$  in  $D$  pa se izražata z njo kot  $C = AZ_0$  in  $D = -BZ_0$ . S tem smo prišli do važnega pojma karakteristične upornosti linije  $Z_0$ . Že vnaprej povejmo, da so tipične vrednosti od 50 do 500  $\Omega$ .

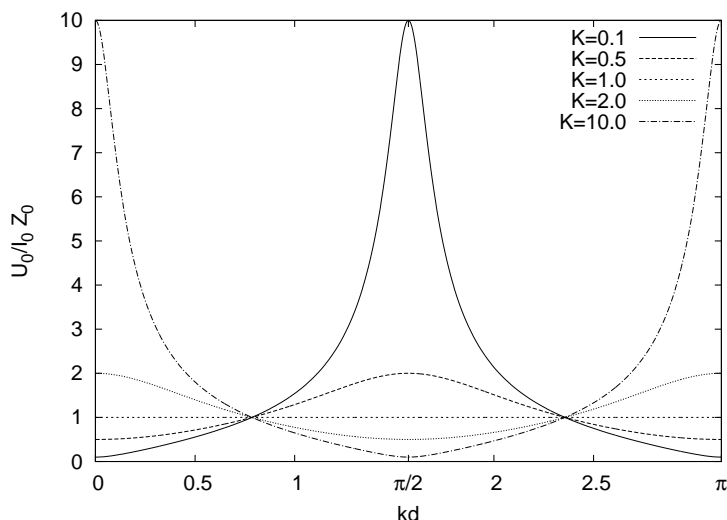
Poglejmo zdaj konkreten primer, ki ga bomo študirali pri vaji. Kabel bomo napajali z izmeničnim tokom s konstantno amplitudo  $I_0$ , ki ga torej poznamo na začetku kabla pri koordinati  $x = 0$ . Na koncu kabla pri  $x = d$  bomo priključili znano upornost, ki nam bo - v skladu z Ohmovim zakonom - določila razmerje med tokom in napetostjo na tistem mestu. Izpustimo pisanje časovne odvisnosti in izrazimo amplitudi obeh nasprotnih valov, to je konstanti  $A$  in  $B$ , z navedenimi robnimi pogoji kot

$$I(0) = A + B = I_0 \quad (17.9)$$

in

$$I(d) = Ae^{ikd} + Be^{-ikd} = \frac{U(d)}{Z_T} = \frac{AZ_0e^{ikd} - BZ_0e^{-ikd}}{Z_T} \quad (17.10)$$

Sistem enačb (17.9) in (17.10) v splošnem nima enostavno preglednih rešitev. Situacija je najbolj enostavna, kadar je kabel zaključen z upornostjo, ki je enaka karakteristični upornosti kabla  $Z_T = Z_0$ . Takrat dobimo  $B = 0$ , kar pomeni da nimamo valovanja, ki bi se širilo nazaj, torej ni odbojev in kabel se obnaša, kot bi bil neskončno dolg, ne glede na njegovo dolžino.



Slika 17.2.: Impedanca kabla kot funkcija zakasnitve faze valovanja (spreminjamo frekvenco valovanja) v kablju z dolžino  $d$  pri različnih zaključkih kabla. Podano je razmerje med navidezno impedanco  $\frac{U_0(0)}{I_0}$  in karakteristično impedanco  $Z_0$ . Število  $K = \frac{Z_T}{Z_0}$  označuje razmerje med karakteristično impedanco kabla in upornostjo zaključka.

Če kabel ni zaključen s karakteristično upornostjo so lastnosti odvisne od dolžine. Slika 17.2 prikazuje odvisnost amplitude napetosti na začetku kabla  $U_0(0)$  od faze valovanja  $kd$  na koncu kabla za pet primerov različnih zaključkov kabla, ki so podani poleg krivulj kot razmerje  $\frac{Z_0}{Z_T}$ .

Kot vidimo, je napetost res živahna funkcija faze ob neprimernih zaključkih kabla. Za opazovanje teh pojavov je najprimernejša dolžina kabla  $\frac{1}{4}$  valovne dolžine, torej fazna zakasnitev  $\frac{\pi}{2}$ . Kabel te dolžine "transformira" upornost. Kratko sklenjen kabel ( $Z_T = 0$ ) predstavlja zelo veliko upornost na drugem koncu. Nasprotno pa odprt kabel predstavlja na drugem koncu zelo majhno upornost. Napetost na začetku kabla je v tem primeru podana kot  $U_0(0) = \frac{I_0 Z_0^2}{Z_T}$ . Za kabel dolg pol valovne dolžine je navidezna impedanca popolnoma enaka na koncu in na začetku kabla.

Pomemben zaključek dosedanje analize je prisotnost odbitega valovanja v vsakem kablju, ki ni pravilno zaključen. Prisotnost odbitega valovanja se da izraziti z refleksijskim koeficientom  $R$ . Če je kabel zaključen s karakteristično upornostjo  $Z_T = Z_0$ , je refleksijski koeficient 0. V vseh drugih primerih dobimo od nič različen  $R$ . Kot primere navedimo skrajne situacije. Tako velja v primeru  $Z_T = \infty$   $R = 1$  in v primeru  $Z_T = 0$   $R = -1$ . Če je breme čista induktivnost ali kapacitivnost je absolutna vrednost  $R$  tudi enaka 1.

Pri prenosu signala pride v kablju tudi do izgub. Te so do frekvence 1 MHz v glavnem posledica ohmskih izgub in so zato frekvenčno neodvisne. Pri večjih frekvencah pa pride do kožnega pojava (skin effect), s tem prevajanja v tanjšem delu vodnika in zato so izgube večje in naraščajo pri višjih frekvencah.

## Potrebščine

- Visokofrekvenčni signalni generator do 30 MHz z izhodno napetostjo 1 V, kabel 704 cm, priključen na generator preko večjega upora  $R_1$

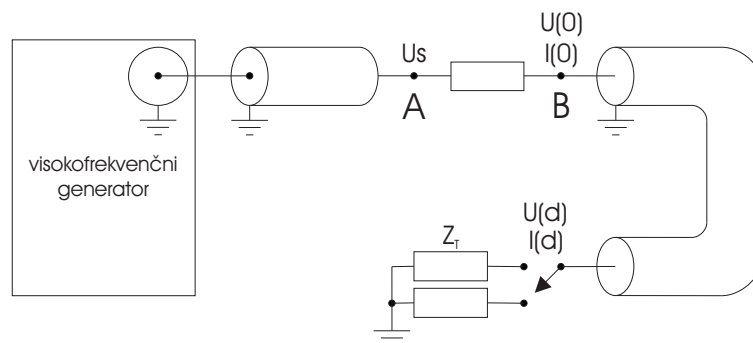
- preklopnik z različnimi upori za zaključevanje kabla
- osciloskop z visokofrekvenčno sondo

## Naloga

1. Izmeri hitrost elektromagnetnega valovanja v kablu in določi dielektrično konstanto izolacije  $\epsilon$ .
2. Izmeri in nariši diagram (vse meritve na en graf) amplitude napetosti na začetku kabla  $U_0(0)$  kot funkcijo frekvence  $\omega$  za vse zaključne impedance kabla, ki jih imaš na voljo. Meri natančno okoli  $kd = \frac{\pi}{2}$ , tako da dobiš graf primerljiv s sliko 3 v območju  $kd$  med 1 in 2. Pri frekvencah, za katere velja  $kd \approx \pi$  in pri  $kd \approx \frac{3\pi}{2}$ , pa določi samo ekstreme in si zapiši ustrezne frekvence in amplitude.
3. Določi karakteristični upor kabla  $Z_0$  iz meritve frekvenčne odvisnosti in izračunaj  $L'$  in  $C'$  iz znanih dimenzij kabla. Primerjaj jih z znanimi podatki za uporabljeni kabel.

## Izvedba vaje

Visokofrekvenčni generator naj bi dal stalno napetost  $U_s$  okrog 1 V. Z njim preko kratkega kabla in upora  $R_1 = 1100 \Omega$  napajaš kabel s konstantnim tokom  $I_0$  (slika 17.3). Kabel je na drugem koncu priključen na preklopnik, s katerim lahko postopoma spreminjaš upornost zaključka kabla od kratkega stika pa do popolnoma odprtega kabla. Zaključek je torej ohmski, se pravi, da ga zapišemo kot realno upornost  $Z_T = R_T = 0, 5, 10, 15, 22, 33, 51, 100, 215, 560$  in  $\infty \Omega$ .



Slika 17.3.: Shema meritve lastnosti koaksialnega kabla končne dolžine. Kabel napajamo z izmeničnim tokom s konstantno amplitudo. Na koncu kabla pri  $x = d$  priključimo znano upornost. Z osciloskopsko sondo merimo frekvenčno odvisnost napetosti  $U(0)$  na začetku kabla.

Osciloskop ti služi za opazovanje napetosti v različnih delih vezja. Napetost otipaš s posebno sondo (pravimo ji osciloskopska sonda), ki kar najmanj zmoti opazovano vezje. Vsa dosedanja diskusija te je morala prepričati, da je uporaba primerne sonde neizbežna, če hočemo njen vpliv na razmere v kablu zanemariti. Vsaka žica ali kabel za odjemanje signala, ki bi imela primerljivo impedanco z impedanco vezja, bi namreč razmere v vezju krepko spremenila. Sonda je poseben element, ki ga običajno dobimo

skupaj z osciloskopom. Pomembne lastnosti sonde so njena visoka impedanca in majhna kapacitivnost. To dosežejo s posebno tanko žičko z visoko upornostjo v sredi koaksialnega vodnika. **Zaradi občutljivosti sonde ravnaj z njo zelo previdno!** Pred uporabo sonde pri vaju se prepričaj, da pri merjenju škatlastega signala iz funkcijskega generatorja ali iz PROBE COMP izhoda na osciloskopu s sondo dobimo na ekranu osciloskopa kvaliteten škatlast profil.

Priključi tipalo sonde na mesto, kjer te zanima napetost, priključi pa tudi ozemljitvenega krokodila na del vezja, ki je ozemljen, to je običajno na plašč kabla. S tem da priključiš sondo na mesto A (slika 17.3), preveri kolikšna je napetost generatorja  $U_s$  v odvisnosti od frekvence v celotnem področju od 1 do 20 MHz, oziroma kolikšni so odmiki od konstantne amplitude. Potem priključi sondo na začetek kabla na mesto B (slika 17.3). Kabel na koncu kratko skleni, tako da nastaviš preklopnik na  $Z_T = 0$ . Opazuj signal  $U_0(0)$  na osciloskopu v odvisnosti od naraščajoče frekvence generatorja in poišči prvi izraziti maksimum. Takrat je kabel dolg natančno četrta valovne dolžine valovanja. Frekvenco odčitaj z visokofrekvenčnega generatorja in z osciloskopa in primerjaj rezultat. Iz znane dolžine koaksialnega kabla in frekvence določi hitrost EM valovanja v kablu  $c$  in določi dielektrično konstanto izolacije kot  $\epsilon = (\frac{c_0}{c})^2$ , kjer je  $c_0$  svetlobna hitrost v vakuumu.

V okolici frekvence, za katero je kabel dolg četrtno valovne dolžine, izmeri frekvenčno odvisnost napetosti na začetku kabla za vse zaključke kablov, ki jih lahko izbereš z danim preklopnikom. Frekvenco odčitaj z osciloskopa. (Izbira "okolice" v kateri merimo je vedno pomembna, da si ne nakopljemo preveč dela in ne izpustimo važnih odvisnosti. Gostota točk je tudi pomembna iz istih razlogov kot prej. Točke naj se razlikujejo nekako za 10% vsaj ene izmed vrednosti, ki točko določajo. Premisli, zakaj je to smiselno.) Ponovi meritve pri dvojni frekvenci. Meri tudi pri trojni frekvenci. Zato, da bo meritev hitrejša poišči pri  $kd \approx \pi$  in pri  $kd \approx \frac{3\pi}{2}$ , za vsak zaključek kabla samo ekstrem napetosti in ga zapiši. Zapiši si tudi frekvenco v ekstremu, ki se lahko rahlo spreminja zaradi neidealnih razmer (neidealni tokovni generator, izgube v kablu, kapacitivnost sonde).

Izračunaj  $L'$  in  $C'$  iz znanih dimenzij kabla. Doma preveri naslednje formule za induktivnost in kapacitivnost na enoto dolžine

$$C' = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln \frac{D}{d}}$$

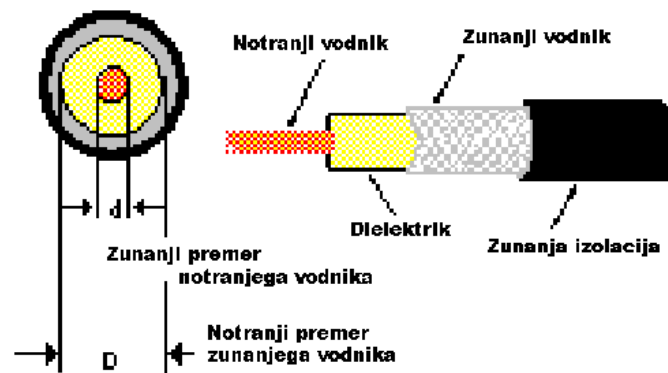
in

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d}.$$

## Literatura

- [1] I. Kuščer in A. Kodre *Matematika v fiziki in tehniki* (DMFA, Ljubljana, 1994)

## Dodatek: Podatki za kabel RG 58 C/U



Impedanca	$(50 \pm 2) \Omega$
Kapacitivnost	101 pF/m
Dušenje	23 dB / 100 m pri 100 MHz
Teža	3.80 kg / 100 m

Notranji vodnik	Dielektrik	Zunanji vodnik	Plašč
CuSn	PE (polietilen)	CuSn	PVC (polivinilklorid)
$d = 0.9 \text{ mm}$	$D = 2.95 \text{ mm}$	zun. premer = 3.6 mm	zun. premer = 5 mm

## 18. Akustični resonator

### Uvod

Gibanje zvočnih valov v zaprtem prostoru končnih dimenzij se od gibanja v neomejenem prostoru bistveno razlikuje. V obeh primerih velja seveda valovna enačba, v prvem primeru pa je treba dodati še robne pogoje, ki morajo biti izpolnjeni na površini trdnih sten prostora. V omejenem prostoru končnega volumna so možne proste oscilacije samo pri točno določenih frekvencah, ki jih imenujemo lastne frekvence, načine nihanja pa imenujemo lastna nihanja. Lastni načini in njihove frekvence so odvisni od dimenzij in oblike prostora. Za dodatna pojasnila pri izpeljavi glej [1].

Opis nihanja v plinu začnemo z Newtonovim zakonom za kontinuum

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = -\text{grad } p, \quad (18.1)$$

kjer je  $\rho$  gostota plina,  $\partial^2 \vec{u} / \partial t^2$  pospešek in  $p$  tlak. Nadaljnjo povezavo med odmiki delov plina  $\vec{u}$  in gostoto dobimo iz kontinuitetne enačbe

$$\delta \rho = -\rho_0 \text{div} \vec{u}, \quad (18.2)$$

kjer smo z  $\delta \rho$  označili odmik gostote od ravnovesne vrednosti. Potrebujemo pa še enačbo stanja, in sicer lahko privzamemo, da je prevajanje toplote zanemarljivo in zato uporabimo adiabatno stisljivost

$$\frac{\delta p}{p_0} = \kappa \frac{\delta \rho}{\rho_0}, \quad (18.3)$$

kjer je  $\kappa$  razmerje specifičnih toplot pri konstantnem tlaku in konstantnem volumnu. Enačbe (18.1), (18.2) in (18.3) premečemo in po želji lahko zapišemo valovne enačbe za tlak, hitrosti, odmike ali gostoto. S pomočjo hitrosti zvoka  $c$ , ki je enaka

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho_0}},$$

navedimo naslednjo obliko

$$\nabla^2 \delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2}. \quad (18.4)$$

Ob trdni steni ni odmikov pravokotno na steno v smeri  $\vec{n}$ , prav tako ni normalne komponente hitrosti ali pospeška. Ta pogoj se prevede v robni pogoj za nihanje tlaka kot

$$\vec{n} \text{ grad } p = 0. \quad (18.5)$$

Za zaprt prostor v obliki kvadra z robovi  $A$ ,  $B$  in  $C$  je najprimerneje izbrati koordinatno izhodišče v enem od vogalov in osi  $x$ ,  $y$ , in  $z$  vzporedne robovom kvadra. Tako lahko zapišemo rešitev valovne enačbe pri frekvenci  $\omega$  kot produkt kosinusov, da v izhodišču takoj izpolnimo robne pogoje. Nastavek za valovanja z neko amplitudo  $p_0$  je

$$p(\vec{r}, t) = p(\vec{r}) \cos(\omega t + \phi) \quad p(\vec{r}) = p_0 \cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z, \quad \vec{r} = (x, y, z), \quad (18.6)$$

kjer je  $p(\vec{r})$  krajevna odvisnost stoječega valovanja,  $\omega$  njena kotna hitrost in  $\phi$  nek začetni fazni zamik. Z uporabo tega nastavka v valovni enačbi (18.4) dobimo zvezo med kotno frekvenco  $\omega$  in valovnim vektorjem  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  enako

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2.$$

Z upoštevanjem robnih pogojev na stenah (18.5) v nastavku (18.6) sledi, da so komponente valovnega vektorja

$$k_x = n_x \frac{\pi}{A}, \quad k_y = n_y \frac{\pi}{B}, \quad k_z = n_z \frac{\pi}{C},$$

kjer so  $n_x$ ,  $n_y$  in  $n_z$  pozitivna cela števila ali 0. S tem smo določili kotne frekvence lastnih valovanj kot

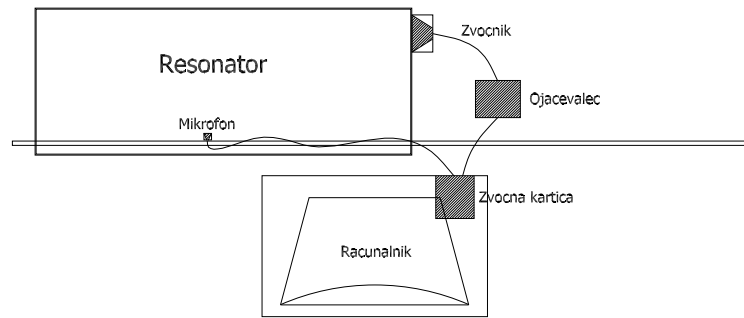
$$\omega = c\pi \sqrt{\left(\frac{n_x}{A}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{B}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{C}\right)^2}.$$

## Naloga

1. Izračunaj najnižje resonančne frekvence akustičnega resonatorja za  $n_i$  od 0 do 3 in dobljene frekvence (manjše od 1000 Hz) v tabeli razvrsti po velikosti skupaj s pripadajočimi vrednostmi  $n_i$ . V tabeli pusti še dva prazna stolpca za izmerjene frekvence in amplitude.
2. Izmeri resonančni odziv akustičnega resonatorja v območju od 200 do 1000 Hz in ga nariši v ustrezen graf.
3. Izmeri odvisnost signala od položaja mikrofona v škatli za osnovno in še nekatere višje resonance. Izberi si take frekvence, da bodo odvisnosti  $p(\vec{r})$  različne (recimo za  $n_x$  od 0 do 3).
4. Primerjaj izmerjene in izračunane frekvence in na ta način določi, kateremu nihajnemu načinu pripadajo izmerjene resonance. Frekvence maksimumov in ustrezne amplitude vnese v pripravljeno tabelo.
5. Iz prvih treh resonanc izračunaj hitrost zvoka.
6. Oцени razpolovno širino prvih treh resonančnih črt in še katere, ki je dovolj ločena od ostalih.

## Potrebščine

- akustični resonator - zaboj iz vezanih in ivernih plošč z debelimi dušenimi stenami, notranje dimenzije so 56.7 cm x 38.5 cm x 24 cm z odstranljivim pokrovom
- računalnik opremljen s programom Wave Simulator (WaveSim) in zvočno kartico, ki podpira 44.1 kHz Mono-Duplex način predvajanja in sprejemanja zvoka
- zvočnik, pritrjen na steno resonatorja blizu vogala in povezan preko ojačevalca na LineOUT izhod zvočne kartice
- premični mikrofonski konektor povezan na MIC vhod zvočne kartice



Slika 18.1.: Shematična slika postavitve naloge.

## Načini meritev<sup>1</sup>

Meritev lahko opravimo na dva načina. Pri prvem načinu merimo zvočno jakost v resonatorju z mikrofonom, pri čemer vzbujamo valovanje z zvočnikom, na katerega priključimo izvor s konstantno amplitudo napetosti ali toka. Ta meritev je pojmovno in eksperimentalno enostavnejša, zahteva pa več opreme, oziroma poseganja v resonator, saj potrebujemo oboje: zvočnik in mikrofoni.

Druga možnost je meritev impedance zvočnika, ki ga uporabljamo za vzbujanje valovanja. Na zvočnik v tem primeru priključimo izvor konstantnega toka, kar pomeni da je zaporedno z zvočnikom priključen še večji ohmski upor, npr.  $1000 \Omega$ , in nato merimo napetost na zvočniku. Ta meritev je bolj zapletena, saj poleg resonanc akustičnega resonatorja kot signal dobimo tudi zvočnikove mehanske resonance. Pri dobrih zvočnikih so sicer te resonance močno dušene in zaradi tega široke. Vseeno je priporočljivo po tej metodi najprej izmeriti resonančni odziv zvočnika v odprtem resonatorju in šele nato v zaprtem in tako določiti lastne resonance zvočnika samega. Kljub malo večji zapletenosti postopka je ta metoda pomembna za razumevanje mnogih drugih meritev, kjer hočemo resonator zmotiti čim manj oziroma nimamo na voljo detektorjev, tako da merimo odziv resonatorja preko učinkovitosti sklopitve z vzbujevalnim elementom.

## Navodilo

Na računalniku obstaja račun za študentsko uporabo:

```
username: student
password: praktikum2
```

Vaja je postavljena za meritev po prvi metodi, to je z uporabo zvočnika in mikrofona. Slednja sta vezana na zvočno kartico osebnega računalnika, kot je opisano v poglavju **Potrebščine** in shematsko prikazano na sliki 18.1. S programom Wave Simulator kontroliramo sprejemanje in oddajanje zvoka preko zvočne kartice. V prvem primeru gre za generiranje sinusne napetosti na izhodu `LineOUT`, v drugem pa za zajemanje napetosti na vhodu `MIC`. Oba priključka delata v nekem napetostnem intervalu.

V programu sta vhodni in izhodni signal navedena kot v brezdimenzijski količini  $U(t) \in [-1, 1]$ , ki predstavlja relativno napetost vhoda oz. izhoda zvočne kartice glede na njen

<sup>1</sup>ni nujno za samo izvedbo naloge



maksimalni odziv. Med fluktuacijami tlaka in uvedeno relativno napetostjo je linearna zveza, ki je posledica principov delovanja mikrofонов oz. zvočnikov:

$$\delta p = k U(t),$$

kjer je konstanta  $k$  odvisna od karakteristike zvočnika in (strojnih in programskih) ojačevalcev. Konstanta  $k$  nas ne bo zanimala, saj bomo pri analizi zvoka raje operirali z nevtralno količino  $U(t)$ .

Na vhodnem signalu  $U(t)$  dolžine časa  $T$  program naredi dve statistiki z informacijo o jakosti in regularnosti odziva resonatorja. To sta maksimalni odziv oz. maksimalna amplituda signala (v programu označen z **Amplitude**)

$$U_{\text{amp}} = \frac{1}{2} \left( \max_{t \in [0, T]} U(t) - \min_{t \in [0, T]} U(t) \right),$$

in efektivni odziv oz. standardna deviacija signala (v programu označen s **St. Deviation**)

$$U_{\text{dev}} = \sqrt{\langle U(t)^2 \rangle - \langle U(t) \rangle^2}, \quad \langle a(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt.$$

Če privzamemo, da je povprečje signala  $\langle U(t) \rangle$  enako nič, potem je  $U_{\text{dev}}$  povprečen kvadrat (angl. root mean square — RMS) napetosti, ki je bolj standardna količina pri meritvah. Maksimalni odziv  $U_{\text{amp}}$  je podvržen motnjam iz okolice, saj meri ekstreme signala, za razliko od povprečnega odziva  $U_{\text{dev}}$ , ki povzema povprečne lastnosti signala preko časovnega intervala  $t \in [0, T]$ . Napaka meritve  $U_{\text{dev}}$  zato pada kot  $1/\sqrt{T}$ .

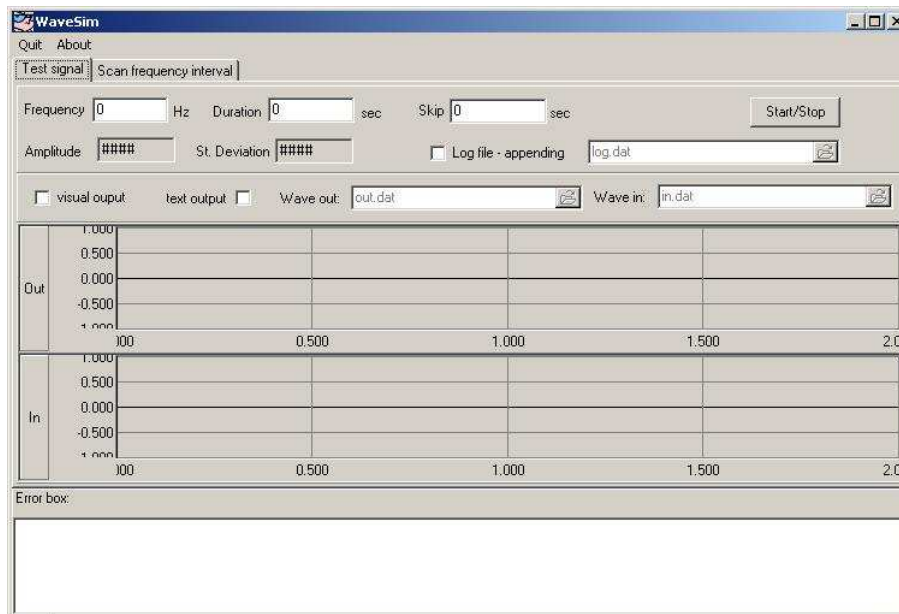
Program je primarno namenjen zbiranju podatkov in shranjevanju le-teh v tekstovne datoteke. Podatki so v datoteki navedeni po kolonah, katerih format je bolj detajlno določen v nadaljevanju navodila. Za grafični prikaz podatkov so na računalniku na voljo programi: *Gnuplot*, *R-project*, *Mathematica*, *Excel* in *Origin*. Datoteke ustvarjene tekom dela shranjujte v direktorij `/users/<svoje ime>` (npr. `/users/mhorvat` za Martin Horvat), ki ga po končanem delu odstranite.

**Opozorilo:** Pred vajo vključi ojačevalec za izhodni signal, ki je skrit v prostostoječem računalniškem zvočniku. O morebitnem nepravilnem oz. sumljivem delovanju programa obvestite asistenta in avtorja. Decimalni separator v programu je pika (`.`), kar pomeni, da npr. približek za  $\pi$  zapišemo kot `3.14` in ne `3,14`. Zato naj bo Windows nastavljen na angleško tipkovnico.

## Merjenje zvočnega profila v resonatorju

V jezičku `Test signal` (glej sliko 18.2) lahko merimo odziv resonatorja pri vzbujanju z neko specifično frekvenco. Za izvedbo meritve je potrebno nastaviti naslednje vrednosti:

- frekvenco (**Frequency**)
- dolžino predvajanja in zajemanja signala (**Duration**,  $T < 5s$ )
- koliko začetnega signala pri analizi zavržemo (**Skip**  $< 5s$ )



Slika 18.2.: Izrez forme programa WaveSim jezička Test signal.

Celotna dolžina signala je  $\text{Duration} + \text{Skip}$ . Omejitve v času so le simbolične in imajo predvsem praktičen namen. Opravljene meritve se zapisujejo (format:  $\langle \text{frekvenca} \rangle \langle U_{\text{amp}} \rangle \langle U_{\text{dev}} \rangle$ ) v tekstovno datoteko, če je odključana opcija `log file- appending`. V primeru, da datoteka že obstaja, se zapisi meritev le dodajajo.

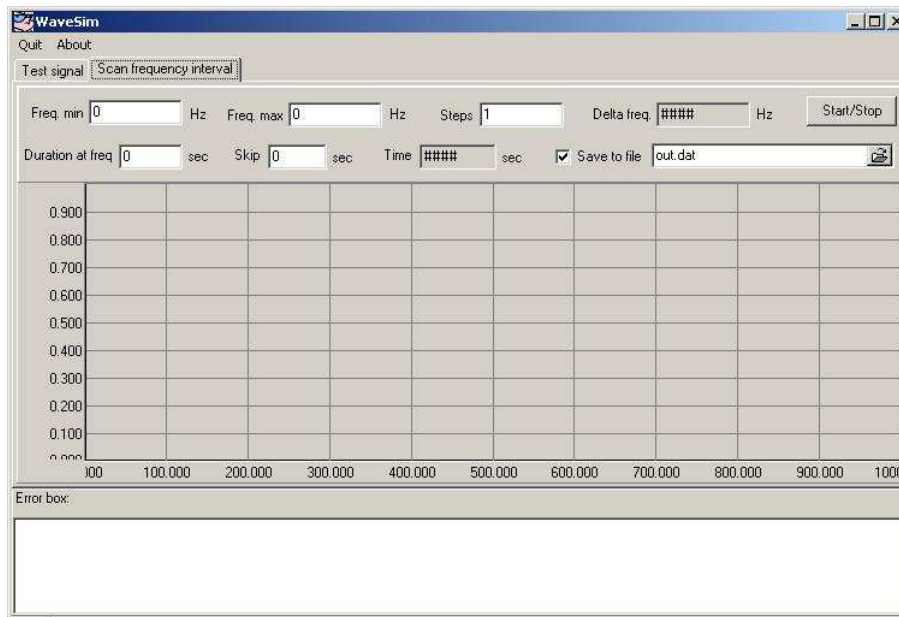
Vhodni in izhodni signal lahko po želji posnamemo v tekstovno datoteko (format:  $\langle t \rangle \langle U(t) \rangle$ ,  $t \in [0, \text{skip} + \text{duration}]$ ) v primeru, da omogočimo opcijo `Text output`. Lahko pa signal tudi prikažemo z odključano opcijo `Visual output` na grafu, s katerim opravljamo po naslednjih navodilih (LM - leva tipka in RM - desna tipka na miški):

kombinacija tipk	funkcija, ki jo opravlja
LM	povečava
RM	zmanjšava
Shift + LM	prikaz vrednosti pri izbrani koordinati
LM + oris okvirja	povečava označenega območja
Shift + RM	premik grafa oz. skale

## Resonance na frekvenčnem intervalu

Jeziček `Scan frequency interval`, prikazan na sliki 18.3, omogoča pregled odziva resonatorja na nekem frekvenčnem intervalu, pri čemer je izhodni signal maksimalen. Za opravljanje meritev nastavimo naslednje vrednosti:

- frekvenčni interval ( $[\text{freq. min}, \text{freq. max}]$ )
- razdelitev intervala (`Steps`)
- dolžino uporabljenega signala pri neki frekvenci (`Duration at freq. < 10s`)
- dolžino od začetka pri analizi zavrženega signala (`Skip < 1s`)



Slika 18.3.: Izrez forme programa WaveSim jezička Scan frequency interval.

V okencu **Delta freq.** se pokaže, kako majhen frekvenčni korak smo izbrali, in v okencu **Time** se izpiše dolžina celotne simulacije. Če želimo meritve simulacije shraniti v datoteko, odkljukamo opcijo **Save to file**.

## Dodatek: Nekatere lastnosti zvočne kartice

Zvočna kartica ima porte: **MIC** – mikrofona, **LineOUT** – zvočnik in **LineIn** - drugi vhod, ki delujejo na frekvenčnem območju med 5 in 44.1 kHz ali mogoče celo malo več. Več informacij na temo najdete na spletni strani [2].

### MIC

Priključek: 3.5 mm (1/8-inch) mini stereo jack  
 Nominalna vhodna napetost: 100 mV r.m.s. maximum  
 Nominalna vhodna impedanca: 50K Ohm

### LineOUT

Priključek: 3.5 mm (1/8-inch) mini stereo jack  
 Maksimalna izhodna napetost: 2.13 V r.m.s, (6 V p-p)

## Literatura

- [1] Kuščer I. in Kodre A. *Matematika v fiziki in tehniki*, (DMFA, Ljubljana, 1994), poglavja 5.9 in 8.2.
- [2] Internetna stran: [http://www.epanorama.net/links/pc\\_sound.html](http://www.epanorama.net/links/pc_sound.html)

## 19. Določanje Boltzmannove konstante $k_B$

### Uvod

Meritev Boltzmannove konstante  $k_B$  je osnovana na diskusiji tokov znotraj bipolarnega tranzistorja (angl. bipolar-junction transistors – BJT) z oznako **n-p-n** razložena v dodatku. Bipolarni tranzistorji so najbolj klasični tip tranzistorja sestavljeni iz dveh **p-n** stikov. Tehnične in aplikativne podrobnosti različnih tipov polprevodniških elektronskih elementov najdete predstavljene v [2], medtem ko je njihovo fizikalno ozadje opisano v [3].

Naš bipolarni tranzistor ima tri kontakte imenovane kolektor, emitor in baza. Kolektor in bazo v vaji kratko sklenemo kot je to prikazano na sliki 19.1 in merimo odvisnost toka skozi kolektor – kolektorskega toka  $I_C$  od napetosti med bazo in emitorjem  $U_{BE}$ . Teoretična napoved te odvisnosti je podana z Ebers-Mollovo enačbo [1]

$$I_C = I_S(T) \left[ \exp\left(\frac{e_0 U_{BE}}{k_B T}\right) - 1 \right],$$

kjer je  $e_0$  osnovni naboj,  $T$  absolutna temperatura,  $U_{BE}$  pozitivna napetost med bazo in emitorjem ter  $I_S(T)$  velikost nasičenega toka v zaporni smeri. Že za majhne pozitivne napetosti  $U_{BE}$  je eksponentni člen v zgornji enačbi dosti večji kot 1 in zato lahko v tem režimu enačbo brez prave izgube natančnosti poenostavimo v

$$I_C \doteq I_S(T) \exp\left(\frac{e_0 U_{BE}}{k_B T}\right). \quad (19.1)$$

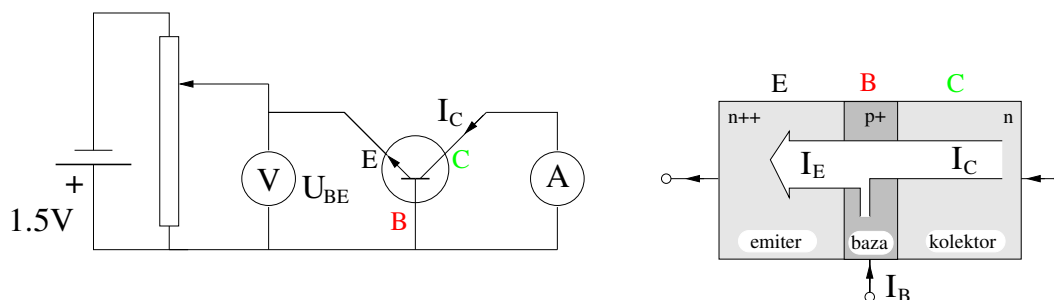
Pri večini silicijevih tranzistorjev ta relacija drži točneje od 1% v območju več kot 6 dekad toka kolektorja t.j. od nA do mA. V praksi pogosto razmišljamo o tranzistorju kot ojačevalcu toka skozi bazo t.i. baznega toka  $I_B$  in ga zato povežemo s kolektorskim tokom  $I_C$  preko faktorja ojačanja  $\beta$  v obliki zveze

$$I_C = \beta I_B.$$

Tipične vrednosti za faktor ojačanja se gibljejo od 20 do 200. Bazni in kolektorski tok pa skupaj tvorita tok skozi emitor – emitorski tok  $I_E = I_C + I_B$ . Predstavljeno tokovno-napetostno (IU) karakteristiko tranzistorja (19.1) lahko uporabimo za hitro in enostavno merjenje razmerja dveh osnovnih konstant  $e_0/k_B$ ; lahko pa ta odvisnost služi za merjenje temperature, kakor bomo videli kasneje. Shematično je električna vezava pri meritvi prikazana na sliki 19.1.

Električno prevodnost **p-n** stika pri napetosti v prevodni smeri določa več mehanizmov, med drugimi so to

- difuzija nosilcev naboja preko zaporne plasti,
- generacija in rekombinacija nosilcev naboja znotraj zaporne plasti,
- tuneliranje nosilcev naboja med nivoji v vrzeli,
- površinski efekti, kjer površinski ioni tvorijo zrcalne naboje znotraj polprevodnika, itd.



Slika 19.1.: Shema meritve tokovno-napetostne karakteristike n-p-n tranzistorja. Z baterijo preko nastavljivega upora določimo napetost med bazo in emitorjem npn tranzistorja in merimo kolektorski tok. Barvne oznake priključkov tranzistorja so: E - črna, B - rdeča in C - zelena.

Vsak od teh mehanizmov zavisi na različen način od napetosti in prispeva svoj delež toka preko stika. Difuzija nabojev oz. difuzijski tok je za nizke gostote toka dobro opisan z enačbo (19.1). Tok zaradi generacije in rekombinacije nosilcev naboja, t.i. rekombinacijski tok  $I_{rec}$ , se pojavi pri večjih gostotah tokov in je sorazmeren z nekoliko drugačnim eksponentom  $J_{rec} \sim \exp(e_0 U_{BE}/(2k_B T))$ . Drugi prispevki imajo bolj komplicirane odvisnosti od napetosti. Pri diodah, ki vsebujejo le en p-n stik, prispevajo k prevodnosti vsi prej naštetih mehanizmi, zato diode niso primerne za določanje  $e_0/k_B$ .

Na našem bipolarnem tranzistorju kratko sklenemo bazo in kolektor. S tem dosežemo, da z napetostjo med bazo in emitorjem v prevodni smeri kolektorski tok določa le difuzija elektronov preko zaporne plasti od baze na kolektor (oz. nosilev naboja v drugo smer) in zato njegovo karakteristiko dobro opiše enačba (19.1).

## Potrebščine

- močnostna različica bipolarnega n-p-n tranzistorja
- potenciometer in baterija ali drug stabilen vir enosmerne napetosti do 1,5 V
- voltmeter, mikroamperimeter, žice
- termometer, Dewarjeva posoda in čaše za vodo.

## Naloga

1. Izmerite kolektorski tok tranzistorja  $I_C$  v odvisnosti od  $U_{BE}$  pri treh temperaturah: približno 15, 35 in 55 °C.
2. Določite razmerje  $e_0/k_B$ .
3. Izmerite temperaturno odvisnost kolektorskega toka tranzistorja pri dveh napetostih  $U_{BE}$  približno 0.5 in 0.58 V.

## Navodilo

1. Preverite vezavo tranzistorja in ostalega električnega kroga, kot je prikazano na sliki 19.1. Napetost  $U_{BE}$  nastavljammo s potenciometrom od približno 0.4 do 0.6 V. Največji tok naj ne preseže 10 mA. Pri vaji uporabljamo močnostno različico n-p-n bipolarnega tranzistorja. Tak tranzistor je temperaturno bolj stabilen in dovoljuje nekoliko večje tokove ter s tem večjo generacijo toplote. Kolektorski tok merimo z mikroampermetrom. Za temperaturno stabilizacijo zadostuje Dewarjeva posoda z vodo, v katero potopimo tranzistor. Različne temperature dosežemo z mešanjem tople in hladne vode, ki jo dobimo iz pipe. Za posamezno temperaturo narišite diagram  $\ln(I_C/I_1)$  proti  $U_{BE}$ , ki bi naj bil po teoriji premica

$$\ln(I_C/I_1) = \ln(I_S(T)/I_1) + \frac{e_0}{k_B T} U_{BE}.$$

z naklonom  $e_0/k_B T$ , ki ga odčitaj in oceni njegovo natančnost. Iz dobljenih odčitkov izračunajte končno oceno razmerja  $e_0/k_B$  in natančnost.

2. Pri meritvi temperaturne odvisnosti kolektorskega toka merimo le-tega približno vsako stopinjo v čim širšem temperaturnem območju pri neki napetosti  $U_{BE}$ . To storite tako, da najprej stabilizirate temperaturo na iskano vrednost in nato za obe napetosti  $U_{BE}$  izmerite kolektorski tok  $I_C$ . Za obe napetosti narišite grafa  $I_C$  in  $\ln(I_C/I_1)$  v odvisnosti od temperature, kjer si tok  $I_1$  izberite poljubno. Pri teh meritvah posredno merimo t.i. saturacijski tok  $I_S(T)$ , katerega temperaturna odvisnost je približno podana z nastavkom [4]

$$I_S(T) \approx \alpha T^n \exp\left(\frac{-E_g(T)}{k_B T}\right),$$

kjer sta  $\alpha$  in  $n$  praktično neodvisna od temperature in močno zavisita od načina izdelave tranzistorja,  $E_g$  pa je širina energetske vrzeli nedopiranega silicija, ki je odvisna od temperature. Za parameter  $n$  se v literaturi pojavljajo vrednosti od 2 do 4. Podoben eksperiment je opisan v članku [5].

## Dodatek

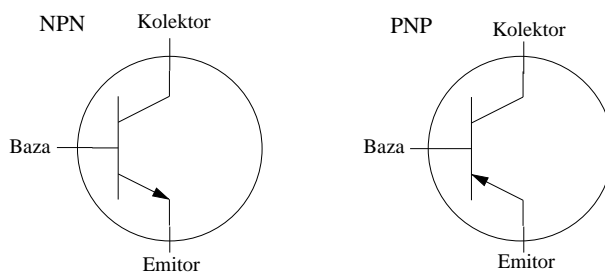
Ločujemo dve vrsti bipolarnih tranzistorjev n-p-n in p-n-p, ki se po delovanju nekoliko razlikujeta. Pri npn tranzistorju:

- Tok iz kolektorja na emitor teče, če je baza na višjem potencialu kot emitor.
- Majhen tok teče tudi iz baze na emitor.

Pri pnp tranzistorju:

- Tok iz emitorja na kolektor teče, če je baza na nižjem potencialu kot emitor.
- Majhen tok teče prav tako iz emitorja na bazo.

Prav tako jih na električnih shemah, glej sliko 19.2, drugače označujemo. V splošnem pa napetost na bazi kontrolira količino toka skozi tranzistor.



Slika 19.2.: Elektrotehnična oznaka za npn in pnp tranzistor.

## Literatura

- [1] P. Horowitz, W. Hill, *The Art of Electronics* (druga izdaja, Cambridge University Press, 1989)
- [2] T. L. Floyd. *Electronic Devices* (7. izdaj, Prentice Hall, 2005)
- [3] S. M. Sze, K. Ng. Kwok *Physics of Semiconductor Devices* (tretja izdaja, Wiley, 2006)
- [4] R. D. Thornton et.al, *Characteristics and limitations of transistors* (John Wiley & Sons, 1966,)
- [5] I. B. Folgenson, Measuring temperature with Germanium transistor thermoelements, *Measurement Techniques* **7** (1964) 1053-1058.

## 20. Elektrooptični pojav

### Uvod

Močno zunanje električno polje znatno vpliva na strukturo snovi. V kristalih se denimo spremeni oblika osnovne celice, v tekočinah pride do orientacijskega urejanja molekul (podolgovate molekule se poravnajo v smeri polja), pogosto pa se spremeni tudi oblika posameznih molekul. Vse te spremembe se odražajo tudi na optičnih lastnostih snovi, ki jih imenujemo elektrooptični efekti in jih razlagamo v okviru nelinearne optike [1]. Polje, ki je statično ali pa se spreminja z bistveno nižjo frekvenco kot vpadna svetloba, spremeni lomni količnik snovi. Predstavimo enostaven primer, kjer imamo homogeno, izotropno in prosojno snov skozi katero posvetimo s svetlobo valovne dolžine  $\lambda$  in variramo zunanje električno polje jakosti  $E$ . Za svetlobo lahko določimo lomni količnik za svetlobo polarizirano vzporedno s smerjo polja  $n_{\parallel}$  in pravokotno glede na smer polja  $n_{\perp}$ . Če snov ne poseduje centra inverzije, potem se z večanjem polja razlika količnikov povečuje v prvem redu linearno

$$n_{\parallel} - n_{\perp} = pE, \quad (20.1)$$

kjer je  $p$  Pockelsova konstanta, in govorimo o *linearnem elektrooptičnem pojavu* oz. *Pockelsovem efektu*, ki ga je odkril Friedrich Pockels leta 1893. Vrednosti Pockelsove konstante za nekatere snovi, kjer se ta efekt izkorišča so KDP (kalijev dihidrogen fosfat)  $p = 3.610^{-11}$  m/V, z devterijem obogaten KDP (KD\*P)  $8.010^{-11}$  m/V, litijev niobij (LiNb<sub>3</sub>)  $3.7E-10$  m/V. Če pa snov ima center simetrije, je sprememba lomnega količnika sorazmerna s kvadratom zunanjega polja in je govor o *kvadratnem elektrooptičnem pojavu* oz. *Kerrovem efektu*, kjer je

$$n_{\parallel} - n_{\perp} = B\lambda E^2, \quad (20.2)$$

Efekt je poimenovan po odkritelju Johnu Kerru (1875), ki je opazil, da postane tudi steklo pri visokih napetostih dvolomno. Sorazmernostno konstanto  $B$  imenujemo Kerrova konstanta. V kristalih so njene tipične vrednosti od  $B = 10^{-12}$  do  $10^{-8}$  mV<sup>-2</sup>, v tekočinah pa od  $10^{-16}$  do  $10^{-12}$  mV<sup>-2</sup>. Tipični predstavnik slednjih je nitro-benzen (C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>NO<sub>2</sub>), ki pa je zelo strupen in za jasno indikacijo efekta potrebuje polja nekaj kV/mm.

Nelinearni elektrooptični pojav je osnova za številne naprave, s katerimi kontroliramo optične žarke s pomočjo nizkofrekvenčnega zunanjega električnega polja. Mednje spadajo elektrooptični modulatorji, atenuatorji in preklopniki, optične leče z električno nastavljivo goriščno razdaljo ter različni elementi za spreminjanje polarizacije svetlobe. Uporabljamo jih v laserjih, v sistemih optičnih komunikacij, pri optičnem obdelovanju in zapisovanju informacij ter v različnih drugih optičnih sistemih. Kvadratni elektrooptični pojav pa je pomemben predvsem v napravah, s katerimi kontroliramo optične žarke s pomočjo visokofrekvenčnih zunanjih polj, med drugim tudi s pomočjo drugih optičnih žarkov. Mednje prištevamo na primer razne opto-optične preklopnike ter optične spominske elemente.

Kerrovo konstanto  $B$  neke snovi določimo tako, da vzorec snovi postavimo med dva prekržana polarizatorja, katerih prepustna smer oklepa kot 45° s smerjo električnega polja, ki ga z ustreznimi elektrodami ustvarimo v vzorcu. Merimo intenziteto prepuščene svetlobe v odvisnosti od električne napetosti na vzorcu. Če na vzorcu ni napetosti, izhodni polarizator (analizator) ne prepušča svetlobe, ker se polarizacija valovanja pri prehodu skozi vzorec ne spremeni. Ko priključimo električno napetost, postane vzorec



dvolomen in vpadajoče linearno polarizirano valovanje se v njem pretvori v eliptično polarizirano valovanje. Tedaj analizator prepušča del vpadne svetlobe. Iz razmerja med intenziteto prepuščene in vpadne svetlobe lahko izračunamo razliko lomnih količnikov pri danem polju.

Računski postopek je sledeč: denimo, da polarizator prepušča svetlobo polarizirano v vertikalni smeri, ki jo označimo kot smer P in ji pripišemo enotski vektor  $\vec{e}_y$ , analizator pa v horizontalni smeri, ki jo označimo kot smer A in ji pripišemo enotski vektor  $\vec{e}_x$ . Električno polje svetlobe, ki po prehodu polarizatorja pada na vzorec, je enako

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y,$$

pri čemer je  $E_0$  amplituda vpadnega optičnega električnega polja,  $\omega$  pa krožna frekvenca svetlobe. Valovanje je linearno polarizirano. Konica vektorja  $\vec{E}$  v časovni sliki popisuje daljico z dolžino  $E_0$  v smeri  $\vec{e}_y$ .

Lastne smeri lomnega količnika v vzorcu, ki ju označimo kot smeri  $\vec{e}_\xi$  in  $\vec{e}_\eta$  sta nagnjeni pod kotom  $\theta = 45^\circ$  glede na osi  $\vec{e}_x$  in  $\vec{e}_y$ . Os  $\vec{e}_\xi$  sovpada s smerjo zunanega električnega polja  $\vec{E}$ . V sistemu  $\vec{e}_\xi$ ,  $\vec{e}_\eta$  vpadno optično polje vzdolž vzorca dolžine  $L$  zapišemo kot

$$\vec{E}(x, t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - k_{\parallel} x) \vec{e}_\xi + \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - k_{\perp} x) \vec{e}_\eta,$$

pri čemer  $k_{\parallel} = 2\pi n_{\parallel}/\lambda$  in  $k_{\perp} = 2\pi n_{\perp}/\lambda$  označujeta valovna vektorja posameznih komponent. Komponenti  $E_\xi$  in  $E_\eta$  valovanja potujeta skozi snov z različnima hitrostima, zato se med seboj zakasnit. Izstopno optično polje  $\vec{E}(L, t)$  je v splošnem eliptično polarizirano. Krivulja, ki jo v časovni sliki popisuje konica vektorja  $\vec{E}(L)$  je elipsa, katere glavni osi sta nagnjeni pod kotom  $\alpha = 45^\circ$  glede na osi  $\vec{e}_\xi$  in  $\vec{e}_\eta$ . Glavni osi elipse torej sovpadata s smermi  $\vec{e}_x$  in  $\vec{e}_y$ . Izstopni analizator prepušča le optično polje v  $\vec{e}_x$  smeri. Amplitudo tega polja dobimo tako, da poiščemo projekcijo polja  $\vec{E}(L)$  na os  $\vec{e}_x$ . Velikost projekcije je

$$\vec{E}(L, t) \cdot \vec{e}_x = E_0 \sin(\Delta k L / 2) \sin(\omega t - \bar{k} L),$$

kjer smo zaradi lažjega pisanja uvedli  $\Delta k = k_{\parallel} - k_{\perp}$  in  $\bar{k} = \frac{1}{2}(k_{\parallel} + k_{\perp})$ . Optično polje po prehodu analizatorja potem zapišemo kot

$$\vec{E}_A(t) = (\vec{E}(L, t) \cdot \vec{e}_x) \vec{e}_x.$$

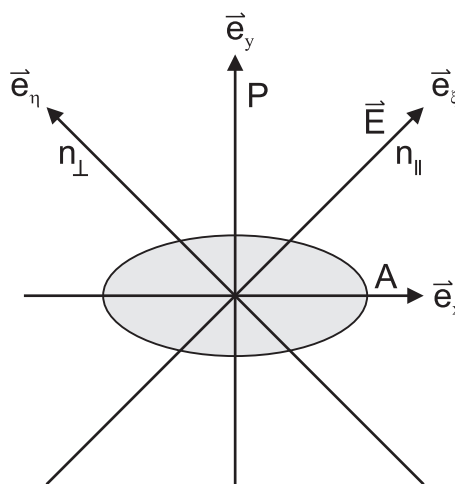
Intenziteta prepuščene svetlobe, ki jo zaznavamo z merilnikom svetlobnega toka, je enaka časovnemu povprečju  $\langle \cdot \rangle_t$  kvadrata tega polja

$$I_A = \epsilon_0 \langle \vec{E}_A^2(t) \rangle_t = \frac{1}{2} \epsilon_0 [E_0 \sin(\Delta k L / 2)]^2. \quad (20.3)$$

V prej opisanem primeru Kerrovega efekta velja  $\Delta k L / 2 = (k_{\parallel} - k_{\perp}) L / 2 = \pi L B E^2$  in na merilniku dobimo

$$I_A = I_0 \left[ \sin(\pi L B E^2) \right]^2,$$

pri čemer  $I_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$  označuje intenziteto vpadne svetlobe.



Slika 20.1.: Oznake pomembnih smeri v sistemu.

## Potrebščine

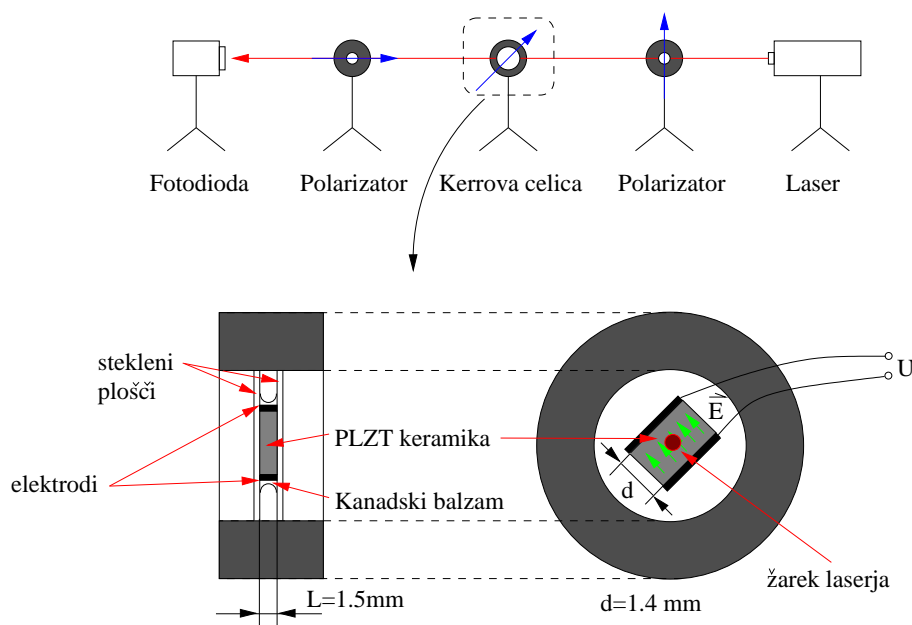
- He-Ne plinski laser,  $\lambda = 632,8\text{nm}$ , navpično linearno polariziran
- svetlobni modulator s PLZT keramiko, izvor visoke napetosti 0-1000 V, voltmeter (multimeter)
- fotodioda kot merilnik svetlobnega toka - mikroampermeter (multimeter)
- dva polarizatorja (polaroidna filtra) pritrjena na vrtljivih nosilcih
- dvolomna celica iz tekočega kristala v nosilcu, ki omogoča vrtenje, merilo

## Naloga

1. Določi Kerrovo konstanto PLZT keramike.
2. Izmeri prepustnost dveh zaporedno postavljenih polarizatorjev v odvisnosti od medsebojnega kota.
3. Analiziraj polarizacijo svetlobe po prehodu skozi dvolomno snov.

## Navodilo

1. Kerrova celica je sestavljena iz PLZT keramike med dvema elektrodama, kot to prikazuje slika 20.2. Razmak med elektrodama je  $d = 1.4\text{ mm}$ . Debelina ploščice  $L$  pa je  $1.5\text{ mm}$ . PLZT je oznaka za spojino cirkonijevih in titanovih oksidov s svincem in



Slika 20.2.: Shema postavitve aparature pri merjenju Kerrove konstante PLZT keramike. Kanadski balzam, ki je v našem primeru rumenkaste barve, se uporablja kot optično lepilo, saj je optično zelo čist in ima lomni količnik  $n = 1.55$  zelo blizu krovnega stekla (angl. crown glass).

lantanom (Pb, La, Zr, Ti). Z ustreznim razmerjem sestavin dosežemo, da je spojina v odsotnosti zunanega električnega polja optično izotropna, čemur je v našem primeru le približno zadoščeno. Hitro se lahko prepričamo, da je celica v našem primeru že v odsotnosti polja nekoliko dvolomna. Slednje upoštevamo tako, da v formuli (20.2) dodamo še konstanten člen  $k$  razliki med lomnima količnikoma v lastnih smereh

$$\Delta n = \Delta n_0 + B\lambda E^2,$$

Kerrova celico pritrjeno tako, da je njena os nagnjena za  $45^\circ$  glede na vertikalo, postavimo med dva prekrížana polarizatorja kot to kaže slika 20.2. Intenziteta prepuščenega svetlobnega toka ima naslednjo funkcijsko obliko

$$I_A = I_0 [\sin(\phi)]^2,$$

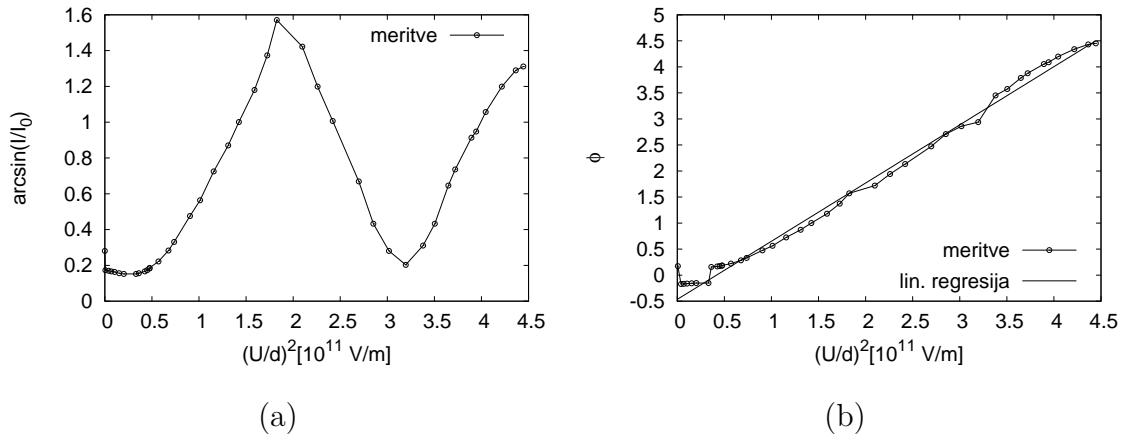
kjer uvedemo fazo

$$\phi = \frac{\pi \Delta n_0}{\lambda} + \pi L B \left(\frac{U}{d}\right)^2.$$

Pri tem je  $I_0$  maksimalen tok, ki ga zaznamo na fotodetektorju. Nato na celico priključimo zunanjo napetost. Velikost napetosti odčitavamo na voltmetru, ki je priklopljen na merilni izhod visokonapetostnega izvira. Zaradi vmesnega delilnika je napetost, ki jo odčitamo na voltmetru, 1000 krat manjša od dejanske napetosti na vzorcu. Napetost na celici počasi povečuj do maksimalne vrednosti (1000 V) in opazuj kaj se godi. Poravnaj laserski snop, da vпада na sredino fotodiode. Vključi mikroamperimeter (multimeter) s katerim meriš električni tok na fotodiodi. Ta tok je sorazmeren z intenziteto vpadne svetlobe  $I_A$ . Preden začneš s sistematičnim merjenjem, preveri, da laserski žarek ne zadeva v elektrode na vzorcu in da izhodna svetloba pada v sredino fotodiode. Napetost  $U$  na vzorcu v enakomernih korakih postopoma znižuj in si zapisuj tok  $I(U)$  na mikroampermetru. Nariši graf  $U(I)$  kot je na sliki in iz njega odčitaj maksimalno vrednost prepuščenega svetlobnega toka  $I_0$ , ki ustreza faznim zakasnitvam  $\pi/2 + n\pi$ , kjer je  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Nato nariši še vrednosti izraza  $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$  v odvisnosti od kvadrata zunanega polja na vzorcu  $(U/d)^2$ . Na podlagi slednjega skonstruiraj potek faze  $\phi$  kot funkcije kvadrata zunanega polja na vzorcu  $(U/d)^2$ , kjer upoštevaš naslednje. Faza  $\phi$  je do konstante in predznaka enaka  $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$  in je zvezna funkcija  $U$ . Matematično je določena po formuli

$$\phi = \pi n \pm \arcsin\sqrt{I_A/I_0}.$$

kjer sta celoštevilski  $n$  in predznak pred arcsin za vsako vrednost napetosti  $U$  izbrana tako, da je faza  $\phi$  zvezna funkcija napetosti  $U$  in za velike  $U$  monotono narašča. Takšni transformaciji rečemo razvijanje (angl. unfolding) funkcije v njeno zvezno različico. Primer rezultata transformacije  $\arcsin\sqrt{I_A/I_0}$  v odvisnosti od  $(U/d)^2$  v zvezno fazo  $\phi$  je prikazan na sliki (20.3). Iz strmine in zamika dobljene premice določi Kerrovo konstanto  $B$  in dvolomnost v odsotnosti polja  $\Delta n_0$  za PLZT keramiko v uporabi. Za  $I_0$  pri tem vstavi maksimalno vrednost prepuščenega svetlobnega toka, ki ustreza fazni zakasnitvi  $\pi/2$ . Podrobneje je teorija in realizacija elektrooptičnega eksperimenta s PLZT keramiko opisana v članku [2].



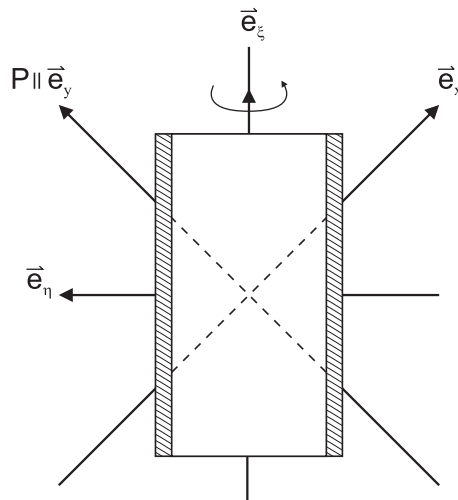
Slika 20.3.: Primer odvisnosti  $\arcsin(\sqrt{I_A/I_0})$  od kvadrata električne poljske jakosti  $(U/d)^2$  (a) in iz nje razvite faze  $\phi$  (b), kjer smo izbrali, da je  $U = n = 0$ .

**2.1** Izklopi visokonapetostni usmernik in odmakni PLZT celico. Laserski žarek usmeri direktno na fotodiodo. Zapiši si vrednost toka na mikroampermetru. Po potrebi zmanjšaj njegovo občutljivost. Nato v žarek postavi prvi polarizator Pol.-1. Zasuči ga v takšno lego, da dobiš na izhodu maksimalno intenziteto prepuščene svetlobe. Takrat je prepustna smer polarizatorja vzporedna s polarizacijo laserskega žarka. Zmanjšanje intenzitete žarka pa je posledica absorpcije v polaroidu. Zapiši si vrednost toka na mikroampermetru. Nato med polarizator Pol.-1 in fotocelico postavi še drugi polarizator Pol.-2 (analizator). Tudi tega zasuč v lego, pri kateri dobiš na izhodu maksimalno intenziteto. Nato postopoma, v korakih po  $5^\circ$ , vrtil drugi polarizator Pol.-2 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka  $\beta$ . Doma preveri, da za intenziteto prepuščene svetlobe skozi dva polarizatorja velja *Malusov zakon*  $I_A = T^2 I_0 (\cos \beta)^2$ , pri čemer je  $\beta$  kot med prepustnima smerema polarizatorjev,  $T$  pa transmitivnost posameznega polarizatorja v prepustni smeri. Kadar sta polarizatorja "prekrižana" ( $\beta = 90^\circ$ ), ne prepuščata svetlobe.

**2.2** Prvi polarizator Pol.-1 zasuč v izbrano, denimo vertikalno, lego. Drugi polarizator Pol.-2 zasuč v lego, pri kateri dobiš na fotodiodi minimalni tok. Takrat sta smer polarizacije Pol.-1 in prepustna smer polarizatorja Pol.-2 med seboj ortogonalni. Nato med Pol.-2 in Pol.-1 vstavi še polarizator Pol.-3 in tudi njega zasuč v lego, pri kateri dobiš na fotodiodi minimalni tok. Potem postopoma, v korakih po  $5^\circ$ , vrtil polarizator Pol.-3 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka  $\beta$ . Preveri, da v tem primeru za intenziteto prepuščene svetlobe velja zveza  $I_A = T^2 I_0 (\sin 2\beta)^2$ . Zakaj?

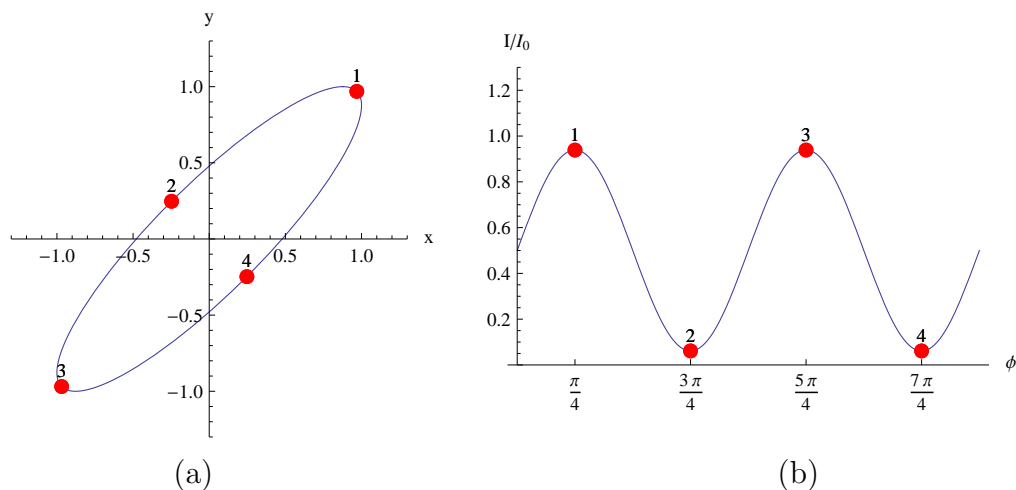
**3.** Umakni Pol.-3. Polarizator Pol.-1 zasuč tako, da njegova prepustna smer oklepa kot  $45^\circ$  z ozirom na vertikalo. Analizator Pol.-2 pa zasuč v "prekrižano" lego glede na Pol.-1. Med prekrižana polarizatorja nato postavi dvolomno celico iz tekočega kristala (glej sliko 20.4). Tekoči kristali so vmesna faza med tekočinami in trdnimi snovmi. Sestavljeni so iz podolgovatih molekul, ki se zaradi medsebojnih sil orientacijsko poravnajo druga z drugo. Tipična vrednost za razliko lomnih količnikov  $n_{\parallel} - n_{\perp}$  je okoli 0.17. Indeksa  $\parallel$  in  $\perp$  se pri tem nanašata na smer dolgih osi molekul. V orientacijsko urejenem vzorcu, ki ga uporabljamo pri vaji, je tekoči kristal zalepljen med dve stekleni ploščici pravokotne

oblike. Ploščici sta razmaknjeni za  $L = 50 \mu m$ . Smer dolgih osi molekul in s tem tudi optična os vzorca sovpada s smerjo daljše stranice steklenih ploščic. Vzorec je montiran v vrtljivem nosilcu, tako da ga lahko vrtimo okoli optične osi.



Slika 20.4.: Orientacija osi pri vzorcu tekočega kristala.

Na začetku naj bo ravnina vzorca pravokotna na vpadni žarek. Svetloba, ki izhaja iz vzorca je eliptično polarizirana. Lastne osi elipse oklepajo kot  $\alpha = 45^\circ$  z lastnimi smermi vzorca. Ležijo torej, tako kot smer Pol.-1, pod kotom  $45^\circ$  glede na vertikalno. Eliptičnost polarizacije "otipamo" s tem, da merimo intenziteto prepuščene svetlobe v odvisnosti od zasuka analizatorja, kar je shematično prikazano na sliki 20.5. V smereh lastnih osi

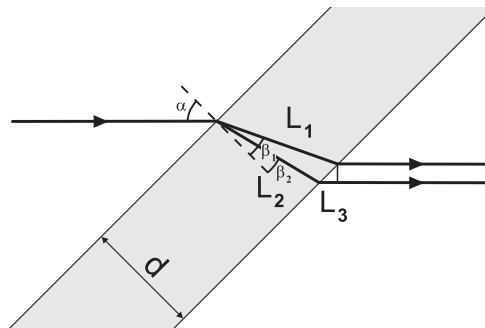


Slika 20.5.: Shematični prikaz elipse, ki jo oriše vektor polja  $\vec{E}(t)$  v prostoru skozi eno periodo časa pri faznem zamiku  $\Delta\varphi = 0.5$  (a), in relativne intenzitete  $I/I_0$  kot funkcije kota zasuka drugega polarizatorja  $\phi$  (b). Oštevilčene točke na obeh slikah označujejo skrajne lege elipse, ki jo z vrtenjem polarizatorja otipamo.

elipse ima prepuščena intenziteta maksimum oz. minimum. Razmerje med maksimalno in minimalno intenziteto je odvisno od fазne zakasnitve  $\Delta\varphi = (k_{\parallel} - k_{\perp})L = 2\pi(n_{\parallel} - n_{\perp})L/\lambda$  delnih žarkov v vzorcu. Če se delna žarka zakasni za  $\Delta\varphi = 90^\circ$ , sta lastni osi elipse enako dolgi in je izhodna polarizacija cirkularna. Tak vzorec deluje kot  $\lambda/4$

ploščica. Postopoma (v korakih po  $5^\circ$ ) vrti analizator Pol.-2 in si zapisuj vrednost toka na mikroampermetru v odvisnosti od kota zasuka. Določi smer lastnih osi polarizacijske elipse in eliptičnost prepuščene polarizacije. Eliptičnost dobiš iz razmerja  $\sqrt{I_A/I_0}$  v smeri  $\vec{e}_x$  oziroma  $\vec{e}_y$ .

Med vpadni polarizator Pol.-1 in vzorec tekočega kristala postavi še ravnilo montirano na enakem nosilcu kot vzorec, tako da je čim bližje slednjemu. Analizator Pol.-2 pa zasuci v "prekrižano" lego glede na Pol.-1. Z vrtenjem vzorca okoli navpične osi izmeri odvisnost intenzitete prepuščene svetlobe  $I_A$  od vpadnega kota  $\alpha$  laserskega žarka glede na vzorec (glej sliko 20.6). Meri tudi pri večjih kotih, ko odbiti žarek več ne doseže ravnila. Ustrezni zasuk vzorca določi s tem, da med vrtenjem vzorca na ravnilu opazuješ žarek, ki se odbije s površine vzorca (refleks). Meritev ponovi še pri vzporedni legi Pol.-1 in Pol.-2. Rezultate obeh meritev nariši na isto sliko.



Slika 20.6.: Potek delnih žarkov v zasukanem vzorcu.

Z vrtenjem vzorca okoli optične osi  $\vec{e}_z$  se spreminja dolžina poti delnih žarkov v vzorcu  $L_1$  in  $L_2$ , lomna količnika pa ostaneta konstantna. Žarka se lomita pod različnima lomnima kotoma  $\beta_1$  in  $\beta_2$ , ki ju določata zvezi

$$\sin \beta_1 = \sin \alpha / n_\perp, \quad \sin \beta_2 = \sin \alpha / n_\parallel$$

Pri potovanju skozi vzorec se žarka zakasni za fazno razliko

$$\Delta\varphi = k_1 L_1 - k_2 L_2 - k_0 L_3 = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[ \sqrt{n_\perp^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_\parallel^2 - \sin^2 \alpha} \right]$$

pri čemer  $k_1$  in  $k_2$  označujeta valovna vektorja svetlobe v vzorcu,  $k_0$  valovni vektor v vakuumu,  $L_3$  razliko optičnih poti žarkov izven vzorca,  $d$  pa debelino vzorca, ki je v našem primeru okoli  $50 \mu m$ . Na podlagi izpeljav v uvodu in enačbe (20.3) lahko napovemo, da se pri prekrižanih polarizatorjih intenziteta prepuščene svetlobe v odvisnosti od  $\Delta\varphi$  spreminja kot  $I_A \propto (\sin(\Delta\varphi/2))^2$ , pri vzporednih pa kot  $I_A \propto (\cos(\Delta\varphi/2))^2$ .

## Literatura

- [1] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics* (3. izdaja, Academic Press, 2007)

- [2] H. Ofer, H. J. Jodl and G. Theysohn, Experiments on electro-optics effects with cheramical dielectric, *Eur. J. Phys* **6** (1985) 249-256.

## 21. Feroelektričnost - histerezna krivulja

### Uvod

V zunanjem električnem polju se dielektrični materiali polarizirajo, tako da za celotno gostoto električnega polja  $\vec{D}$  v snovi velja naslednja enačba

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

kjer je  $\varepsilon_0 = 8.86 \text{ pFm}^{-1} = 8.86 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$  influenčna konstanta,  $\vec{E}$  je jakost električnega polja in  $\vec{P}$  polarizacija snovi (volumska gostota dipolnega momenta). Odziv snovi torej opiše (relativna) dielektrična konstanta  $\varepsilon$ , ki je v splošnem tenzor drugega ranga, mi pa se bomo zanimali le za eno komponento, ki opisuje odziv snovi vzdolž polarne osi in jo bomo enostavno označili z  $\varepsilon$ .

Dielektrična polarizacija je v večini izolatorjev majhna zato je  $\varepsilon$  v kristalih tipično od 2 do 5. V polarnih tekočinah, kakršna je voda, se pri nizkih frekvencah električnega polja molekule lahko obračajo in s tem povečajo inducirano polarizacijo. Voda ima tako pri nizkih frekvencah dielektrično konstanto okoli 80.

Poznamo pa snovi, ki se na zunanje električno polje odzivajo z mnogo večjo polarizacijo. Te snovi imajo lahko makroskopsko polarizacijo tudi v odsotnosti zunajega električnega polja. Po analogiji s feromagnetni - ti so poznani že iz antike, kompas pa je znan približno 900 let - so te snovi, ki so jih odkrili šele v dvajsetih letih prejšnjega stoletja, poimenovali feroelektriki. (Omenimo naj, da poznamo tudi feroelastične materiale.) Analogija med feromagnetni in feroelektriki gre daleč in tako lahko tudi v feroelektrikih opazujemo nelinearno odvisnost polarizacije od zunajega električnega polja, to je histerezno krivuljo. Enako kot feromagnetni materiali ob segrevanju pri ustrezni *t.i. Curiejevi temperaturi*  $T_C$  preidejo v paramagnetno fazo, se tudi feroelektriki običajno pri višjih temperaturah spremenijo v paraelektrike in temperaturo faznega prehoda tudi imenujemo Curiejeva temperatura. Feroelektričnost najdemo pri kristalih z ustrezno nizko simetrijo, pravimo jim polarni kristali. Ti kristali nimajo centra inverzije. Ni pa ta pogoj dovolj za pojav feroelektričnosti ( obstajajo še drugi simetrijski pogoji). Feroelektrični kristali so podvrsta piroelektričnih in sicer tistih, pri katerih je možno smer polarizacije obrniti z zunanjim električnim poljem.

Osnovna karakteristika feroelektrikov je feroelektrična histerezna zanka, kakršno kaže slika 21.1, ki opisuje nelinearno odvisnost polarizacije materiala od zunajega električnega polja. Histerezna krivulja ima v različnih materialih različne oblike. Slika 21.1 kaže tako imenovano nasičeno histerezno zanko, kakršno dobimo če uporabimo pri meritvi dovolj visoko električno polje (vsaj dvakrat večja od koercitivnega električnega polja  $E_c$ ). V taki histerezni krivulji lahko določimo:

1. Spontano polarizacijo feroelektrika  $P_s$ , to je vrednost polarizacije pri  $E = 0$ . Velikost spontane polarizacije se v bližini faznega prehoda iz feroelektrične v paraelektrično fazo navadno hitro spreminja s temperaturo. V paraelektrični fazi je  $P_s$  enaka 0.
2. Koercitivno električno polje  $E_c$  nam pove, kolikšno najmanjše polje moramo uporabiti v nasprotni smeri obstoječe spontane polarizacije, da le tej obrnemo smer. Tudi  $E_c$  je temperaturno odvisno in je enako 0 v paraelektrični fazi. Koercitivno polje

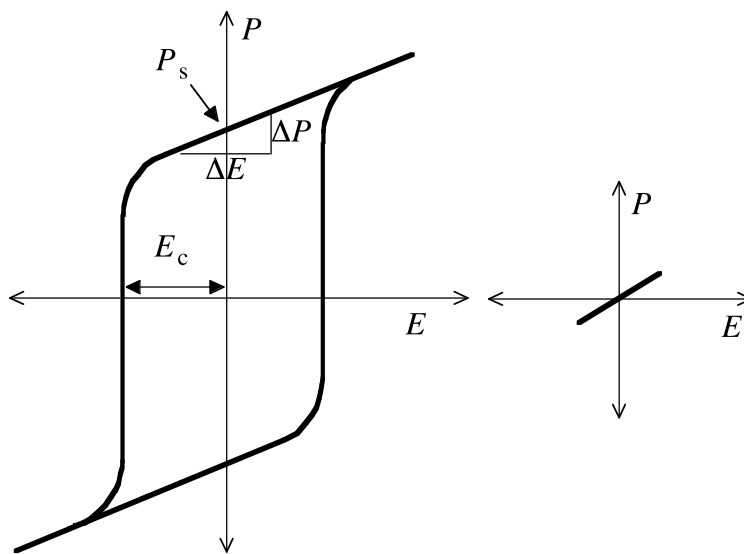


je slabo definirana količina, saj je odvisno še od hitrosti in načina spreminjanja polja, od velikosti in oblike vzorca in pogosto tudi od vrste elektrod.

3. Naklon krivulje  $P(E)$  pri  $E = 0$  nam pove dielektrično susceptibilnost  $\chi$ , ki je definiran s formulo

$$\frac{dP}{dE}(E = 0) = \chi\varepsilon_0 = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0. \quad (21.1)$$

Zaradi nelinearnega obnašanja polarizacije moramo biti pri merjenju te fizikalne lastnosti zelo previdni. Če merimo pri premajhnih poljih, to je pri  $E \leq E_c$ , vzorca ne uspemo popolnoma polarizirati; pravimo, da je mnogodomenski. (Urejenost električnih dipolov se navadno razteza preko majhnega dela kristala, v drugem predelu pa je smer spontane polarizacije obrnjena. Ti predeli enake polarizacije se imenujejo domene spet po analogiji s feromagnetizmom). Meritev naklona  $P(E)$  v takem primeru ne bo dala pravega rezultata in izmerjena susceptibilnost bo prevelika. Krivulja  $P(E)$  (in s tem njen odvod) je namreč odvisna od začetnega stanja, v katerem se feroelektrik nahaja. Najverjetnejša je mnogodomenska struktura in takemu feroelektriku se s spreminjanjem električnega polja spreminja tudi domenska struktura, kar prispeva k izmerjeni susceptibilnosti. Le pri zelo majhnih poljih  $E \ll E_c$  imamo ponovno možnost izmeriti pravo susceptibilnost, če je polje tako majhno, da domenske strukture ne more spreminjati. Seveda pa mora biti naša merilna priprava v tem primeru ustrezno občutljiva.



Slika 21.1.: Feroelektrična histerezna krivulja  $P(E)$  (levo) kaže odvisnost dielektrične polarizacije od električnega polja. Shematično je prikazana tako imenovana nasičena histerezna zanka, kakršno dobimo, če uporabimo pri meritvi dovolj visoka električna polja, vsaj dvakrat višja od koercitivnega električnega polja  $E_c$ . S  $P_s$  je označena spontana polarizacija. Pri mnogo manjših amplitudah električnega polja (desna slika ni v merilu) histereza izgine. V paraelektrični fazi vidimo pri vseh velikostih amplitude le sliko, kakršna je predstavljena na desni.

## Potrebčine

- osciloskop, ki ga uporabljamo v X-Y načinu

- termostatska kopel v kateri je montiran vzorec
- vir spremenljive izmenične napetosti - variac
- razdelilno vezje in kabli

## Naloga

1. Izmeri temperaturno odvisnost spontane polarizacije  $P_s$  in koercitivnega polja  $E_c$  v kristalu triglicin sulfata (TGS). Nariši diagram obeh temperaturnih odvisnosti.
2. Pri sobni temperaturi (približno 25 °C) in približno pri temperaturah 35, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 55, in 60°C določi dielektrično konstanto kristala  $\epsilon$  na dva načina (pri vsaki temperaturi): najprej s pomočjo nasičene histerezne krivulje in nato še pri najmanjših možnih električnih poljih.
3. Izmeri temperaturno odvisnost dielektrične konstante v paraelektrični fazi.

## Navodilo

Vezavo celotnega poskusa kaže slika 21.2. Vzbujevalno električno polje s frekvenco 50 Hz dobimo iz omrežja preko nastavljivega transformatorja (variac). Kristal v obliki majhne pločice (površina  $S = 31.8 \text{ mm}^2$ , debelina  $d = 0.64 \text{ mm}$ ) je na obeh velikih ploskvah premazan s prevodno pasto in tvori kondenzator  $C_x$ . Kristal služi kot dielektrik v kondenzatorju, ker pa je nelinearen, je njegova kapaciteta slabo določena. Linearni (navadni) kondenzator  $C_0$  je zaporedno priključen s  $C_x$ , tako da je naboj na obeh kondenzatorjih v vsakem trenutku enak. Tako lahko z meritvijo napetosti  $U_y = q/C$  na kondenzatorju  $C_0$  določimo polarizacijo kristala kot

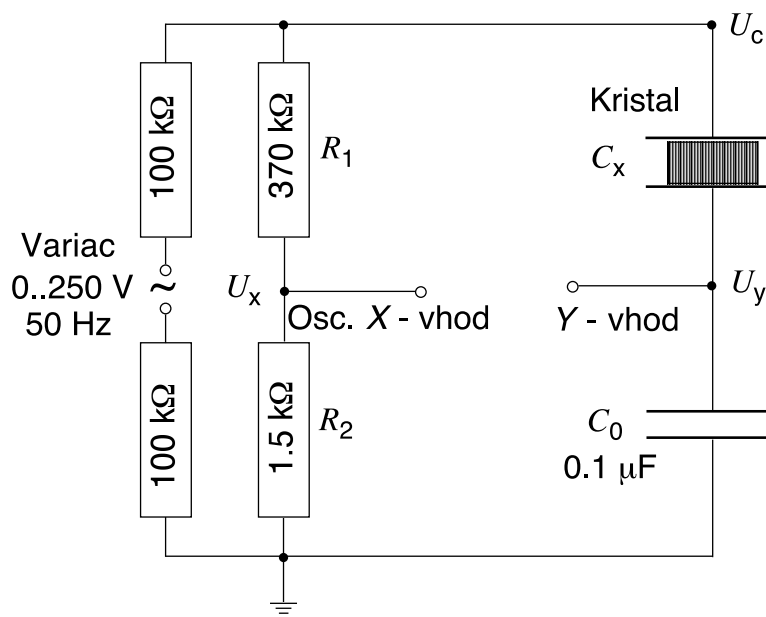
$$P = \frac{q}{S} = \frac{U_y C_0}{S}.$$

Električno polje v kristalu določimo na naslednji način. Kondenzator  $C_0$  je izbran tako, da je njegova kapaciteta vedno mnogo večja od kapacitete drugega kondenzatorja  $C_x \ll C_0$ . Napetost  $U_0 - U_y$  na ploščah kondenzatorja  $C_x$  v katerem je kristal, je zaradi tega praktično enaka celotni pritisnjeni napetosti  $U_c$ . Tako poznamo električno polje v vzorcu, če poznamo napetost  $U_c$  in debelino vzorca. Za lažje opazovanje na osciloskopu celotno napetost  $U_c$  razdelimo v razmerju  $R_2/(R_1 + R_2)$  in to zmanjšano napetost  $U_x$  vodimo na vhod osciloskopa za vodoravni odklon (X-vhod). Tako dobimo električno polje v kristalu kot

$$E = \frac{(R_1 + R_2)U_x}{R_2 d}$$

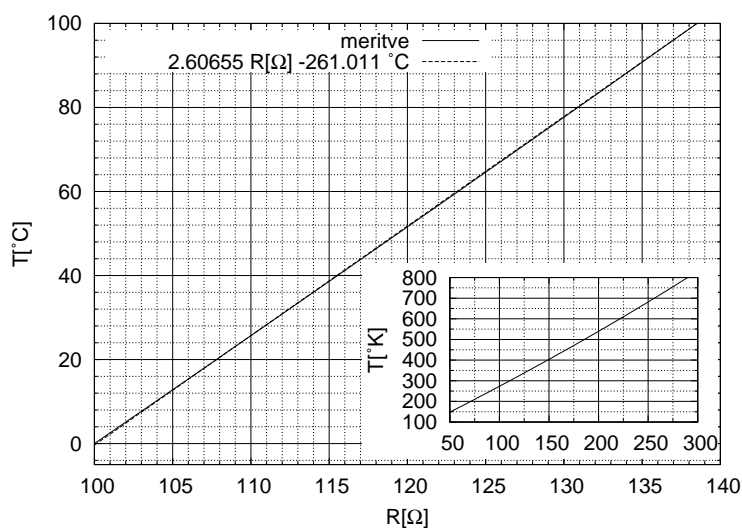
Preveri, da je vezava pri vaji v skladu s sliko 21.2 in upoštevaj, da dveh 100 k $\Omega$  uporov ne vidiš, ker sta skrita v škatli. Služita za omejevanje tokov (v primeru napa cne vezave), in zmanjšujeta napetost na ustrezni nivo. Ozemljitev osciloskopa je izvedena preko plašča enega signalnega kabla. **Preberi navodila za uporabo osciloskopa.**

Osciloskop je eden izmed najbolj uporabnih merilnih instrumentov. Osnovni sestavni del je katodna cev. Podobno kot vse elektronske cevi ima za izvor elektronskega curka vročo katodo s čim manjšo površino. Nadaljnje elektrode služijo za pospeševanje in



Slika 21.2.: Shema električne vezave za opazovanje feroelektrične histerezne zanke. Vir napetosti je variabilni transformator - variac, zanko pa opazujemo na osciloskopu tako da povežemo ustrezne točke na njegova vhoda X in Y.

fokusiranje elektronskega curka, ki gre nato skozi dva para odklonskih plošč. En par odklanja vertikalno, drugi horizontalno. Elektronski curek pada na fluorescentni zaslon, kjer ta zasveti. Bistveni sestavni deli osciloskopa so tudi ojačevalniki in generatorji žagaste napetosti. Če hočemo meriti časovno odvisnost nekega izvora napetosti, damo na odklonski ploči X žagasto napetost, ki odklanja žarek linearno s časom. Na vertikalni ploči (plošči Y) pa merjeno napetost, seveda ustrezno ojačano. Merimo lahko tudi zvezo med dvema napetostnima signaloma. Enega priključimo tako, da odklanja žarek v smeri X, drugega pa tako kot prej v smeri Y in na zaslonu dobimo X-Y diagram. Pri tej vaji uporabljamo osciloskop v X-Y načinu.



Slika 21.3.: Empirična relacija med temperaturo  $T$  in upornostjo  $R$  v uporabljenem uporovnem termometru

Temperaturo kristala merimo s pomočjo uporovnega termometra iz platine (PT100), kjer temperaturo  $T$  odčitamo preko upornosti  $R$  in umeritve prikazane na sliki 21.3. Pri sobni temperaturi je kristal TGS v feroelektrični fazi, zato lahko takoj začneš z opazovanjem histerezne krivulje. Spreminjaj maksimalno napetost na kristalu (sorazmerno z amplitudo  $U_x$ ) in opazuj, kako se spreminja oblika histerezne krivulje. Pri sobni temperaturi potrebuješ maksimalno napetost, da dobiš nasičeno histerezno zanko. Odčitaj/izmeri koercitivno polje  $E_c$  in spontano polarizacijo  $P_s$ . Iz naklona histereze v okolici izhodišča ( $E = 0$ ) in z uporabo formule (21.1) določi dielektrično konstanto  $\varepsilon$  kot je prikazano na sliki 21.1. Skiciraj obliko nasičene histereze in ne pozabi označiti merila. Pazi, da sta vrtljiva gumba za spremenljivo občutljivost v tisti skrajni legi, ki pomeni, da uporabljaš pravo umeritev. Potem - še vedno pri sobni temperaturi - spreminjaj (zmanjšuj) napetost dokler histereza ne izgine. Izmeri naklon krivulje in izračunaj  $\varepsilon$ .

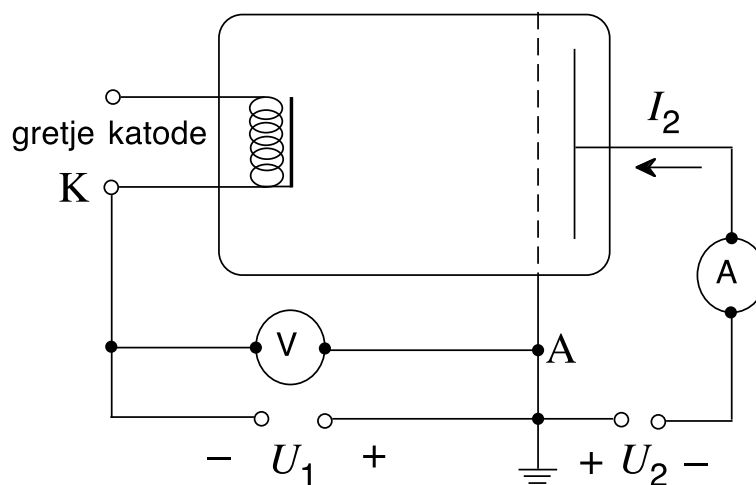
Vklopi termostatsko kopel z vrtljivim preklopnikom, kjer oznake H1, H2, H3 in H4 pomenijo različne moči gretja. Večja moč pomeni hitrejši odziv, vendar običajno tudi večje nihanje temperature okoli zaželeno vrednosti. Zaželeno temperaturo nastavi na kontaktnem termometru s tem da vrtiliš zgornji črni nastavek. Temperaturo odčitavaš na sosednjem termometru.

Povišaj temperaturo na  $35^\circ\text{C}$  in ponovi vse meritve kot pri sobni temperaturi ( $P_s$ ,  $E_c$ ,  $\varepsilon$  - na dva načina). Od te temperature dalje meri vsaki 2 stopinji nasičeno histerezno krivuljo in sicer le presečišča z X in Y osema, ki ti povesta koercitivno polje  $E_c$  in spontano polarizacijo  $P_s$ . Obe količini se zmanjšujeta z višanjem temperature. Blizu prehoda, to je nekako pri  $45^\circ\text{C}$  oz. pri  $120\ \Omega$  upornosti PT100, zopet izmeri dielektrično konstanto  $\varepsilon$  na dva načina. Od  $45^\circ\text{C}$  navzgor meri koercitivno polje in spontano polarizacijo bolj na gosto. Prepričaj se, da v paraelektrični fazi histerezna zanka izgine. Pri nekaj temperaturah tik nad prehodom izmeri še dielektrično konstanto  $\varepsilon$ . Ali se ta kaj spreminja z velikostjo polja?

## 22. Franck-Hertzov poskus

### Uvod

Diskretnost energijskih nivojev elektronov v atomu lahko pokažemo s Franck-Hertzovim poskusom [1]. To je bila prva eksperimentalna potrditev diskretnih stanj v atomih. Leta 1914 sta jo opravila nemška fizika James Franck in Gustav Hertz. Plinska trioda – kot jo shematično kaže slika 1 – vsebuje kapljico živega srebra Hg, plinska faza nad njo pa ima pri temperaturi  $200^{\circ}\text{C}$  tlak okoli 1 kPa. V cevi pospešujemo elektrone od katode proti anodni mrežici z napetostjo  $U_1$  in jih nato lovimo s kolektorsko anodo, ki elektrone dodatno odbija z majhnim potencialom  $U_2$ . Merimo tok elektronov  $I_2$ , ki doseže anodni kolektor, to je kolikšen je tok elektronov, ki uspejo premagati nasprotni potencial  $U_2$  med anodno mrežico in anodnim kolektorjem. Med katodo in anodno mrežico se elek-

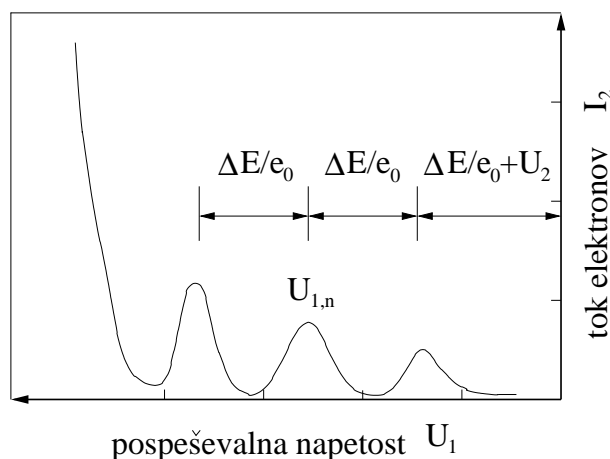


Slika 22.1.: Shema Franck-Hertzovega poskusa. V plinski triodi so atomi Hg pri temperaturi okoli  $200^{\circ}\text{C}$ , kar ustreza tlaku okoli 1 kPa. Katoda K, anodna mrežica A in anodni kolektor so elektrode na sliki od leve proti desni. V cevi pospešujemo elektrone od katode proti anodni mrežici z napetostjo  $U_1$  in jih nato lovimo s kolektorsko anodo, ki elektrone dodatno odbija z majhnim potencialom  $U_2$ , ki je v našem primeru 3 V. Merimo tok elektronov  $I_2$  med anodno mrežico in anodnim kolektorjem, ki uspejo premagati potencial  $U_2$ .

troni pospešujejo, hkrati pa trkajo ob atome Hg. Trki so elastični pri energijah elektronov manjših od  $\Delta E = E_1 - E_0$ , kjer sta  $E_1$  in  $E_0$  energiji prvega vzbujenega in osnovnega stanja elektrona v zunanji lupini Hg. Pri večjih energijah elektronov je verjetnost za neelastični trk dovolj velika, tako da so v vmesnem prostoru med katodo in anodno mrežico le elektroni s kinetičnimi energijami manjšimi od  $\Delta E$ . (To velja pri dovolj veliki gostoti atomov, tako da med dvema trkoma elektroni ne morejo dobiti dosti večje energije. Pri nižji temperaturi, se pravi pri manjši gostoti atomov, ali pri višji pospeševalni napetosti, pridobijo elektroni med trki več energije in lahko atome Hg tudi vzbudijo v druga stanja ali ionizirajo. Tako dobimo plazmo - ki jo lahko opazimo, saj celica tedaj oddaja svetlobo - in s tem popolnoma drugačne razmere.)

Ko spreminjamo napetost  $U_1$ , se spreminja povprečna kinetična energija elektronov ob anodni mrežici. Kinetična energija najprej narašča, ko pa napetost  $U_1$  doseže vrednost  $U_1 = \Delta E/e_0$ , kjer je  $e_0$  osnovni naboj, kinetična energija pade na 0. Ob nadaljnjem večanju  $U_1$  se kinetična energija spet večja, dokler elektroni po prvem neelastičnem trku

ne vzbudijo v prvo vzbujeno stanje še nekega drugega atoma Hg. To se ponavlja, če večamo napetost  $U_1$  še naprej. Nas zanimajo predvsem elektroni tik ob anodni mrežici. Te elektrone polovimo z anodnim kolektorjem, če le imajo dovolj hitrosti usmerjene proti njemu. Napetost  $U_2$  med anodno mrežico in anodnim kolektorjem služi za zmanjšanje ozadja. Elektroni namreč potrebujejo kinetično energijo najmanj  $e_0U_2$ , da dosežejo anodni kolektor. Kot je razvidno iz prejšnje razlage, se bo kinetična energija elektronov ob mrežici spreminjala v odvisnosti od  $U_1$  in s tem se bo spreminjal tudi tok elektronov  $I_2$ .



Slika 22.2.: Spreminjanje anodnega toka  $I_2$  v odvisnosti od mrežne napetosti  $U_1$  ima periodično ponavljajoče se maksimume in minimume. Razdalje med sosednjimi maksimumi so enake in ustrezajo ekscitaciji elektrona v prvo vzbujeno stanje. V odvisnosti od gostote atomov se spreminjajo tokovi in izrazitost posameznih maksimumov.

Krivulja, ki prikazuje spreminjanje anodnega toka od mrežne napetosti (slika 22.2), ima zato periodično ponavljajoče se maksimume. Razdalje med sosednjimi maksimumi so enake in ustrezajo ekscitaciji elektrona v prvo vzbujeno stanje.

**Opomba:** To je klasičen poskus in večina študentov ga z veseljem naredi. Preberite navodila vsaj dvakrat preden pridete v laboratorij. Sama meritev ne traja dolgo, vendar je potrebno več časa za pripravo aparature in nastavitve delovnih parametrov celice s Hg. Razumevanje poskusa je bolj zapleteno, kakor se zdi na prvi pogled, zato pazite pri interpretaciji rezultatov.

## Potrebščine

- Franck-Hertzova cev v termostatanem ohišju
- generator žagaste napetosti in izvor izmenične napetosti za gretje katode (5,42 V, 215 mA).
- digitalni osciloskop

## Naloga

1. Opazuj odvisnost toka  $I_2$  med anodno mrežico in anodnim kolektorjem v odvisnosti od negativne napetost  $U_1$  na katodi. Spreminjaj temperaturo in posebej natančno opazuj in izmeri položaje vseh vrhov v merjenih odvisnostih. Skiciraj odvisnosti pri petih različnih temperaturah, ko se slike primerno razlikujejo, to je približno pri temperaturah okoli 180, 160, 140 in 120 °C in na koncu še pri sobni temperaturi.
2. Natančno določi položaje vrhov  $U_{1,n} = U_2 + n\Delta E/e_0$  pri posameznih temperaturah in rezultate vnese v tabelo. Razlike napetosti med zaporednimi maksimumi ustrezajo energiji, ki jo izgubijo elektroni pri posameznem neelastičnem trku z atomom Hg. Določi  $\Delta E = E_1 - E_0 = e_0\Delta U_1$ , kjer sta  $E_1$  in  $E_0$  energiji prvega vzbujenega in osnovnega stanja elektrona v zunanji lupini Hg.

## Navodilo

Preglejte vezavo. Za osnovo merjenja napetosti izberemo potencial, na katerem je anodna mrežica A. Obe drugi elektrodi sta negativni nasproti njej. Zato, da nas izmenična napetost na greti katodi čim manj moti, ima katoda dodatni ščit, iz katerega izparevajo elektroni. Na ta način se vsi elektroni pospešujejo z enako napetostjo. Pazite na priključitev katode. Tok  $I_2$  vodimo naravnost na osciloskop, kjer ga pretvorimo v napetostni signal  $U_{\text{sig}} = \eta I_2 R$ , kjer je  $R = 1 \text{ M}\Omega$ . Negativno napetost  $U_1$  med anodno mrežico in katodo (deljeno z 10) vodimo na X - vhod osciloskopa.

Osciloskop nastavite na X-Y način delovanja in napetost vzdolž oseh meri v DC načinu. Za X os nastavi povečavo (Mag) na 10x tako, da je os umerjena na enotah napetosti  $U_1$ . Napetosti  $U_{\text{sig}}$ , ki ustreza toku, in žagasta napetost  $U_1$  sta negativni. Zaradi lžjega dela lahko invertirate Y os z opcijo Invert enako On in tako dobite graf podoben tistemu na sliki 22.2. Signali so šibki in zato včasih vidiš precej šuma, ki pride od motenj pri frekvenci 50, oziroma 100 Hz. Na generatorju žagaste napetosti lahko spreminjaš amplitudo žage. Pri nizkih temperaturah je prosta pot elektronov v cevi večja in lahko pride v cevi do preboja pri nižjih amplitudah žagaste napetosti. Pri tem dobimo v cevi plazmo in zelo povečan tok, ki ga opazite na osciloskopu, pa tudi v cevi vidite svetlobo. Temu se je dobro izogibati, ker tako podaljšamo življensko dobo cevi. Preboju se izognemo z zmanjšanjem amplitude žage.

Začnite greti cev in spremljajte odvisnost  $U_{\text{sig}}$  od  $U_1$  ob višanju temperature. V signalu  $U_{\text{sig}}$  se pojavijo vrhovi, ki ustrezajo večkratnim neprožnim trkom. Pri vedno visokih temperaturah, kot tudi nizkih, je ta odvisnost slabo vidna. Meritve pričnite pri 180 °C tako, da izklopite grelnik, da je šum manjši, in vključite ventilator za hlajenje. Ob ohlajanju opazujte signal in približno vsakih 20 °C v laboratorijski dnevnik skicirajte signal na osciloskopu, označite koordinatne osi in izmerite razdalje med maksimumi. Do katere temperature lahko opazujete signal? Na koncu ohladite celico do, v danih razmerah, najnižje temperature in izmerite odvisnost še tam. Skicirajte krivuljo in označite vrednosti toka in napetosti.

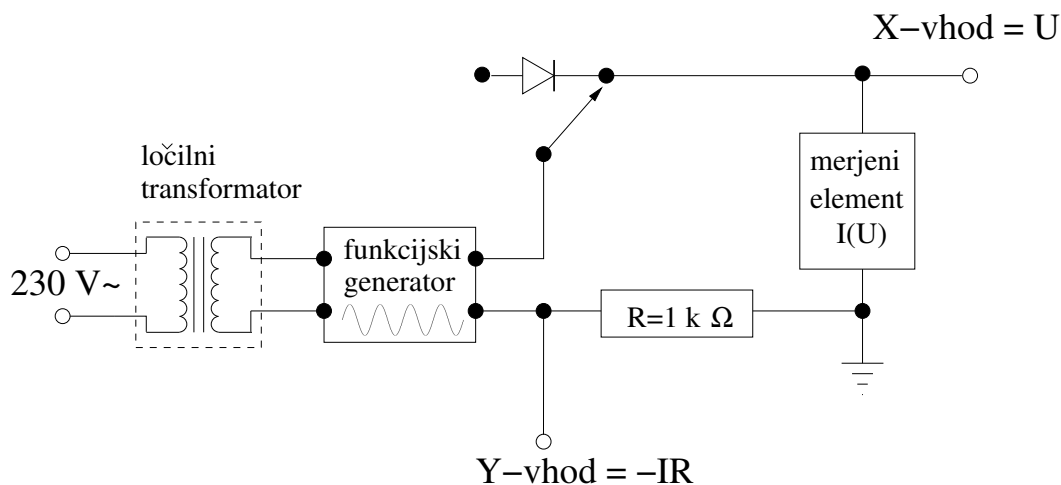
Sestavite tabelo položajev vseh opaženih vrhov. Ali se napetosti  $U_1$ , ki ustrezajo vrhovom, kaj spreminjajo s temperaturo? Iz razlik napetosti med posameznimi vrhovi določite  $e_0\Delta U_1 = \Delta E$  za Hg.

**Literatura**

- [1] Strnad J *Fizika 3. del* (Ljubljana, DMFA, 1992)



## 23. Karakteristika $I(U)$ elektronskih elementov



Slika 23.1.: Shema meritve karakteristike tok - napetost. Ločilni transformator dovoljuje, da ozemljimo poljubno točko v krogu. Na osciloskopu vidimo preko  $x$  - osi prezrcaljeno sliko (zamenjan  $I$  v  $-I$ ).

### Potrebščine

- funkcijski generator, ločilni transformator
- vezje s komponentami, baterija 9 V, NiCd akumulator 1.3 V, fotodiode, žice
- osciloskop, svetilka, polprevodniška dioda

### Naloga

1. Izmeri karakteristike  $I(U)$  upornika, kondenzatorja, tuljave, diode, Zenerjeve diode, treh svetlečih diod, fotodiode, 9 V alkalne baterije in NiCd akumulatorja.
2. Določi upornost upornika, kapaciteto kondenzatorja, induktivnost tuljave, karakteristične točke odvisnosti nelinearnih elementov, nazivno napetost in notranjo upornost baterije in akumulatorja.

### Navodilo

Preveri vezavo po sliki 23.1. Funkcijski generator priključen na ločilni transformator nastavi na sinusni nihajočo napetost s frekvenco 50 Hz z amplitudo do 10 V. Za večino meritev naj bo usmerniška dioda na sliki 23.1 izključena iz vezja, se pravi da nima nobene funkcije. Skiciraj odvisnosti  $I(U)$ , ki jih določite z osciloskopom. Osciloskop nastavite na X-Y način delovanja (preko tipke DISPLAY na digitalnem osciloskopu Tektronix, oziroma v skladu s priloženimi navodili za osciloskop, ki je trenutno namenjen tej vaji) in umeri oba kanala (pri analognem osciloskopu srednja gumba za občutljivost nastavi na položaj CAL, pri digitalnem je stvar lahko različna in spet poglejte v navodila). Pazite tudi, da pravilno

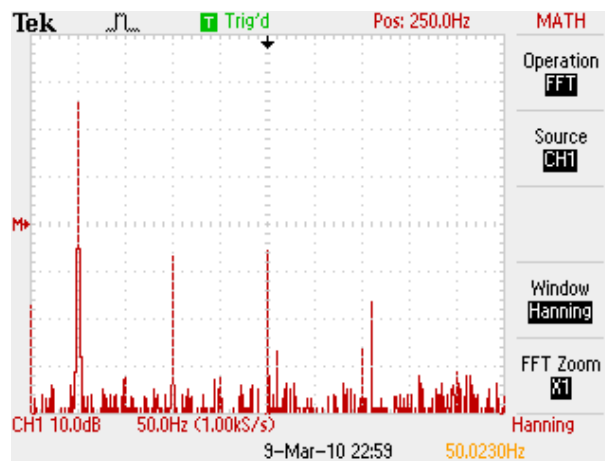
merite enosmerno komponento napetosti, kar je možno le v DC načinu. Preveri, da je povečava scale MAG postavljena na 1x tako, da meritev prikazuje dejansko vrednost. **Prva izbira za vsako meritev je meritev v DC načinu. Le v primeru meritve šibkega izmeničnega signala, ki je naložen na veliko enosmerno ozadje, preklopimo osciloskop na AC način.** Slika na osciloskopu kaže negativne tokove kot pozitivne. Amplitudo sinusne napetosti nastavite tak, da dobite lepo sliko in ne izpustite kakšnega dela karakteristike. Najbolje je, da začnete vedno pri majhni napetosti in jo po potrebi povečujete.

Določite karakteristične točke v odvisnosti  $I(U)$  in tam z osciloskopom točno izmerite nekaj parov  $I$  in  $U$ , kar označite v skici. Nelinearni elementi (diode) imajo v karakteristiki kolena, katerim določite napetosti, ki ustrezajo toku  $|I| = 1$  mA. To naredite pri pozitivnih in negativnih tokovih, če je možno. To še posebej velja za Zenerjevo diodo. Baterije (akumulatorji) imajo seveda iz koordinatnega izhodišča izmaknjeno karakteristiko, saj povzročajo napetost, ne da bi skozi tekel tok. V DC načinu izmerite gonilno napetost baterije in akumulatorja, v AC pa lahko natančneje določite notranjo upornost.

Pri fotodiodi kvalitativno izmerite odvisnosti pri različnih osvetlitvah. Kot vemo iz prvega semestra, je fotodioda uporabna v dveh kvadrantih njene odvisnosti, in sicer v fotoprevodnem in fotovoltaičnem načinu delovanja. Za fotodiodo ni dobro, da teče skozi tok v prevodni smeri, zato ga omejimo z usmerniško (Zenerjevo) diodo. To naredimo tako, da vežemo fotodiodo na izvor preko diode v ustrezni smeri. Pri tem si pomagaj s shemo na sliki 23.1. Malo razmišljanja ob vsaki meritvi vedno koristi.

## Dodatek

V praksi omrežna napetost ne niha popolnoma harmonično z frekvenco 50 Hz, ampak ima primesi višjih harmonikov kot lahko vidimo na sliki 23.2. Slednje nas ne motijo pri



Slika 23.2.: Enostranska spektralna gostota moči 1/20 omrežne napetosti v dB, kot jo prikaže osciloskop Tektronix 2012B.

vsakodnevni rabi npr. kuhanje, gretje itd, vendar so lahko problematične pri natančnem laboratoriskem delu, kjer zato pogosto posežemo po generatorjih napetosti.

## 24. Določitev osnovnega naboja po Millikanu

### Uvod

Millikanov poskus, to je opazovanje gibanja naelektrenih kapljic v gravitacijskem in električnem polju, spada med klasične poskuse zaradi zgodovinskega pomena določitve osnovnega naboja in zaradi relativne enostavnosti, ki omogoča, da poskus ponovijo študenti v laboratoriju.

Na okroglo kapljico z radijem  $r$  in gostoto  $\rho$ , ki prosto pada v zraku, deluje sila teže  $mg = \frac{4\pi}{3}r^3\rho g$ , njej nasprotni pa sta sila vzgona  $\frac{4\pi}{3}r^3\rho_{\text{zr}}g$  in Stokesova sila  $6\pi r\eta v$ , kjer je  $\rho_{\text{zr}}$  gostota zraka,  $\eta$  viskoznostni koeficient (viskoznost zraka pri 23°C je 18.3  $\mu\text{Pas}$ ),  $v$  pa hitrost padanja kapljice. Kapljica doseže konstantno hitrost tedaj, ko velja ravnotežna enačba

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_{\text{zr}})g = 6\pi r\eta v.$$

Če torej merimo hitrost padanja kapljice v zraku in poznamo  $\rho$ ,  $\rho_{\text{zr}}$  in  $g$ , lahko izračunamo radij kapljice  $r$ :

$$r^2 = \frac{9\eta v}{2(\rho - \rho_{\text{zr}})g}.$$

Če je kapljica naelektrena in nosi mnogokratnik osnovnega naboja  $e_0$ , torej  $ne_0$ , deluje nanjo v električnem polju ploščatega kondenzatorja z električno poljsko jakostjo  $E$  dodatna sila  $ne_0E$ . S spreminjanjem velikosti in smeri električnega polja torej lahko dosežemo ravnovesje med navidezno težo kapljice in električno silo. Tedaj kapljica miruje in velja

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_{\text{zr}})g = ne_0E, \quad E = \frac{U}{d},$$

kjer je  $U$  napetost na kondenzatorju in  $d$  razdalja med ploščama kondenzatorja. Če merimo hitrost kapljice pri prostem padanju skozi zrak in pa napetost, pri kateri se kapljica ustavi, lahko določimo mnogokratnik osnovnega naboja  $ne_0$ .

### Naloga

- Izmeri hitrosti gibanja kapljic v gravitacijskem in električnem polju
- Iz meritev izračunaj velikosti kapljic in njihov naboj. Nazadnje določi osnovni naboj.

### Potrebščine

- Millikanov aparat:  
kondenzator z razmikom  $d = 5(1 \pm 0.02)$  mm, razpršilec z oljem ( $\rho = 0.973 \text{ g cm}^{-3}$ ), LED za osvetljevanje
- mikroskop s kamero, ki je priključena na TV monitor. (Povečava mikroskopskega objektiva je 3X, višina slikovnega senzorja je 4 mm). TV monitor ima masko z vodoravnimi črtami, razmik med dvema črtama ustreza razdalji 200  $\mu\text{m}$ .

- usmernik za 300 V
- preklopnik s potenciometrom
- voltmeter
- štoparica

## Navodilo

Vklopi diodo za osvetljevanje notranjosti kondenzatorja, TV monitor in kamero, ki jo napaja ločen usmernik. Mikroskop je pritrjen tako, da dobimo ostro sliko kapljic v sredini Millikanovega kondenzatorja. Oljne kapljice nato z razpršilcem vbrizgaj skozi luknjico na zgornji plošči kondenzatorja (eden do dva vbrizga). Ker se na kapljicah siplje svetloba diode, jih lahko opazimo kot svetleče točke na temnem ozadju. Če je vse v redu, zagledaš na monitorju več padajočih kapljic, ki so različne po velikosti in hitrosti padanja. Vse tudi niso ostre zaradi omejene globinske ostrine mikroskopa.

Nabite kapljice lahko dvigamo ali spuščamo s spreminjanjem napetosti na kondenzatorju. To naredimo tako, da vklopimo tudi usmernik za 300 V. Od tam vodimo napetost na preklopnik s potenciometrom, od tam pa na kondenzator. Vzporedno s kondenzatorjem je priklopljen tudi voltmeter. Preklopnik ima tri položaje, v sredini je napetost 0, od enega do drugega skrajnega položaja pa se napetost obrne.

Izberi najmanjšo kapljico za meritev, ker je le tako mogoče izmeriti kvantizacijo naboja. S štoparico meri čas padanja kapljice med dvema (ali več) horizontalnima črtama na skali mikroskopa. Meri pri izključenem polju (položaj potenciometra na N). Kapljico vračaš na ponovno meritev nazaj z električnim poljem, ki ga spreminjaš s preklopnikom in potenciometrom. Za isto kapljico izmeri večkrat še napetost, pri kateri se kapljica ustavi. Ponavljaš meritev z isto kapljico, dokler je ne izgubiš z ekrana. Možno je tudi dodatno (ali pa le to) meriti hitrost dviganja kapljice v električnem polju. Oceni, kaj je bolje: meritev polja, ko kapljica obmiruje ali meritev hitrosti dviganja.

Ponovi meritve vsaj za 20 različnih kapljic. Pri ponovnem vbrizgavanju kapljic mora biti napetost na kondenzatorju 0, drugače kaplice ne pridejo skozi luknjo. S tem, da merimo veliko kapljic z različnimi mnogokratniki osnovnega naboja  $ne_0$ , lahko vsem tem meritvam poiščemo najmanjšo skupno mero  $e_0$ . Uporabne so le meritve, kjer  $n$  ni preveliko število ( $n \leq 6$ ).

Rezultate meritev predstavi s tabelo  $e$  in  $r$ , kjer kapljice razporediš po velikosti naboja, od manjšega proti večjemu. Dodaj še koloni za  $n$  in vrednost osnovnega naboja, ki ju boš določil kasneje. Nariši histogram  $N(e)$ , kjer je  $N$  število kapljic z nabojem manjšim kot  $e$ . Praktično to pomeni, da gre vodoravna os histograma od 0 do maksimalnega naboja in navpična os od 0 do števila vseh kapljic. Histogram je naraščajoč in ima stopničko velikosti 1 pri vsaki kapljici z izmerjenim nabojem  $e$ . Funkcija  $N(e)$  naj bi imela veliko strmino pri vrednostih  $ne_0$ . Določi  $n$  za vsako kapljico in s tem podatkom izračunaj osnovni naboj. Določi še povprečno vrednost osnovnega naboja  $e_0$ .

## 25. Sevanje črnega telesa

### Uvod

Gostota energije elektromagnetnega valovanja z neko frekvenco  $\nu$  v votlini pri konstantni temperaturi  $T$  je podana s Planckovo formulo

$$w(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (25.1)$$

ker je  $\nu$  frekvenca valovanja,  $h$  Planckova konstanta in  $c$  hitrost svetlobe v vakuumu. Iz take votline izhaja skozi majhno luknjo najboljši približek sevanja črnega telesa. Tudi volframska nitka v žarnici je dober približek. Za primerjavo, sončna radiacija je približno črno telo pri približno 5800 K. S to vajo bomo merili sevanje volframske nitke v halogeni žarnici, ki ji lahko spreminjamo temperaturo v zelo širokem obsegu. Z absolutnim merilnikom sevanja bomo določili celoten energijski tok, ki ga seva žarnica in ga primerjali z močjo, ki jo troši.

### Naloga

1. Izmeri odvisnost svetlobnega toka halogene žarnice v razponu od rahlega žarenja do maksimalne moči. Pri tem meri tudi moč, ki se troši na žarnici, tako da meriš tok in napetost.
2. Nariši graf celotne izsevane moči kot funkcijo električne moči.
3. Določi električno upornost žarnice kot funkcijo temperature.
4. Nariši graf razmerja med – skozi Si okno – prepuščenim in nemotenim svetlobnim tokom kot funkcijo temperature žarilne nitke.

### Potrebščine

- univerzalni električni merilnik z nastavkom za meritev električne moči
- halogena žarnica nazivne moči 75 W
- nastavljivi transformator - variac
- merilnik sevanja
- plošča iz kristalnega silicija

### Navodilo za meritev

Merilnik sevanja, ki ga uparabljamo tu, je tako imenovani bolometer in je osnovan na merjenju spremembe temperature majhne ploščice, na katero pada sevanje. Taki detektorji so – v nasprotju s kvantnimi (fotonskimi) – enako občutljivi v širokem spektralnem območju.

**POZOR:** Nikoli se ne dotikaj halogenih žarnic z golimi rokami. Soli v potu na rokah razjedajo kvarčno steklo in žarnica lahko pri visokih temperaturah počí.

Z univerzalnim merilnikom – ohmmetrom – izmeri upornost žarilne nitke v žarnici pri sobni temperaturi. Halogeno žarnico (230 V, 75 W) priključi na variac preko merilnika moči, podobno kot pri vaji TopPre. Z variacom spreminjamo moč žarnice. Postavite variac na 230 V in preverite, v kateri razdalji je primeren položaj za merilnik sevanja, da nanj ne bo padal prevelik svetlobni tok. Spreminjaj moč žarnice v korakih po 5 % in si zapisuj v tabelo naslednje podatke: električno moč, tok in napetost na žarnici ter moč svetlobnega toka. Prve tri podatke odčitaš z merilnika moči (univerzalnega instrumenta), ki poleg moči v spodnjem delu okenca kaže tudi tok, napetost in fazni zamik med obema. Izmeri moč sevanja, ki doseže detektor skozi okno iz kristalnega silicija, v odvisnosti od moči žarnice v istem intervalu kot zgoraj in ga primerjaj s teoretično napovedjo navedeno v tabeli 25.1.

## Navodilo za obdelavo meritev

Iz znane površine detektorja, ki je  $1 \text{ cm}^2$ , in izmerjene razdalje od žarnice do detektorja izračunaj celotni izsevani svetlobni tok. Nariši graf celotne izsevane moči kot funkcijo električne moči.

Predpostavimo, da seva žarnica kot črno telo. Gostota energijskega toka je definirana kot  $j = cw$ , kjer je  $w$  prostorska gostota energije valovanja. Tako lahko iz izsevanega svetlobnega toka določimo temperaturo žarnice, če poznamo površino žarilne nitke  $S$ . Slednje ne poznamo, zato privzamemo, da je temperatura žarilne nitke pri polni moči 2700 K in s to točko kalibriramo Stefanov zakon

$$\frac{P}{S} = \int_0^\infty cw(\nu, T)d\nu = \sigma T^4, \quad (25.2)$$

Tako določimo temperaturo nitke pri vseh merskih točkah. Iz meritev napetosti in toka skozi nitko pa določimo električno upornost volframove nitke. Narišemo graf upornosti od temperature in ne pozabimo na meritev pri sobni temperaturi. Ali je odvisnost linearna?

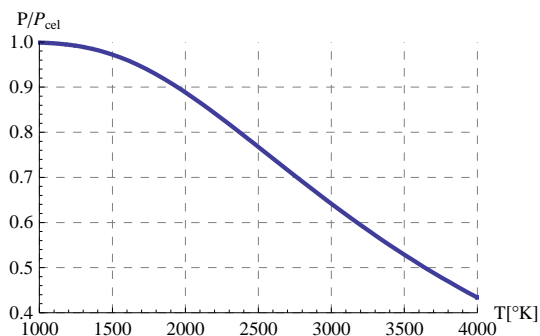
Za primerjavo s teorijo predpostavimo, da je prepustnost Si stopničasta funkcija s stopnico pri 1.1 eV (valovna dolžina približno 1100 nm). Planckov zakon lahko integriramo numerično od 0 do mejne frekvence  $\nu_0$ , ko nam Si okno ne prepušča več svetlobe. To naredimo tako, da vpeljemo novo spremenljivko  $y = h\nu/kT$  in dobimo prepuščeno moč kot integral v obliki

$$P(T) = P \int_0^{h\nu_0/kT} \frac{y^3}{\exp(y) - 1} dy \quad (25.3)$$

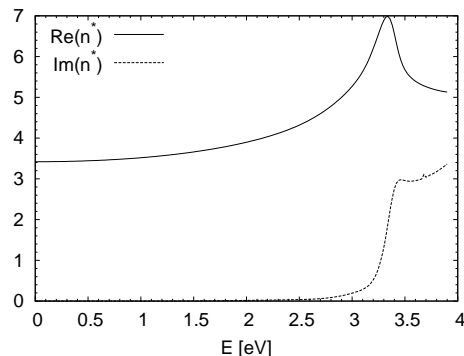
Delež prepuščenega toka od celotnega  $P(T)/P$  je kot funkcija temperature je prikazana na sliki 25.1a in za določene temperature v Tabeli 25.1. Za temperature  $T < 3000 \text{ °K}$  je delež prepuščenega toka opisan z aproksimacijo

$$\frac{P(T)}{P} = 1 - \frac{15}{\pi^4} \left[ -y^3 \log(1 - e^{-y}) + (6 + 6y + 3y^2)e^{-y} \right] + O(e^{-y}), \quad y = \frac{1.1 \text{ eV}}{kT},$$

na vsaj 3 decimalna mesta natančno. Opazimo, da prepustnost upada s večanjem temperature, saj se glavnina Planckove porazdelitve premika izven frekvenčnega okna prepustnosti Si. Seveda pa manjka še en pomemben popravek in sicer je to upoštevanje



(a) Delež celotnega prepuščenega toka skozi Si okno.

(b) Kompleksni lomni količnik  $n^* = n - i\kappa$  Si.

odbojev svetlobe na obeh površinah. Lomni količnik Si pri valovni dolžini  $\lambda = 1100$  nm je  $n = 3.54$  in počasi pada proti daljšim valovnim dolžinam. Bolj natančno je lomni količnik Si, kot za masikatere druge snovi, funkcija valovne dolžine vpadne svetlobe. Za primer Si je lomni količnik  $n^* = n - i\kappa$  v odvisnosti od energije fotonov  $E = h\nu = hc/\lambda$  prikazan na sliki 25.1b. Intenziteta svetlobnega toka se pri prehodu meje zraka in Si zmanjša za faktor  $T = 4n/(n+1)^2$ , ki ga imenujemo intenziteta prepustnost. Ker ni izgub velja zveza  $T + R = 1$  med  $T$  in intenzitetno odbojnostjo  $R$ . Zaporedni prehod skozi dve površini Si ploščice je potrebno obravnavati z upoštevanjem vmesnih odbojev. Uporabljen svetlobni izvir oddaja valovanje z majhno koherentno dolžino in jo zane-marimo. Zadovoljimo se s popolnoma nekoherentnim seštevanjem intenzitet in dobimo prepustnost skozi ploščico enako

$$T_{\text{plošča}} = \frac{2n}{1+n^2}. \quad (25.4)$$

S tem rezultatom popravimo razmerje med prepuščeno in celotno intenziteto svetlobnega toka  $P(T)/P$  in rezultat prikažemo v Tabeli 25.1.

Tabela 25.1.: Delež celotnega svetlobnega toka skozi Si okno kot funkcija temperature črnega telesa. V zadnji vrstici je upoštevan tudi popravek zaradi odbojev na površini okna.

temperatura (K)	1500	1700	1900	2100	2300	2500	2700	2900	3100
delež prepuščene moči	0.98	0.95	0.92	0.88	0.84	0.79	0.74	0.69	0.64
z upoštevanjem odbojev	0.51	0.50	0.48	0.46	0.44	0.41	0.39	0.36	0.33

## 26. Sklopljena nihajna kroga

### Uvod

Vaja je namenjena študiju in ilustraciji zelo pogostih pojavov v naravi, ki so posledica sklopitve enakih oscilatorjev. Sklopitev povzroči, da posameznih oscilatorjev ne moremo več obravnavati ločeno, marveč kot en sistem. V takem sistemu ostane število prostostnih stopenj enako vsoti vseh prostostnih stopenj posameznih oscilatorjev. Sistem, ki je sestavljen iz  $n$  enostavnih enakih oscilatorjev, ima  $n$  lastnih nihanj, ki jih opišemo z lastnimi frekvencami  $\omega_n$  in lastnimi vektorji. V primeru dveh fizičnih nihaj, sklopljenih s povezovalno vzmetjo, že vemo, da ostane ena frekvenca enaka lastni frekvenci enega samega nihala, obe nihali pa takrat nihata v fazi. Druga lastna frekvenca je večja in to tem bolj, čim močnejša je sklopitev. Nihali takrat nihata v nasprotni fazi.

Idealni električni nihajni krog je sestavljen iz kondenzatorja s kapaciteto  $C$ , ki ne prevaja električnega toka, in iz tuljave z induktivnostjo  $L$  brez ohmskih izgub. Enkrat vzbujen bi tak krog nihaj s konstantno amplitudo pri frekvenci  $\omega_0$ , ki se izraža kot

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Za podrobnosti izpeljave in razlago glej [1]. V vsakem nihajnem krogu so električni vodniki, ki običajno niso superprevodni. Pri višjih frekvencah tuljave tudi nezanemarljivo sevajo in s tem povzročajo izgube. Zanimamo se za lastno nihanje v nihajnem krogu, ki ima poleg kondenzatorja  $C$  in tuljave  $L$  zaporedno s tuljavo vezan upornik z uporom  $R$ . Kondenzator priključimo na baterijo in jo potem hitro umaknemo. Krog zaniha in tok  $I$  v njem ima naslednjo odvisnost

$$I = I_0 e^{-\beta t} \cos \omega'_0 t,$$

kjer je koeficient dušenja  $2\beta = R/L$ , lastna frekvenca pa se zmanjša zaradi dušenja in znaša

$$\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Tudi napetost na različnih elementih kroga niha sinusno, faze napetosti glede na tok moramo seveda posebej določiti.

Poglejmo si, kaj se zgodi, ko prvemu nihajnemu krogu dodamo še enega, ki je prvemu identično enak. Povežemo ju s kondenzatorjem  $C_0$ . Shema vezave je na sliki 26.1, kjer zaenkrat upoštevamo, da je sistem obeh nihajnih krogov izoliran od okolice, to je upornik  $R_g = \infty$ . En način nihanja lahko takoj uganemo. Če oba kroga hkrati in enako močno vzbudimo, bosta zanihala v fazi in vmesnega sklopitvenega kondenzatorja sploh ne bosta čutila. Ta način nihanja opišemo enako, kot v primeru enega samega kroga. Drugi lastni nihajni način je po analogiji z mehanskimi nihali tak, da kroga nihata v nasprotni fazi. V tem primeru imata napetosti  $U_1$  in  $U_2$  naslednjo odvisnost

$$U_{1,2} = \pm U_0 e^{-\beta t} \cos \omega''_0 t,$$

z enakim koeficientom dušenja in z novo lastno frekvenco, ki je dodatno zmanjšana zaradi sklopitve in znaša

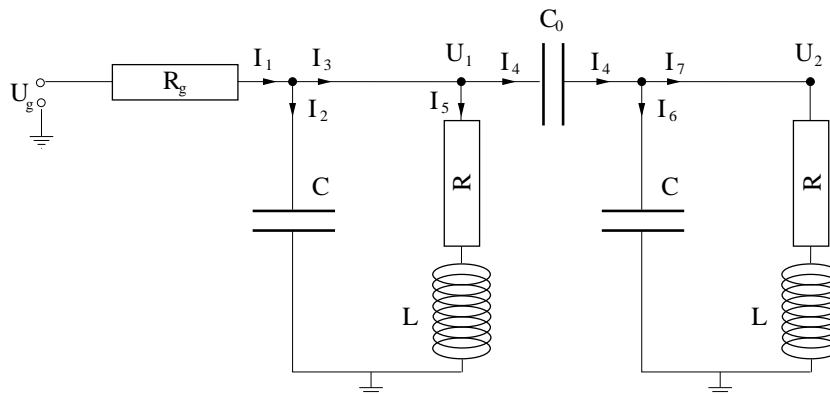
$$\omega''_0 = \sqrt{\frac{C}{C + C_0} \omega_0^2 - \beta^2}$$



Kakor že vemo, je v splošnem primeru, kadar krogov ne zanihamo tako lepo simetrično, napetost v posameznem krogu linearna superpozicija obeh lastnih nihanj:

$$U_{1,2} = [U' \cos \omega_0' t \pm U'' \cos(\omega_0'' t + \delta)] e^{-\beta t} \quad (26.1)$$

Konstanti  $U'$  in  $U''$  in fazni premik  $\delta$  so določeni z začetnimi pogoji sistema.



Slika 26.1.: Tokovni izvor napaja s tokom  $I_1$  sklopljena nihajna kroga. V našem primeru je sklopitev med nihajnjima krogoma izvedena s kondenzatorjem  $C_0$ , ki mu lahko spreminjamo kapaciteto. Drugi podatki:  $R = 7.5 \Omega$ ,  $R_g = 220 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 5.6 \text{ nF}$ .

Način vzbujanja s kratkotrajnim priključevanjem baterije seveda ni praktičen. Zanimali se bomo za kontrolirano vzbujanje. Vir znane časovno spremenljive napetosti priključimo na nihajni krog. Način priključka je pomemben. Tukaj obravnavamo le dva skrajna idealizirana primera:

1. Direktni priključek signalnega vira (ki mora imeti notranji upor enak 0) na nihajni krog. Tako dobimo vzbujanje z znano napetostjo.
2. Priključek vira napetosti preko zelo velike (neskončne) impedance. V tem primeru vzbujamo nihajni krog z znanim (točno določenim) tokom.

Analogiji z mehanskim nihalom k primeroma vzbujanja sta vzbujanje z določeno silo in z določenim odmikom. Pri vaji bomo vzbujali z določenim tokom. V ta namen bomo uporabili t.i. tokovni generator, to je signalni izvor z dodanim velikim upornikom, tako da se izvor obnaša kot izvor z veliko notranjo impedanco. Prav z relativno visoko impedanco generatorja glede na komponente nihajnega kroga dosežemo, da se celotni tok skozi nihajni krog le malo spreminja. Shemo vezave kaže slika 26.1. V prvem delu vaje bomo opazovali nihajne načine nemotenega sistema. V drugem delu pa se bomo zanimali za vsiljeno nihanje.

## Potrebščine

- dvokanalni digitalni osciloskop s tiskalnikom
- signalni generator sinusne in pravokotne napetosti
- nihajna kroga in kabli

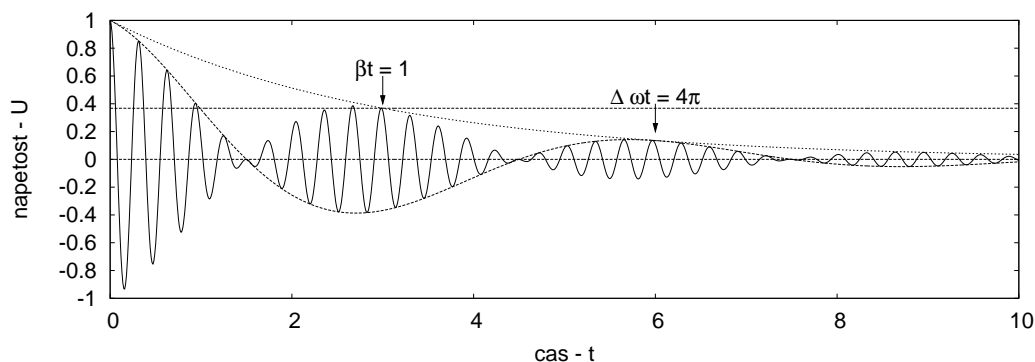
## Naloga

1. Izmeri časovni potek napetosti na obeh krogih pri vzbujanju s stopničastim signalom za vse različne sklopitve  $C_0[pF] = 0, 150, 330, 560, 820, 1150$ .
2. Izmeri frekvenčno karakteristiko enega nihajnega kroga in določi  $Q$ .
3. Izmeri frekvenčno karakteristiko sklopljenih nihajnih krogov z meritvijo odziva drugega kroga za vsak  $C_0$  in izmeri razliko lastnih frekvenc  $\Delta\omega$ .

## Navodilo

Signalni (funkcijski) generator priključi na vhod IN prvega kroga. Napetost na tem krogu opazuješ na osciloskopu tako, da povežeš izhod C na vhod CH I osciloskopa. Drugi krog opazuješ na vhodu CH II osciloskopa, ki mora biti povezan z izhodom OUT. Ozemljitev osciloskopa je izvedena preko tega kabla. Vklopi vse naprave in za začetek nastavi  $C_0 = 330$  pF.

**1.** Signalnemu generatorju nastavi frekvenco na okoli 400 Hz in ga preklopi v način kvadratnih valov (square wave). Osciloskop nastavi tako, da lahko na zaslonu hkrati opazuješ oba signala. Poišči ustrezno časovno skalo in nastavi proženje. Preizkusi proženje preko CH I in CH II. Za meritev je primernejše proženje s signalom prvega kroga  $U_1$  ali še boljše z zunanjim (EXT) proženjem, za katerega uporabiš isti signal iz funkcijskega generatorja, kakršnega uporabljaš za vzbujanje. Spreminjaj sklopitveni kondenzator in



Slika 26.2.: Utripanje napetosti  $U_1 = e^{-\beta t} \cos(\omega t) \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$ , kakršno vidimo na prvem nihajnem krogu, po vzbuditvi s stopničastim tokom. Narisani sta še odvisnosti  $e^{-\beta t} \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$  in  $e^{-\beta t}$

opazuj spreminjanje signalov v obeh krogih. Shematično odvisnost napetosti na prvem krogu kaže slika 26.2 in ustreza funkcijama

$$U_{1,2} = e^{-\beta t} \cos(\omega t) \cos \frac{\Delta\omega}{2} t$$

ki ju lahko pojasnimo, če v enačbah 26.1 uganemo, da mora biti  $U' = U''$  in fazni premik  $\delta = 0$ . Tako povežemo  $\omega = (\omega'_0 + \omega''_0)/2$  in  $\Delta\omega = \omega'_0 - \omega''_0$ . Slike z osciloskopa si izriši s pomočjo tiskalnika. Izmeri najprej lastno frekvenco in dušenje prvega kroga pri  $C_0 = 0$ . Potem nastavi  $C_0$  na vse vrednosti, ki so na voljo, in pri vsaki izmeri/natisni odvisnosti, ki jih dobiš. Preveri, da ostaja dušenje enako, vsakič pa izmeri frekvenco utripanja  $\Delta\omega$ .

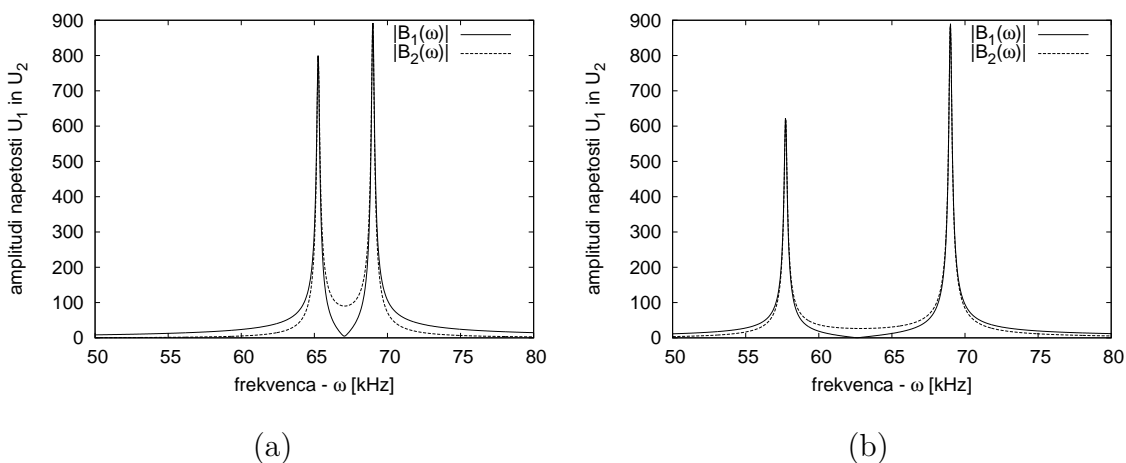
2. Ta del vaje je namenjen študiju vsiljenega nihanja enega nihajnega kroga. Osciloskop naj ostane priključen enako kot prej, funkcijski generator pa preklopi na sinusni izhod in mu nastavi frekvenco na okoli 50 kHz. Sklopitveni kondenzator  $C_0$  naj bo izklopljen, torej  $C_0 = 0$ . Napetost na krogu  $|U_1|$  se najprej linearno večja z naraščajočo frekvenco, ima točno v resonanci ( $\omega = \omega_0$ ) maksimum in nato spet pada. Ostrina resonance je odvisna od dušenja in je tem ožja, čim manj je krog dušen. Širina resonančnega odziva je podana z  $\Delta\omega = 2\beta$ , če merimo širino resonančne krivulje med točkama, kjer pade napetost na  $\sqrt{1/2} = 0.707$  vrednosti maksimuma. Pogosto namesto dušenja (širine resonance) navajamo dobroto (kvaliteto) nihajnega kroga  $Q$ , ki se z ostalimi količinami izraža kot

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\beta} = \sqrt{\frac{L}{CR^2}}$$

in je tem večja, čim manjše je dušenje. Izmeri amplitudo napetosti  $U_1$  kot funkcijo frekvence v okolici resonance. Nariši jo in določi lastno frekvenco in faktor kvalitete  $Q$ . (Opaziš lahko, da se vzbuja tudi drugi krog kljub  $C_0 = 0$ . Kriva je najbrž induktivna sklopitev. Ali jo lahko oceniš?)

3. Pri vklopljenem sklopitvenem kondenzatorju opazuj resonanco. Vidiš jo lahko na obeh krogih. Meri natančno **samo amplitudo**  $U_2$  kot funkcijo frekvence in si v ekstremih te odvisnosti zapiši tudi relativno fazo napetosti  $U_1$  in  $U_2$ , ki jo prav tako odčitaš z osciloskopa. Nariši dobljene odvisnosti v en sam graf za vse sklopitve.

Račun, s katerim pojasnimo dobljeno odvisnost, je zamuden in nepregleden in je zato podan posebej v dodatku navodil, kjer sta diskutirana primera šibke in močnejše sklopitve med obema krogoma. Glavni rezultat so frekvenčne odvisnosti amplitude merjenih napetosti  $U_1$  in  $U_2$  prikazani na sliki 26.3.



Slika 26.3.: Realistična frekvenčna odvisnost amplitud napetosti  $U_1$  ( $= |B_1(\omega)|$ ) in  $U_2$  ( $= |B_2(\omega)|$ ) za šibko ( $C_0 = 330$  pF) (a) in močno ( $C_0 = 1200$  pF) (b) sklopitve krogov.

Pri šibki sklopitvi se resonančni odziv prvega kroga skoraj ne spremeni. Na drugem krogu je resonančni odziv ostrejši, saj je njegova oblika podana kar s kvadratom odziva prvega kroga. Seveda pa je napetost na drugem krogu bistveno manjša.

Pri močni sklopitvi se oblika resonančnega odziva obeh krogov precej bolj spremeni. Pojavita se dva vrhova pri frekvencah, ki smo jih prej izračunali. Meja med šibko in

močno sklopitvijo je podana s pogojem  $Q = (C + C_0)/C_0$ . Taki sklopitvi pravimo, da je kritična, in takrat ima frekvenčna karakteristika najširši ravni del. Omenjene lastnosti so pomembne, kadar načrtujemo filtre, ki naj bi prepuščali določen frekvenčni pas. Pri filtrih je pomembna tudi faza signala in kot lahko vidimo iz slik v dodatku, se faza v bližini resonance hitro spreminja. Enakomernost faze lahko izboljšamo, če žrtvujemo nekaj enakomernosti v odzivu amplitude. Na tem mestu smo te probleme le omenili, ne bomo pa se ukvarjali z njimi.

## Dodatek: Resonančna dinamika sklopljenih nih. krogov

Privzeli bomo, da vzbujamo sklopljena nihajna kroga s tokovnim izvirom  $I_1$  z odvisnostjo

$$I_1 = I_0 \cos(\omega t), \quad \text{oz.} \quad I_1^* = I_0 e^{i\omega t},$$

kjer je  $I_0$  realna amplituda toka. Za kompleksno notacijo električnih količin bomo uporabili zvezdico (\*) nad simbolom. Pri zapisu enačb se bomo sklicevali na simbole/količine notirane na sliki 26.1. Napišimo enačbe drugega nihajnega kroga

$$I_4 = I_6 + I_7, \quad \dot{e}_2 = I_6, \quad U_2 = e_2/C = RI_7 + LI_7,$$

iz česar dobimo njegovo gibalno enačbo:

$$a\ddot{I}_7 + b\dot{I}_7 + I_7 = I_4. \quad (26.2)$$

Uvedli smo konstante  $a = LC$  in  $b = RC$ . Poglejmo sedaj še prvi nihajni krog. Ohranjanje toka in napetoti nam dasta enačbe

$$I_1 = I_2 + I_5, \quad \dot{e}_1 = I_2, \quad U_2 = e_1/C = RI_5 + LI_5,$$

ki določujejo gibalno enačbo drugega kroga:

$$a'\ddot{I}_7 + b'\dot{I}_7 + I_7 = I_1 - I_4. \quad (26.3)$$

Povezava med obema krogoma je tok  $I_4$  in je podan z enačbo

$$U_2 - U_1 = e_0/C_0, \quad \dot{e}_0 = I_4.$$

Z izrazi za  $U_1$  (26.3) in  $U_2$  (26.2) slednjo enačbo preoblikujemo v

$$a'\ddot{I}_7 + b'\dot{I}_7 - (a'\ddot{I}_5 + b'\dot{I}_5) = I_4, \quad (26.4)$$

pri čemer uvedemo konstanti  $a' = C_0L$  in  $b' = C_0R$ . Iz glavnih enačb problema (26.3), (26.2) in (26.4) sedaj eliminiramo  $I_4$ , ki nam služi za opis sklopitve med obema krogoma in nas v prihodnje ne zanima. Preostali enačbi prepisemo, z uvedbo novih spremenljivk vsote tokov  $s = I_5 + I_7$  in njene razlike  $d = I_5 - I_7$ , v naslednjo obliko

$$a\ddot{s} + b\dot{s} + s = I_1, \quad (2a' + a)\ddot{d} + (2b' + b)\dot{d} + d = I_1. \quad (26.5)$$

Torej vidimo, da imamo v sistemu dva lastna načina dinamike tokov in sicer simetrični, označen s spremenljivko  $s$ , in antisimetrični, s spremenljivko  $d$ . Rešitvi teh dveh enačb sta

$$s^*(t) = A(\omega, a, b)e^{i\omega t}, \quad d^*(t) = A(\omega, a + 2a', b + 2b')e^{i\omega t},$$

$$A(\omega, x, y) = \frac{I_0}{1 - \omega^2 x + i\omega y},$$

kjer smo definirali funkcijo tipičnega rezonačnega odziva dušenega nihala  $A(\omega, a, b)$  z resonančno frekvenco  $\omega_0 = a^{-\frac{1}{2}}$  in dušenjem  $2\beta = b/a$ . Iz zgornjega izraza lahko razberemo, da imata simetrični in asimetrični način različni resonančni frekvenci za neničelno moč sklopitve  $b \propto C_0 \neq 0$ . Z uporabo rešitev za lastna načina dinamike  $s^*(t)$  in  $d^*(t)$  lahko izrazimo iskani in merjeni napetosti  $U_1$  in  $U_2$  kot

$$U_1^* = (R + i\omega L)(s^* + d^*) = B_1(\omega)e^{i\omega t}, \quad U_2^* = (R + i\omega L)(s^* - d^*) = B_2(\omega)e^{i\omega t},$$

pri čemer sta  $B_1$  in  $B_2$  kompleksni amplitudi napetosti podani s formulama

$$B_1 = \frac{I_0}{2}(R + i\omega L) (A(\omega, a, b) + A(\omega, a + 2a', b + 2b')) ,$$

$$B_2 = \frac{I_0}{2}(R + i\omega L) (A(\omega, a, b) - A(\omega, a + 2a', b + 2b')) .$$

Tipična frekvenčna odvisnost izrazov  $B_1$  in  $B_2$  je narisana na sliki [26.3](#).

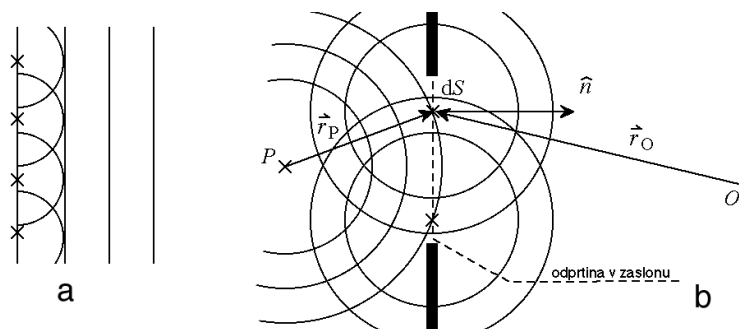
## Literatura

- [1] J. Strnad, *Fizika 2. del - Električna in optika*, (DMFA, Ljubljana, 1995) str. 385-390

## 27. Uklon svetlobe

### Uvod

Valovna narava svetlobe se dobro pokaže pri razširjanju svetlobe za ovirami ali odprtini v neprozornih zaslonih, ki imajo tipične dimenzije primerljive z valovno dolžino svetlobe. *Geometrijska optika*, v kateri pričakujemo premo razširjanje svetlobe, ne velja več in svetloba se lahko širi tudi v geometrijsko senco. Temu pojavu pravimo uklon. Pri obravnavi uklona si lahko pomagamo z razumevanjem interference svetlobe in s *Huygensovimi principom* (C. Huygens 1678), ki pravi, da lahko vsako točko, do katere je svetloba že prišla, obravnavamo kot izvor novega krogelnega valovanja, kar prikazuje slika 27.1. Pri obravnavi uklona izberemo točke (izvore) znotraj odprtine v zaslonu in izračunamo svetlobno polje za zaslonom s seštevanjem (integriranjem) prispevkov vseh krogelnih valov. Pri tem moramo pravilno upoštevati amplitude in faze posameznih krogelnih valov, ker ta krogelna valovanja interferirajo med seboj. Uporaba tega principa vsebuje eno nezaželeno posledico in sicer dobimo poleg valovanja naprej še en val, ki se širi nazaj. To pomanjkljivost teorije sta odpravila A. J. Fresnel (1818) in kasneje G. Kirchhoff (1882). Njuna formula za amplitudo valovanja v točki  $O$  je



Slika 27.1.: (a) V ravnem valu si lahko predstavljamo vsak del valovne fronte kot izvor krogelnega vala. Vsota teh krogelnih valov je ponovno ravna valovna fronta (b). Točkast izvor  $P$  oddaja krogelni val. Vse točke znotraj odprtine v zaslonu so izvori novih krogelnih valov. Uklonsko sliko dobimo s seštevanjem amplitud teh krogelnih valov, kar opisuje Fresnel-Kirchhoffova formula.

$$u_O = \frac{Ak}{4\pi i} \int_{\text{odprtina}} dS \frac{\exp(ik(r_P + r_O))}{r_P r_O} \left[ \frac{\vec{r}_P \hat{n}}{r_P} - \frac{\vec{r}_O \hat{n}}{r_O} \right], \quad (27.1)$$

kjer je  $A$  konstanta, ki meri jakost izvora,  $k$  je valovni vektor svetlobe,  $r_P$  je vektor od izvora do točke v odprtini zaslona,  $r_O$  označuje vektor od točke v zaslonu do opazovalne točke  $O$ . Zadnji člen formule, ki vsebuje skalarne produkte vektorjev  $r_P$  in  $r_O$  z normalo na odprtino  $\hat{n}$ , je tisti popravek, ki nam določa smer razširjanja uklonjenega valovanja.

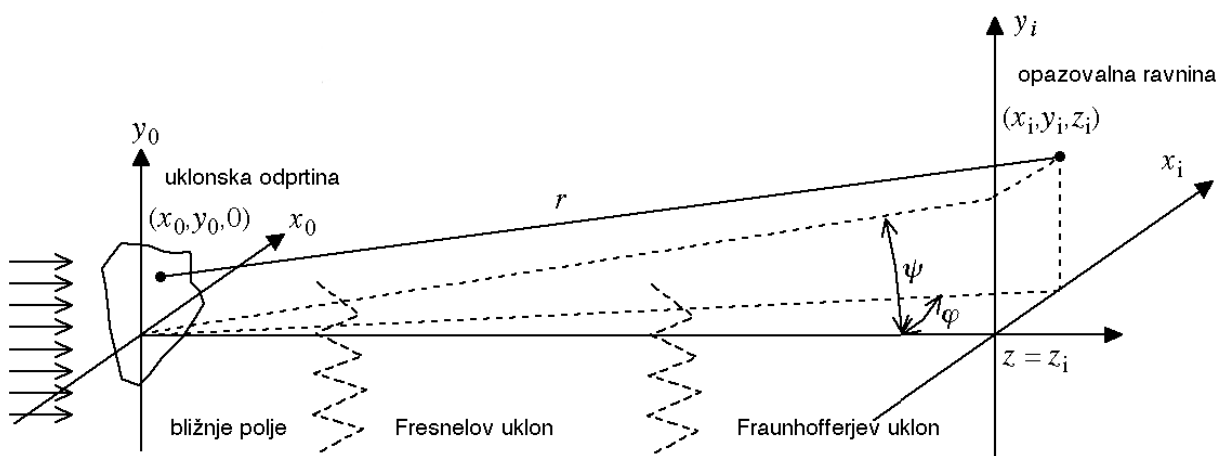
Formulo (27.1) lahko v mnogih primerih poenostavimo. Kadar sta oba vektorja  $r_P$  in  $r_O$  približno vzporedna z normalo na odprtino  $\hat{n}$ , aproksimiramo faktor v oglatem oklepaju z 2 in zapišemo uklonsko amplitudo kot

$$u_O = \frac{k}{2\pi i} \int_{\text{odprtina}} dS u_A \frac{e^{ikr_O}}{r_O}, \quad (27.2)$$

kjer je  $u_A$  amplituda valovanja na delu odprtine, ki ga določa vektor  $\vec{r}_O$ . V primeru točkastega izvora je amplituda enaka

$$u_A = A \frac{e^{ikr_P}}{r_P}, \quad (27.3)$$

v primeru ravnega vala, ki vpada pravokotno na odprtino, pa je  $u_A$  konstantna. Huygensov princip izražen z enačbo 27.3 nam omogoča, da iz poznane valovanja v eni ravnini – valovanje ne sme biti preveč divergentno ali konvergentno – izračunamo valovanje v poljubni oddaljenosti od te ravnine v smeri razširjanja valovanja v bližini osi razširjanja. Zvezo med amplitudo valovanja v dveh ravninah bomo zdaj zapisali v pravokotnem koordinatnem sistemu, kakršnega kaže slika 27.2.



Slika 27.2.: Prikazani so koordinatni sistem  $(x_0, y_0)$  uklonske odprtine, v katerem je amplituda vpadlega valovanja podana z  $u_A = g(x_0, y_0)$ , koordinatni sistem v opazovalni ravnini  $(x_i, y_i)$ , ki je za  $z_i$  oddaljena od prve ravnine in daljica  $r$  med točkama v odprtini in opazovalni ravnini. V odvisnosti od razmerja med oddaljenostjo opazovalne ravnine  $z_i$  in prečnih dimenzij odprtine v zaslonu uporabimo pri računu uklona različne približke, ki jih običajno imenujemo Fresnelov in Fraunhoferjev uklon.

Imejmo poznano amplitudo  $u_A = g(x_0, y_0)$ , ki je v splošnem kompleksna funkcija, v ravnini  $(x_0, y_0)$ . Iščemo amplitudo valovanja  $u(x_i, y_i, z_i)$  v ravnini  $(x_i, y_i)$ , ki je za  $z_i$  oddaljena od prve ravnine. Formulo (27.2) zapišemo kot

$$u(x_i, y_i, z_i) = \frac{k}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_0, y_0) \frac{e^{ikr}}{r} dx_0 dy_0, \quad (27.4)$$

kjer smo vpeljali novo spremenljivko  $r$ , ki ustreza prejšnji  $r_O$ . Razdalja  $r$  med ustreznima točkama na zaslonu in v opazovalni ravnini je enaka

$$r = \sqrt{z_i^2 + (x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}. \quad (27.5)$$

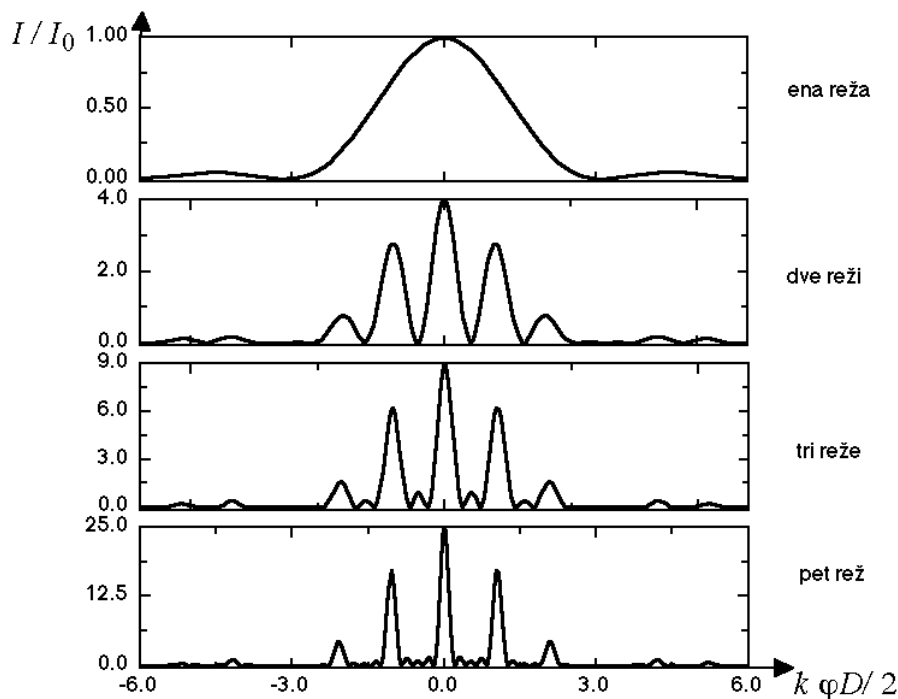
Prejšnje enačbe izgledajo preprosto, kljub temu pa je le malo primerov, v katerih lahko analitično izračunamo uklonsko sliko, oziroma je analitična rešitev praktična. Običajno se zatečemo v dodatne približke in najpogostejši je primer, ko je razdalja  $z_i$  dosti večja

od prečnih razsežnosti valovanja. Takrat razvijemo izraz pod korenem izraza (27.5) v vrsto in zadržimo le najnižje člene, kar nam da

$$r = z_i + \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z_i} - \frac{x_i x_0 + y_i y_0}{z_i} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_i}. \quad (27.6)$$

S tem približkom postane integral v enačbi (27.4) bolj obvladljiv. V imenovalcu integrala (27.4) nadomestimo  $r$  z  $z_i$ , v eksponentu pa dobimo poleg konstantnega prispevka k fazi, ki je odvisen od  $z_i + (x_i^2 + y_i^2)/2z_i$  še prispevke, ki so linearno in kvadratno odvisni od koordinat v prvi ravnini  $(x_0, y_0)$ , po kateri integriramo. Ostane nam še vprašanje, kako pohlevna mora biti funkcija  $u_A = g(x_0, y_0)$ , da lahko integral izračunamo. Zaenkrat se omejimo na najenostavnejši primer, ko vpada na odprtino ravni val in je  $g(x_0, y_0) = \text{konst.}$

Kadar moramo pri računu upoštevati vse člene v približku (27.6), pravimo takemu uklonu *Fresnelov uklon*. Pri še večjih oddaljenostih  $z_i$  pa lahko kvadratno odvisnost faze zanemarimo in račun nam da tako imenovani *Fraunhoferjev uklon*. Obe področji sta shematično prikazani na sliki 27.2. Kot vidimo na sliki in iz enačbe (27.6), postane uklonska slika v področju Fraunhoferjevega uklona odvisna le še od razmerij  $\phi = x_i/z_i$  in  $\psi = y_i/z_i$ , ki označujeta kota opazovanja glede na optično os. Idealne razmere za opazovanje Fraunhoferjevega uklona lahko dosežemo tako, da za uklonsko odprtino postavimo zbiralno lečo in opazujemo sliko v njeni goriščni ravnini.



Slika 27.3.: Enodimenzionalni Fraunhoferjev uklon na zaslonih z ekvidistantnimi režami. Razmerje  $d/D$  med razdaljami med režami proti širini posamezne reže je 3. Prva slika prikazuje uklon na eni sami reži. Ta slika hkrati določa obliko ovojnice uklonskih slik z več enakimi režami. Intenzitete glavnih uklonskih maksimumov naračajo s kvadratom števila rež.

Tukaj se bomo ukvarjali najprej z enodimenzionalnim Fraunhoferjevim uklonom. Opazujemo ravni val (kolimiran laserski snop), ki vpada na tanko režo s širino  $D$  vzdolž osi  $x_0$ .



Uklonska slika je odvisna le od kota  $\phi$  in sicer je jakost svetlobnega toka v opazovalni ravnini enaka

$$I(\phi) = |u(x_i, z_i)|^2 = I_O \left( \frac{\sin k\phi D/2}{k\phi D/2} \right)^2, \quad (27.7)$$

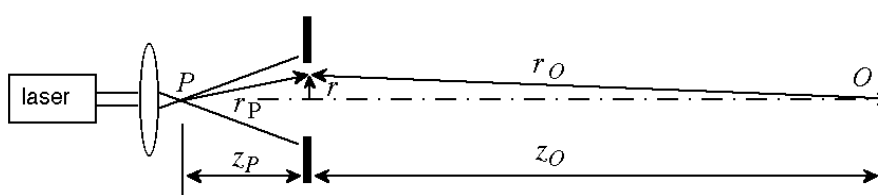
kjer je  $I_O$  konstanta, ki je odvisna od intenzitete laserskega žarka, od širine reže in od oddaljenosti zaslona. Funkcijska odvisnost intenzitete (27.7) je prikazana na sliki 27.3. Prvi minimum dobimo pri pogoju  $k\phi D/2 = \pi$ , oziroma  $\phi = \lambda/D$ .

Uklonska slika  $N$  enako širokih rež kot prej, katerih simetrale so razmaknjene za  $d$ , je podana z izrazom

$$I(\phi) = |u(x_i, z_i)|^2 = I_O \left( \frac{\sin(k\phi D/2)}{k\phi D/2} \right)^2 \left( \frac{\sin(Nk\phi d/2)}{\sin(k\phi d/2)} \right)^2. \quad (27.8)$$

Veljati mora seveda  $d > D$ . Kot vidimo, je uklonska slika produkt dveh neodvisnih faktorjev. Prvi del je enak kot prej in ga lahko tolmačimo kot obliko ovojnice uklonske slike. Drugi faktor hitreje modulira uklonsko sliko in tako dobimo prvi minimum pri kotu  $\phi = \lambda/Nd$ , v svojih maksimumih pa doseže vrednosti  $N^2$ . Vidimo, da je v tem primeru centralni maksimum ožji, čim večje je število rež. Ožji so tudi vsi drugi uklonski vrhovi. Prvi stranski uklonski maksimum, katerega intenziteta je sorazmerna z  $N^2$ , dobimo takrat, ko je imenovalc drugega faktorja v (27.8) enak 0. Iz tega pogoja dobimo  $\phi_1 = \lambda/d$ , kar pa je pri manjšem številu rež le približek za položaj prvega uklonskega vrha zaradi množenja z ovojnicjo v (27.8), ki se lahko v okolici kota  $\phi_1$  hitro spreminja in nam s tem premakne položaj maksimuma celotnega izraza (27.8). Na sliki 27.3 vidimo izračunano uklonsko sliko za 1, 2, 3 in 5 rež.

Naslednji primer, ki ga bomo opazovali in obravnavali pri tej vaji, je uklon na okrogli odprtini v Fresnelovem približku. Imejmo točkast izvor, ki ga bomo simulirali s fokusiranim laserskim snopom. Ko se snop širi stran od gorišča so njegove valovne fronte dovolj dober približek krogelnega valovanja. Amplitudo valovanja znotraj odprtine nam opisuje enačba (27.3). Sedaj delamo v cilindričnih koordinatah in ustrezna spremenljivka pri računanju uklona bo  $r$ , to je oddaljenost točke v odprtini od osi, kar kaže slika 27.4. Tukaj govorimo o Fresnelovem uklonu, saj je izvor valovanja na končni razdalji od odpr-



Slika 27.4.: Uklon na okrogli odprtini. Fokusiran laserski snop se iz gorišča leče širi kot krogelni val. Izvor P in točka opazovanja O ležita na osi okrogle odprtine.

tine. Zato pri korektni diskusiji splošne formule (27.1) uporabimo vse zapisane rede razvoja (27.6) in dobimo izraz za amplitudo v odprtini

$$u_A(r) = \frac{\exp(ikz_P)}{z_P} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_P}\right).$$

Razdalji izvora do odprtine  $z_P$  in ekrana do odprtine  $z_O$  razumemo kot pozitivni količini. V naslednjem koraku uporabimo enačbo (27.4) za izračun uklona, tako da jo zapišemo

v cilindričnih koordinatah. Račun je enostavno izvedljiv le za opazovalne točke na  $z$  osi. Odprtino razdelimo na tanke kolobarje in integriramo po  $r$ . Tako dobimo

$$u_O = C \int_0^R \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_P} + \frac{ikr^2}{2z_O}\right) 2\pi r dr \propto \exp\left(\frac{ikR^2}{2\zeta}\right) - 1 \propto \sin\left(\frac{kR^2}{4\zeta}\right), \quad (27.9)$$

kjer smo vpeljali novo spremenljivko  $\zeta^{-1} = z_P^{-1} + z_O^{-1}$ . Intenziteta uklonjenega valovanja na osi je sorazmerna s kvadratom amplitude  $I_O = |u_O|^2 \propto \sin^2(kR^2/4\zeta)$  in ta rezultat nam kaže, da intenziteta izmenično narašča in pada, če spreminjamo velikost zaslonke  $R$  ali pa njeno oddaljenost od izvora ali opazovališča. Izračunano odvisnost od  $R$  lahko razložimo z uporabo koncepta t.i. *Fresnelovih con*. To so kolobarji, na katere razdelimo okroglo odprtino, meje kolobarjev  $R_n$  pa so določene z maksimumi in minimumi intenzitete  $I_O$  uklonjenega valovanja na osi:

$$\frac{kR_n^2}{4\zeta} = n\pi. \quad (27.10)$$

Svetloba, ki potuje od izvora P do opazovališča O skozi eno samo Fresnelovo cono ima podobno fazo in zato konstruktivno interferira. Svetloba dveh sosednjih Fresnelovih con pa ima nasprotno fazo in zato interferira destruktivno. S povečevanjem premera zaslonke odpiramo zaporedoma nove Fresnelove cone in zato nam intenziteta na osi oscilira. (Če bi nam bilo pri tej vaji tudi mogoče izmenično odpiranje območij zaslonke, bi lahko z odprtimi lihimi ali sodimi kolobarji dosegli na osi ostrejši in močnejši uklonski vrh, tako kot pri vaji "Uklonska leča").

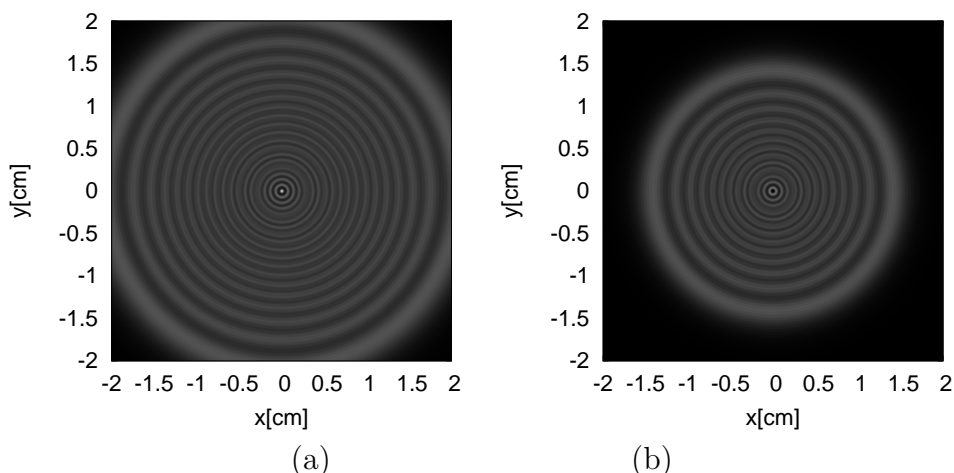
Nekoliko daljša izpeljava, kjer uporabimo formulo (27.1) in vse zapisane rede razvoja (27.6), pokaže, da je intenziteta uklonjenega valovanja v smeri pod kotom  $\theta$  glede na  $z$  os podana z

$$I_O(\theta) \propto \frac{(\cos\theta + 1)^2}{(z_O z_P k)^2} \left| \int_0^{kR} dx x \exp\left(i \frac{x^2}{2k\zeta}\right) J_0(x \sin\theta) \right|^2, \quad (27.11)$$

kjer je  $J_0(x)$  Besselova funkcija prve vrste in ničtega reda. Takoj opazimo, da zgornji izraz z upoštevanjem  $J_0(0) = 1$  pri  $\theta = 0$  preide v že znanega (27.9). S pomočjo formule (27.11) izračunamo uklonski sliki za dve različni razdalji izvora od odprtine, ki pripadata sosednjemu maksimumu in minimumu vzdolž  $z$  osi in sta prikazana na sliki 27.5. V prikazanih primerih opazimo, da imamo zraven ekstrema (minimum ali maksimum) v centru, tudi dobro vidne stranske kolobarje ojačitev intenzitete, ki jih lahko eksperimentalno verificiramo.

## Naloga

1. Izmeri uklonsko sliko svetlobe za zasloni z režami. Uporabi zaslone z 1, 2, 3, 5 in 10 režami. Določi relativne intenzitete uklonskih slik. Določi širino rež  $D$  in razdalje med njimi  $d$ .
2. Opazuj uklon na okrogli odprtni. Določi premer odprtine  $2R$ .



Slika 27.5.: Intenziteta uklonskih slik na ekranu, postavljenem pri  $z_O = 1$  m za dve različni oddaljenosti izvora  $z_P = 4.35$  cm (a) in  $z_P = 6.29$  cm (b) od odprtine radija  $R = 1$  mm. Valovna dolžina valovanja je 650 nm. Skala intenzitet je enaka v obeh primerih.

## Potrebščine

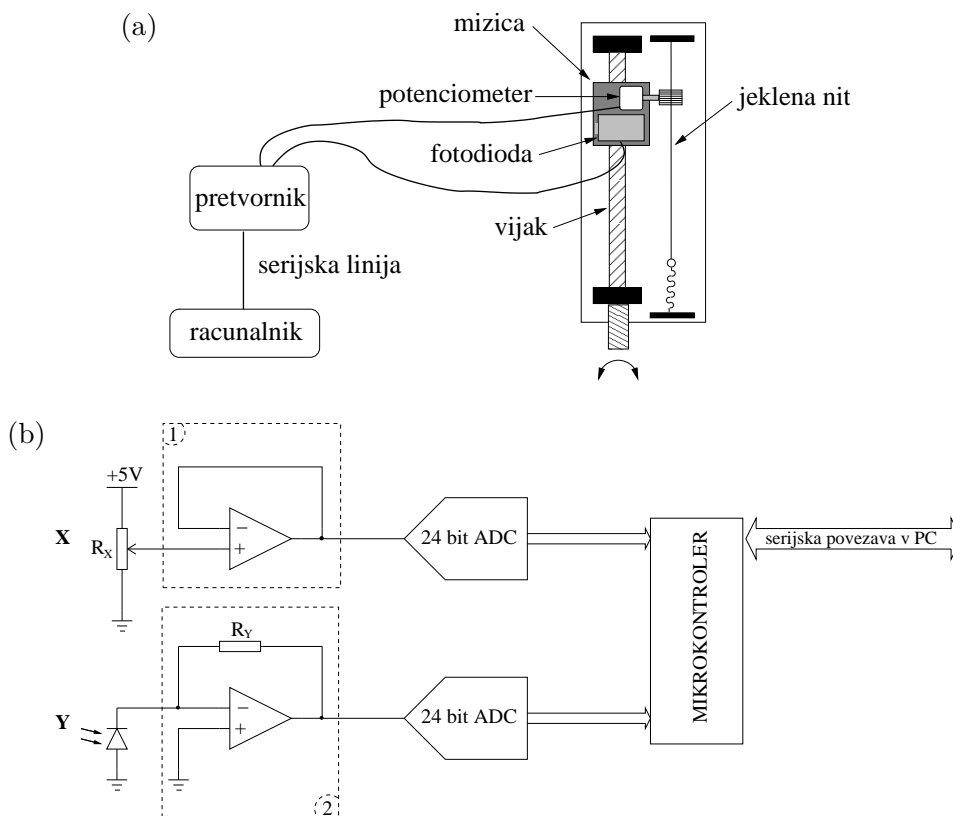
- HeNe laser z valovno dolžino 633 nm, nosilna plošča za laser in translator za zaslone
- par prizem v nosilcu
- zaslone z odprtinami, leča z nosilcem, ravno ogledalo z nosilcem
- $x$  translator z montiranim fotodetektorjem, računalnik s pretvornikom signalov

## Navodilo

**1.** Uklonsko sliko merimo s pripravo skicirano na sliki 27.6a. Na premično mizico je pritrjena škatlica s fotodiodo in potenciometrom. Potenciometer je povezan z vpeto jekleno vrstico. Fotodioda, z aktivno površino približno  $1 \text{ mm}^2$ , je vezana na baterijo v zaporni smeri in generira tok sorazmeren z intenziteto vpadle svetlobe. Padec napetosti na potenciometeru pa nam služi za določanje horizontalne lege fotodiode. Izhode fotodiode in potenciometra vodimo na pretvornik, ki pretvarja tok fotodiode v napetost  $U_Y$  in nemoteče bere padec napetosti na potenciometeru  $U_X$ . Dodatno pa obe napetosti  $U_Y$  in  $U_X$  pretvori iz analogne vrednosti v digitalno preko AD (Analog-Digital) konverterjev in s pomočjo mikrokontrolerja obe digitalni vrednosti pošlje po serijski povezavi (RS 232) v računalnik. Shema opisane vezave je narisana na sliki 27.6b. **Konverter ima stikalo, ki ga pred začetkom meritev vklopi in po končanih meritvah izklopi.**

Preveri, da je laser trdno pritrjen na nosilno ploščo. Potem s premikanjem celotne nosilne plošče nameri žarek proti fotodetektorju, ko je ta v srednjem položaju med obema skrajnima legama pomika. Nosilna plošča se dotika mize v treh točkah, od katerih sta dve točki konca medeninastih vijakov, tako da z njima spreminjamo naklon plošče. S premikanjem ustreznega vijaka nastavi višino žarka tako, da zadene sredino fotodiode.

Laserski snop ima premer približno 0.7 mm, kar je premalo, da bi bile vse reže v zaslonih enakomerno osvetljene. Zato v laserski snop postavimo par prizem, ki snop razširi v eni dimenziji, pri čemer ostanejo vsi žarki v snopu vzporedni. (Običajna uporaba teh



Slika 27.6.: Skica priprave za merjenje uklonske slike (a) in shema vezave pretvornika (b). Na slednji je z (1) označen sledilnik napetosti in z (2) pretvornik toka v napetost.

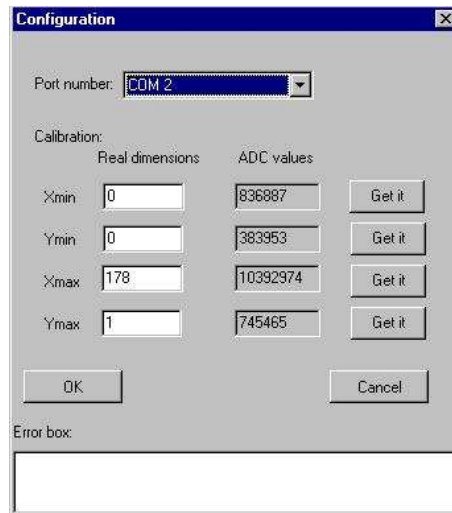
prizem pa je obratna, iz eliptičnega snopa, kakr?nega dobimo iz laserskih polprevodniških diod, naredimo snop s krožnim presekom.) Pazimo, da gre snop lepo skozi obe prizmi in da zadene isto točko na detektorju kot prej. Prizmi morata biti obrnjeni tako, da se snop v horizontalni smeri razširi in ne skrči.

Nato v okvir vstavi zaslon s 5 režami, s katerim dobimo najostrejšo uklonsko sliko. Preveri, da vpada snop na sredino zaslona z režami in po potrebi naravnaj. Preveri vzporednost uklonske slike in poti fotodetektorja. Pri tem si lahko pomagaš oznakami na steni. Po potrebi naravnaj nagib nosilne plošče ali pa zaslona z režami, da dosežeš vzporednost, kar pomeni, da pada uklonska slika med translaticiranjem fotodetektorja ves čas v sredino fotodiode.

Računalnik je opremljen s programom *Serial port XY data recorder* (UK1Sve), ki je prirejen za sprejemanje podatkov s pretvornika. Če opazimo kakšno anomalno komunikacijo med programom in konverterjem, konverter resetiramo in sicer z izklopom in ponovnim vklopom. Sistem pretvornika in programa na kratko imenujemo *rekorder* in nadomešča XY - rekorder z zapisom na papir, ki odhaja iz vsakdanje uporabe. Za izvedbo naloge moramo poznati dva dela programa UK1Sve. To sta okno *konfiguracija programa* (Configuration), prikazan na sliki 27.7, in jeziček *snemanje* (Recording), na sliki 27.8.

V oknu Configuration (sl. 27.7) izberemo serijska komunikacijska vrata in kalibriramo skalo:

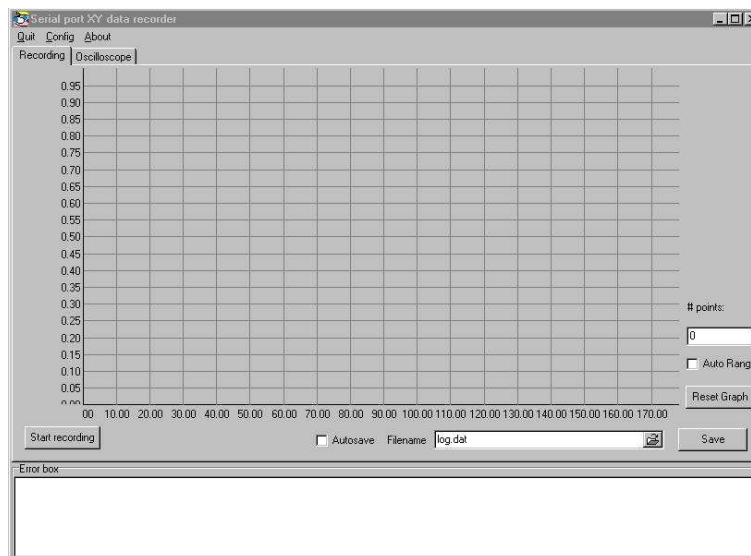
- Serijska vrata (Port Number) so tipično na vrednosti COM 1.
- Skalo kalibriramo tako, da k vrednostim iz AD konverterja (ADC values) priredimo



Slika 27.7.: Konfiguracijsko okno.

realne fizikalne vrednosti (**Real values**) za ekstremne točke: maksimalna in minimalna vrednost horizontalne pozicije ( $X_{\min}$ ,  $X_{\min}$ ) in jakosti svetlobe ( $Y_{\min}$ ,  $Y_{\min}$ ). Vrednost iz AD konverterja pridobimo za dano pozicijo fotodiode s pritiskom na gumb **Get it!**.

Kalibracijo potrdimo s pritiskom na gumb **OK**. Če pride do napake med pridobivanjem vrednosti, zaradi npr. napačne izbire serijskih vrat, se bo v **Error box** izpisalo sporočilo o napaki. Samo merjenje uklonske slike poteka zelo enostavno. V jeziku **Recording**



Slika 27.8.: Jeziček XY recorder v programu.

pritisnemo gumb **Start** in začnemo meriti. Z vrtenjem vijaka pomikamo mizico s fotodiode iz ene v drugo skrajno lego. Po končani meritvi pritisnemo gumb **Stop**. Podatke lahko shranjujemo takoj, ko jih sprejmemo preko opcije **Auto save** v datoteko z imenom zapisanim v okencu **Filename**, lahko pa to storimo ročno po končani meritvi s pritiskom

na gumb **Save**. Podatki se shranjujejo v tekstovno datoteko po kolonah: <pozicija> <intenziteta>.

**Opozorilo:** Numerični podatki v datoteki uporabljajo za decimalni separator piko ".". Svoje podatke shranjujte kar na namizje (angl. desktop) ali v direktorij **My Documents** in jih zbršite po končani vaji! Kalibracija je nujno potrebna le pri bistvenih spremembah rekorderja, kot so novo napenjanje jeklene žičke, zamenjava laserja ali menjava baterije v škatlici fotodiode.

Posnemi uklonsko sliko z zaslonom s 5, 3, 2 in le 1 režo. Uklonski profil izriši tako, da bosta po dve uklonski sliki na istem grafu v sledečih kombinacijah: 5 rež + 3 reže, 3 reže + 2 reži in 2 reži + 1 reža.

Določi širino rež  $D$  in razdalje med njimi  $d$ . Iz meritev določi relativne intenzitete centralnega uklonskega maksimuma, ki bi morale biti v razmerju števila rež na kvadrat, če so bile vse reže enakomerno osvetljene.

**2.** Odstrani uklonski zaslon z režo in vstavi uklonski zaslon z okroglo odprtino. Poravnaj ga v sredino laserskega žarka in če je vse dobro naravnano, ostane odprtina v sredi žarka tudi med premikanjem translatorja. Sedaj postavi takoj za laserjem v snop lečo in nastavi njen položaj tako, da je divergentni laserski snop še vedno centriran na zaslonki. Za lažje opazovanje slike med premikanjem zaslonke postavi v snop za zaslonko ogledalo in usmeri svetlobo na steno za laserjem. Celotna pot svetlobe od zaslonke do zaslona (stene) naj bo pribl. 1.5 m. Na zaslonu dobiš sedaj uklonsko sliko, to so koncentrični temni in svetli kolobarji. Zanima nas predvsem sredina vzorca. S premikanjem okrogle zaslonke dobimo na osi izmenično svetlo in temno polje. V položajih, kjer se to zgodi – ko je center najbolj svetel (liho število con) in najbolj temen (sodo število con) – zaporedoma izmeri medsebojne lege izvora  $P$ , zaslonke in točke opazovanja  $O$ , se pravi razdalji  $z_P$  in  $z_O$ , kakor so označene na sliki 27.4. Za te položaje je značilno, da je polmer odprtine enak  $n$ -ti meji Fresnelove cone  $R_n = \sqrt{n\lambda\zeta}$ , in sicer dobimo svetlo polje, če je  $n$  lih in temno, če je sod. Enačbo (27.10) lahko prepišemo v obliko

$$n = \frac{R_n^2}{2\lambda\zeta}.$$

Naša meritev nam dá vrednost  $n$ , nedoločeno za neko konstanto  $n_0$ . Nariši graf  $n - n_0$  kot funkcijo  $\zeta^{-1}$ . Iz naklonskega kota premice določi velikost okrogle uklonske odprtine, iz presečišča z 0 pa vrednost  $n_0$ .

## Literatura

- [1] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics, 6th edition* (Pergamon Press, Oxford, 1991)

## 28. Uporaba ultrazvoka

### Uvod

Nedestruktivne metode opazovanja (angl. nondestructive testing – NDT) notranjosti človeškega telesa in drugih objektov, slonijo na pojavih absorpcije, sipanja in odboja valovanja v notranjosti telesa [1]. Uporabljamo lahko najrazličnejša valovanja, odvisno od zahtev preiskave. Važna je valovna dolžina, ki nam določa ločljivost metode, in pa zmerna absorpcija ali sipanje. Poleg tega potrebujemo priročne izvore in detektorje valovanja.

Ultrazvočne metode se že dolgo uporabljajo tako v medicini kot v industriji [2]. Nizke jakosti ultrazvoka niso škodljive človeškemu telesu. Ultrazvok s frekvenco nekaj MHz ima v večini snovi valovno dolžino okoli mm, kar zadostuje za opazovanje človeškega telesa in mnogih izdelkov v proizvodnji, npr. jeklenih blokov v železarni.

Merjenje jakosti odbojev ultrazvoka v različnih globinah merjenca je najbolj pogost način meritve. V tem primeru merimo čas, ki ga valovanje porabi od izvora do nehomogenosti, ki valovanje delno odbija, in nazaj do detektorja. Meritev časa nam omogoča sunkovni način delovanja ultrazvočnega izvora, ki je analogen delovanju radarja. Izvor (piezoelektrični kristal) odda kratek močan impulz valovanja, ki je dolg le nekaj valovnih dolžin, nato pa merimo jakost odbitega signala v odvisnosti od časa. Detektor je običajno kar isti piezoelektrični kristal, ki služi tudi kot izvor ultrazvoka. Na ta način dobimo enodimenzionalen prerez skozi merjeno telo. Večje število izvorov in detektorjev ultrazvoka v eni dimenziji (npr. 256, sedanje stanje aparatov v ginekologiji) omogoča opazovanje dvodimenzionalnih prerezov skozi telo. Sedanje izboljšave ultrazvočnih merilnikov so usmerjene v merjenje Dopplerjevega premika odbitega valovanja, ki pove nekaj o gibanjih v telesu; merjenje višjih harmonskih frekvenc v odbitem valovanju, ki pokaže drugačne podrobnosti; in še v mnoge druge metode. Z natančnimi meritvami hitrosti ultrazvoka v snovi lahko določimo tudi mnoge lastnosti snovi, ki so povezane z njeno trdnostjo. V homogenih snoveh lahko npr. določimo modul elastičnosti  $E$ , strižni modul  $G$  in Poissonovo število  $\mu$ . V tanki palici (valovna dolžina je dosti večja od premera palice) se širi longitudinalno valovanje s hitrostjo

$$c_{\text{long,tanka}}^2 = \frac{E}{\rho}$$

kjer je  $\rho$  gostota palice. Hitrost longitudinalnega valovanja v razsežnem sredstvu je podana s formulo

$$c_{\text{long}}^2 = \frac{E(1 - \mu)}{\rho(1 + \mu)(1 - 2\mu)}.$$

Hitrost transverzalnega valovanja v razsežnem sredstvu lahko izrazimo s strižnim modulom ali pa s prožnostnim modulom in Poissonovim številom

$$c_{\text{trans}}^2 = \frac{G}{\rho} = \frac{E}{2\rho(1 + \mu)}$$

Hitrost transverzalnega valovanja v tanki palici je bolj zapletena funkcija geometrije in je poleg tega odvisna od valovne dolžine. Z njo se tukaj ne bomo ukvarjali.

## Potrebščine

- ultrazvočni defektoskop kot izvor in detektor valovanja
- digitalni osciloskop za opazovanje signala
- ultrazvočna sonda za longitudinalno valovanje MB4S-N z resonančno frekvenco 4 MHz (proizvajalec GE Kreutkramer) in za transverzalno valovanje V155 z resonančno frekvenco 5 MHz (proizvajalec Panametrics)
- posoda z vodo s sondo MB4S-N in z nastavljivo odmevno površino, atenuator (dušilec) signala
- standardni miniaturni in kalibracijski blok normalne velikosti nepravilnih oblik z režami in izvrtinami
- valji iz jekla, aluminija in drugih materialov
- paste za zapolnitev reže med sondami in merjenci
- stojalo za montažo sonde in valjastih merjencev, BNC kabli

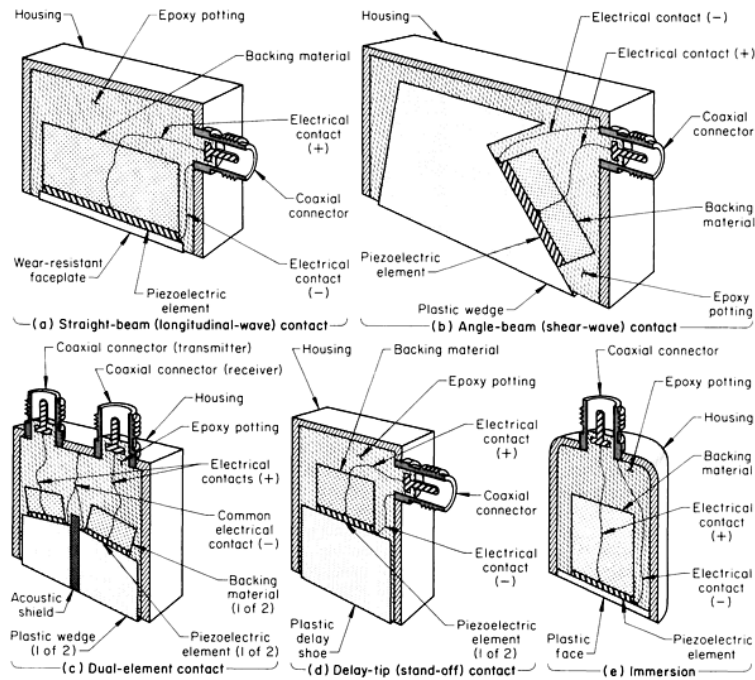
## Naloga

1. Opazuj odboj longitudinalnega ultrazvočnega valovanja na različnih ploskvah priloženega merjenca nepravilnih oblik z izvrtinami in zarezi. Kalibriraj skalo na zaslonu osciloscopa v mm poti valovanja v jeklu.
2. Poišči odboj na izvrtini premera 1mm in določi njen položaj glede na zunanje ploskve merjenca. Oцени globinsko ostrino meritve.
3. Določi hitrost longitudinalnega in transverzalnega ultrazvočnega valovanja v jeklu in aluminiju, ali v drugem materialu. Uporabi ultrazvočni interferometer. Izračunaj prožnostni modul  $E$ , strižni modul  $G$  in Poissonovo število  $\mu$ .

## Navodilo

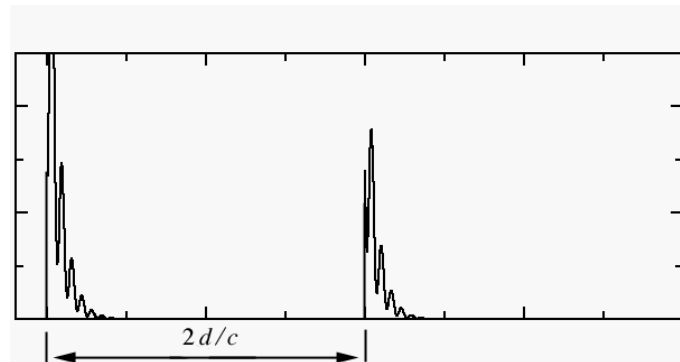
Ultrazvočni defektoskop [3] vsebuje izvor, ki odda kratek napetostni sunek (približno 200 V, 100 ns), ki je povzročen s hitrim praznjenjem kondenzatorja. Sunek vodimo na ultrazvočno sondo, ki močno zaniha in odda sunek valovanja v material, ki se ga sonda dotika. Osrednji del sond v uporabi je piezo-električni kristal, glej sliko 28.1, ki ob sunku napetosti zaniha glede na tip sonde v specifični smeri. Ob tem pa se kristal in njegovo vpetje obnaša kot dušeno nihalo z resonančno krivuljo, katere resonančna frekvenca je napisana na sondi. Ista sonda deluje tudi kot sprejemnik valovanja, zato rečemo, da je oddajno-sprejemna sonda (angl. transducer). Valovanje, ki se vrne do sonde le-to vzbudi, povratni signal pa se vrne do aparature, kjer se ojači, usmeri in je dostopen na Y izhodu. Proženje sunka pa je dano na X izhodu. Izhod Y povežemo s CH1 in X izhod s trig EXT na osciloskopu. Sondo priključimo na spodnji levi BNC konektor. (Desni konektor bi uporabili, če bi imeli ločeno sprejemno sondo.) Gumbi nad konektorjem





Slika 28.1.: Shematični prikaz različnih tipov piezoelektričnih ultrazvočnih sond.

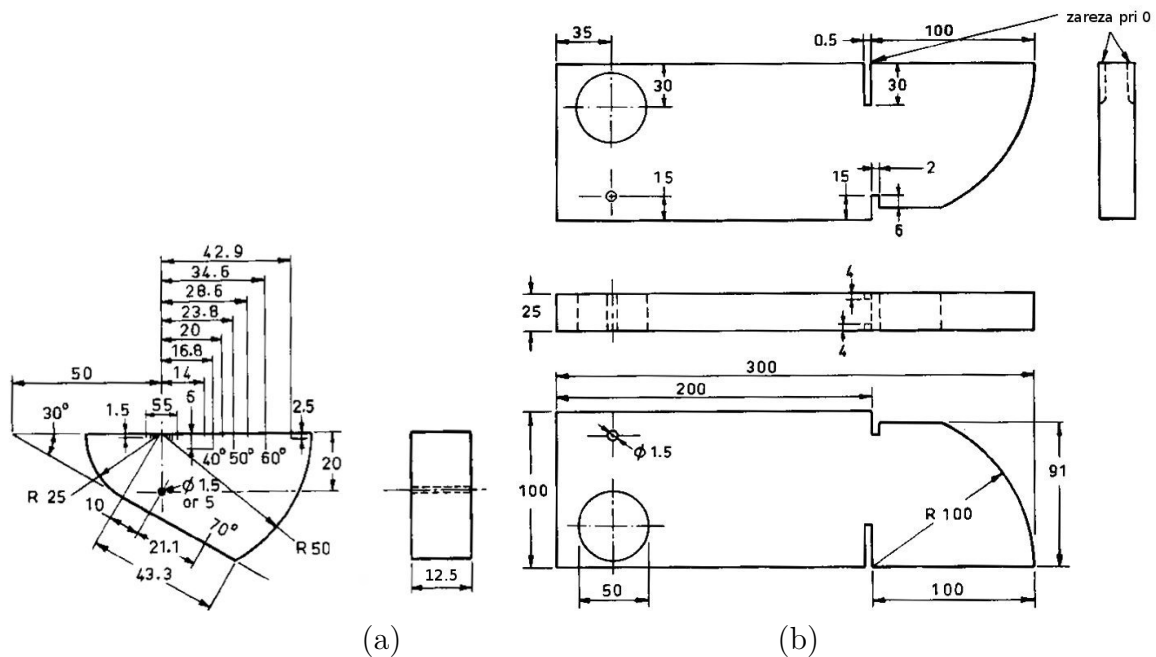
služijo za nastavitev skale v vodoravni smeri. Zgornji preklopnik 25/250 in variabilni potenciometer pod njim so v originalni izvedbi aparature služili za nastavitev primerne raztega skale. Sedaj za to uporabljamo zunanji osciloskop. Na levi strani kontrolne enote nastavljamo občutljivost v navpični smeri. Na voljo imamo grobi preklopnik 40, 20 in 0 dB ter finejši preklopnik 1 - 12 dB.



Slika 28.2.: Časovna odvisnost signala na ultrazvočnem preizkuševalcu. Prvi vrh ustreza odboju na meji sonda-merjenec, drugi vrh pa ustreza odboju na ploskvi, ki je za  $d$  oddaljena od sonde.

Priključi na merilnik sondo MB4S-N in preveri povezavo z osciloskopom. Vkloni ultrazvočni defektoskop in osciloskop. Osciloskop nastavimo, da je prožen (angl. triggered) z zunanji virom (angl. external source). Po končani vzpostavitvi povezav in nastavitvami poišči sliko na osciloskopu. Odboji valovnega paketa izgledajo na zaslonu kot usmerjen signal iznihavanja dušenega nihajnega kroga z razpolovno dolžino približno 2 nihajev, kar kaže slika 28.2. Vodoravna ločljivost zaslona sicer ne omogoča opazovanja podrobnosti znotraj valovnega paketa. Umeri začetek merilne skale, ki naj sovпада z začetkom

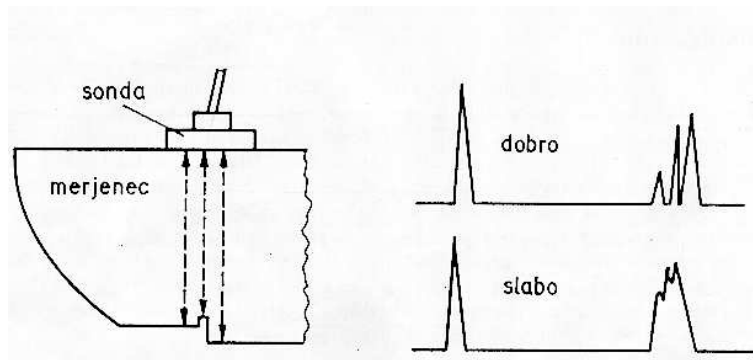
prvega odboja. Prvi odboj dobimo že na meji sonda-merjenec. Ta odboj želimo zmanjšati,



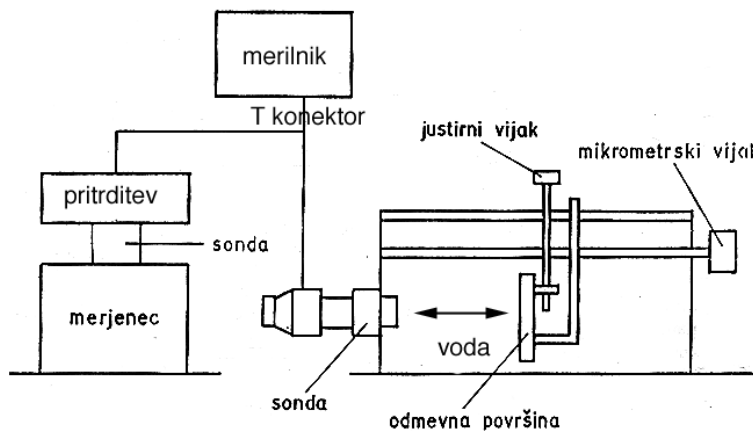
Slika 28.3.: Standardni miniaturni kotni (tipična oznaka IIW V2) (a) in kalibracijski blok normalne velikosti (tipična oznaka IIW V1/5, po standardu ISO 2400) (b), kjer kratica IIW pomeni International Institute of Welding. Mere so v milimetrih.

zato pritismo sondo na gladko ploskev merjenca in tako zmanjšamo režo med sondo in merjencem. Režo po možnosti tudi popolnoma zapolnimo s sredstvom, ki najbolj sklopi valovanje iz sonde v merjenec. Sklopitev je najboljša, kadar so vse karakteristične impedance ( $\rho v^2$ , kjer je  $\rho$  gostota snovi,  $v$  pa hitrost ulrazvoka v snovi) enake. Za naš namen je za longitudinalne valove dobra kakršna koli pasta ali gel, za sklopitev transverzalnih valov pa mora biti pasta zelo viskozna. Za sklopitev je dovolj zelo tanek film, zato uporabljaj pasto ZELO varčno!

1. S sondo pritisnjeno na merjenec opazuj odboje signala z različnih ploskev merjenca. Običajno lahko opazujemo tudi mnogokratne odboje valovanja med vzporednimi ploskvami merjenca. Razdalja med njimi je konstantna. Umeri skalo merilnika tako, da nastavi začetek prvega odboja v položaj, ki ustreza znani debelini merjenca. Sondo pritisni na več različnih ploskev merjenca in opazuj ustrezne odboje in primerjaj razdalje.
2. S sondo se približaj ploskvi, v bližini katere je izvrtina 1 mm. Identificiraj odboj na tej izvrtini, izmeri jakost odboja in položaj izvrtine. Primerjaj jakost signala z izvrtine z jakostjo odboja na ravni in okrogli ploskvi. Sondo namesti na merjenec, kot kaže slika 28.4. Izmerjeno sliko primerjaj s sliko 28.4 in oceni dejansko globinsko ostrino.
3. Ultrazvočni interferometer nam omogoča zelo natančne primerjalne meritve hitrosti zvoka. Iz istega izvora napajamo dve ultrazvočni sondi. Položaj premične odmevne stene v vodi spreminjamo s pomočjo grobe nastavitve in fine preko mikrometerskega vijaka. Za večje premike ni potrebno vrteti vijaka, pač pa stisnemo vzvod, ki vijak sprosti in potem lahko odmevno površino prosto premikamo.

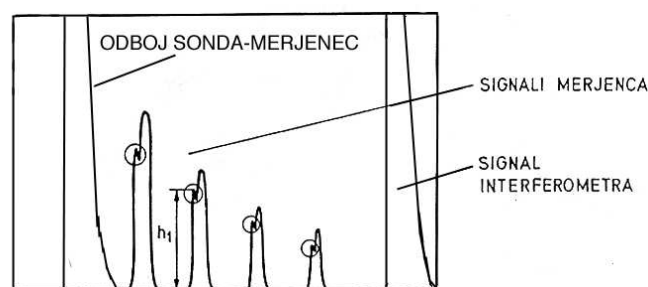


Slika 28.4.: Ocenjevanje globinske ostrine pri merjenju s sondo MB4S-N.



Slika 28.5.: Shema ultrazvočnega interferometra s katerim primerjamo hitrosti ultrazvoka v vodi in neznanem merjencu.

Namesto ene same sonda priključi preko T-spoja na BNC konektor poleg prejšnje sonda MB4S-N še sondo za longitudinalno valovanje MB4S-N v posodi z vodo in z nastavljivo odmevno površino, kot je prikazano na sliki 28.5. Merjenec postavi v stojalo, na merjenec namesti sondo in jo na lahko pritrdi, tako da na stojalo natakneš zgornji del držala. Njegova teža je dovolj, da se odmevi lepo vidijo in se ne spreminjajo s časom. Na zaslonu zdaj vidiš odmeve iz merjenca in iz vode, kar shematično prikazuje slika 28.6.



Slika 28.6.: Zaslon ultrazvočnega merilnika pri interferometrični meritvi.

Posamezne odmeve identificiraš s premikanjem odmevne površine. Preden začneš z meritvijo, justiraj odbojno površino interferometra, da je odbiti signal interferometra najvišji. Odvisno od položaja sonda glede na merjenec in pritrditve sonda so signali

merjenja različno izraziti. Nastavi sondo tako, da so odboji izraziti in enakomerno razmaknjeni.

Merimo tako, da s signalom iz interferometra prekrijemo po vrsti čim več odmevnih signalov iz merjenja. Časovno skalo si poljubno spreminjamo, tako da je prekrivanje posameznih odmevov čim bolj vidno. Dobro prekrivanje signalov dosežemo z opazovanjem "zobčkov" na začetku odmevnih signalov (na levi strani). Ti zobčki predstavljajo prvi nihaj v ultrazvočnem impulzu. Na sliki 28.6 so ti nihaji označeni s krožci. Meritev začnemo s signalom iz interferometra na desni strani odmevnega signala. Signal interferometra premikamo z mikrometerskim vijakom proti levi in opazujemo zobček. Ta miruje toliko časa, dokler se sočasno z njim ne pojavi tudi odbojni signal iz interferometra. Položaj, ko začne položaj zobčka reagirati na premikanje mikrometerskega vijaka, je možno zelo natančno določiti in s tem sta začetka obeh odbojnih signalov zelo natančno poravnana. Poišči in izmeri položaj prekrivanja za čim več odmevnih signalov. Razlike med odčitanimi legami morajo biti konstantne. Odčitaj tudi temperaturo vode. Vse opisane meritve opravi še za aluminij ali drug material.

Za merjenje hitrosti transverzalnega valovanja uporabimo drugo sondo V155, resonančna frekvenca 5 MHz in iste merjence kot prej. Sonde za transverzalno valovanje so v splošnem manj občutljive in je kontakt z merjencem še bolj pomemben. Ker tekočine ne prenašajo transverzalnega valovanja, potrebujemo za kontakt zelo viskozno pasto. Tanka plast take paste pri ultrazvočnih frekvencah vseeno prenese dovolj ultrazvoka. Signal iz interferometra je za to meritev dobro zmanjšati, da je primerljiv s signalom iz transverzalne sonde. Za ta namen uporabimo atenuator, ki ga vklopimo zaporedno na BNC kabel, ki vodi do interferometra. (Atenuator je kar upor, ki je na ta način zaporedno priključen na sondo.) Spet ponovi vse zgoraj opisane meritve z obema merjencema, jeklenim in aluminijastim.

Iz dobljenih rezultatov izračunaj hitrosti longitudinalnega in transverzalnega ultrazvočnega valovanja. Znana hitrost valovanja v vodi in izmerjene poti nam služijo za referenco. Pri frekvenci okoli 4 MHz je hitrost zvoka v vodi podana z linearnim približkom

$$c = c_0 + k(T - T_0),$$

kjer je hitrost zvoka  $c_0$  pri  $T_0 = 20\text{ C}^\circ$  enaka  $c_0 = 1483.1\text{ ms}^{-1}$  in temperaturni koeficient  $k = 2.5\text{ ms}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

Gostota jekla je  $7.8\text{ kg dm}^{-3}$ , aluminija pa  $2.7\text{ kg dm}^{-3}$ . Določi še prožnostni modul, strižni modul in Poissonovo število za oba materiala.

## Literatura

- [1] *AMS Handbook Volume 17: Nondestructive Evaluation and Quality Control* (9. izdaja, ASM International, 1989)
- [2] J. Krautkrämer, H. Krautkrämer *Ultrasonic Testing of Materials* (Springer-Verlag, 1990)
- [3] V. Eržen, A. Levstik, J. Stepišnik, D. Zajc, *Ultrazvočni defektoskop (Ultrasonic flawmeter)*, patent 1893, 24.1.1983

## 29. Uporovni termometer

### Uvod

Svojski upor se spreminja s temperaturo. Relativni prirastek upora  $R$  na temperaturno enoto  $1^\circ\text{C}$  imenujemo temperaturni količnik upora  $\alpha$ , in je definiran s formulo

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}.$$

Pri kovinah je pozitiven in znaša nekaj tisočink na stopinjo, pri polprevodnikih in elektrolitih pa je negativen. Pri nekaterih zlitinah je zelo majhen; odlikuje se konstantan (60% Cu, 40% Ni) s količnikom  $2 \cdot 10^{-6} \text{ st}^{-1}$ .

Upor iz tanke žice more v zvezi z Wheatstonovim mostom služiti kot uporovni termometer

### Potrebščine

- Wheatstonov most z baterijo in galvanometrom
- merjen upor  $R_X$  v oljni kopeli z grelcem, termostatom in mešalcem
- dve žici

### Naloga

1. Umeri uporovni termometer!
2. Izračunaj temperaturni količnik svojskega upora bakra!

### Navodilo

Preden pričneš z meritvijo, si dobro oglej Wheatstonov most! Navodilo za uporabo in njegovo shemo imaš na spodnji strani pokrova. Premisli, kako boš najboljše meril upor! Nato merjeni upor  $R_X$ , ki ima pri normalni temperaturi približno  $14 \Omega$ , zveži v Wheatstonov mostič med spojki označeni z X. Preberi temperaturo in večkrat izmeri  $R_X(T)$ . Kako natančno lahko s priloženim Wheatstonovim mostičkom izmerimo neznan upor? Nato vključi grelec in segrej kopel na približno  $5^\circ\text{C}$ , izključi grelec, da se temperatura ustali, točno preberi temperaturo in večkrat odčitaj upor. Nadaljuj tako do približno  $100^\circ\text{C}$ !

Meritve analiziraj grafično. Napravi diagram  $R_X(T)$  ter iz strmine določi temperaturni količnik upora. Rezultat podaj v obliki

$$R_X = R_X(T = 20^\circ\text{C}) [1 + (T - 20^\circ\text{C})].$$

Z interpolacijo, ali pa rajši iz diagrama dobiš vrednosti za okrogle temperature  $T$  ( $10^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$ , ...) in jih napiši v tabelo  $(T, R_X)$ . Prav tako nariši električno shemo Wheatstonovega mostička.

## 30. Vrtavka

### Uvod

V splošni obliki predstavlja gibanje vrtavke eno najtežjih nalog mehanike. Vendar se dajo bistvene lastnosti vrtavke prikazati na primeru rotacijsko simetrične vrtavke. Vrtavko imenujemo rotirajoče togo telo, katerega os lahko spreminja smer v prostoru in je vpeta (podprta) le v eni točki. Pri analizi gibanja vrtavke je potrebno definirati tri različne osi:

- A Geometrijska os vrtavke  $\vec{z}$ . Vrtavka je v našem primeru rotacijsko simetrično togo telo, ki ima eno glavno os tenzorja vztrajnostnega momenta  $J_{33}$  v smeri simetrijske osi, drugi dve glavni osi pa sta pravokotni nanjo. Vztrajnostna momenta okrog teh dveh osi sta enaka ( $J_{11} = J_{22}$ ). Ostale komponente tenzorja so enake 0.
- B Vektor kotne hitrosti  $\vec{\omega}$  določa trenutno smer osi vrtenja.
- C Tretjo os določa vektor *vrtilne količine*  $\vec{\Gamma} = (\Gamma_i)$ , ki je s kotno hitrostjo  $\vec{\omega} = (\omega_i)$  povezan preko vztrajnostnega tenzorja  $J_{ij}$  z enačbo  $\Gamma_i = J_{ij}\omega_j$ . Izbrati si je treba še primeren koordinatni sistem. Gibanje opazujemo v laboratorijskem sistemu  $x'$ ,  $y'$  in  $z'$ . Os  $z'$  ima smer navpičnice, enačbe gibanja pa najlažje zapišemo v lastnem sistemu telesa  $x$ ,  $y$  in  $z$ . Koordinatne osi so vezane na togo telo in imajo smeri glavnih osi tenzorja vztrajnostnega momenta. V tem sistemu ima torej ta tenzor diagonalno obliko in vrtilna količina je:

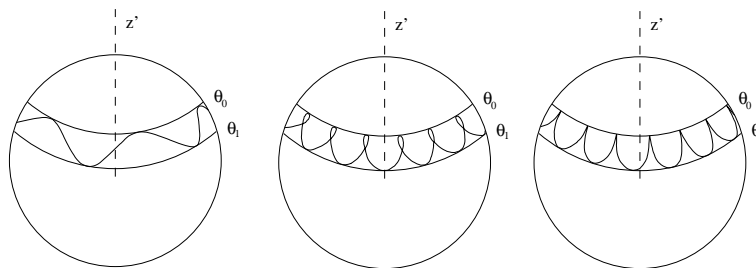
$$\Gamma_x = J_{11}\omega_x, \quad \Gamma_y = J_{22}\omega_y, \quad \Gamma_z = J_{33}\omega_z. \quad (30.1)$$

Za simetrično vrtavko velja, da vsi trije vektorji  $\vec{z}$ ,  $\vec{\omega}$  in  $\vec{\Gamma}$  vedno ležijo v eni ravnini, ki jo npr. določata  $\vec{\omega}$  in  $\vec{z}$ .

Na vrtavko, ki ni podprta v težišču, deluje zaradi sile težnosti navor:  $M = mgl \sin \theta$ , kjer je  $m$  masa vrtavke,  $g$  težnosti pospešek,  $l$  razdalja med težiščem in oporno točko osi ( $l$  je ročica navora), in  $\theta$  kot med osjo vrtavke in vertikalno. Za simetrično vrtavko pod vplivom težnosti je še mogoče dobiti točne rešitve Eulerjevih enačb, to je enačb, ki opisujejo gibanje vrtavke. Gibanje je precej zapleteno in ga opišemo s tem, kako se os vrtavke giblje v prostoru (določena je s kotoma  $\theta$  in  $\phi$ ). Vektor  $\vec{\Gamma}$  ni več konstanten, ohranja pa se energija in tudi  $\omega_z$  je konstanta gibanja, saj okoli vzdolžne osi vrtavke ni navora.

Enostavneje se da gibanje opisati približno za primer tako imenovane "hitre vrtavke", torej pri pogoju, da je kinetična energija mnogo večja od potencialne ( $1/2 J\omega_z^2 \gg 2mgl$ ). ( $2mgl$  je razlika potencialne energije med stanjema s  $\theta = 0$  in  $\theta = \pi$ ) Gibanje osi vrtavke ponazorimo na naslednji način. Določena točka na osi opisuje neko trajektorijo na krogli s središčem v točki, kjer je os fiksirana. Slika 30.1 kaže tri možne primere, ki nastopajo pri različnih začetnih pogojih. Slika 1.c kaže primer, če hitro vrtečo vrtavko nagnemo iz navpičnice za kot  $\theta_0$  in jo spustimo. Naklonski kot  $\theta$  se spreminja med  $\theta_0$  in  $\theta_1$  in v tem približku hitre vrtavke dobimo

$$\cos \theta_0 - \cos \theta_1 \approx \frac{J_{11}}{J_{33}} \frac{2mgl}{J_{33}\omega_z^2} \sin^2 \theta_0. \quad (30.2)$$



Slika 30.1.: Gibanje osi simetrične vrtavke pri različnih začetnih pogojih.

Način gibanja kota  $\theta$  je seveda odvisen od začetnih pogojev in od dušenja. Vrtavka niha med skrajnima vrednostima kota  $\theta$  z nutacijsko frekvenco  $\omega_N$ :

$$\omega_N = \frac{J_{33}}{J_{11}} \omega_z, \quad (30.3)$$

in se obenem giblje okrog osi  $z'$  (navpičnice v prostoru) s precesijsko frekvenco  $\omega_{pr}$ :

$$\omega_{pr} = \frac{mgl}{J_{33}\omega_z}. \quad (30.4)$$

Na splošno dobimo obe vrsti gibanja osi: nutacijo in precesijo. Frekvenca nutacije (30.3) bo v našem primeru primerljiva s frekvenco vrtenja vrtavke in se zmanjšuje pri večjih oddaljenostih uteži od težišča. Čim hitreje se vrtil vrtavka, tem težje je vzbuditi nutacijo in je tudi bolj dušena. Nutacija je dušena zaradi trenja. Kaj pa precesija?

Pri enostavni obravnavi vrtavke nutacijo običajno izpustimo. S tem pridemo v težave v prej obravnavanem primeru, saj naj bi se precesija začela s konstantno precesijsko frekvenco takoj, ko vrtavko spustimo iz mirovanja. (Za preskok iz mirovanja v enakomerno precesijo bi potrebovali neskončen navor.) Ko vrtavko spustimo, v resnici začne padati zaradi sile teže. To se zelo dobro vidi pri počasnejši vrtavki. Zaradi navora sila teže začne vrtavka s precesijo. Začetno padanje se nadaljuje v nutacijo. Hitrejša kot je vrtavka, manj je začetnega padca in s tem manjša začetna amplituda nutacije (30.2). Nutacija je poleg tega hitrejša, saj je sorazmerna hitrosti vrtenja vrtavke (30.3) in bolj dušena, zato je skoraj ne opazimo več.

## Naloga

Izmeri precesijsko ( $\omega_{pr}$ ) in nutacijsko frekvenco ( $\omega_N$ ) v odvisnosti od kotne hitrosti ( $\omega_z$ ) vrtavke. Izvedi meritev pri vsaj treh frekvencah  $\omega_z$ . Na primer pri 1700, 1350 in 1000 obratov na minuto (kratica rpm – angl. rotations per minute). Gornjo meritev izvedi pri naslednjih nastavitvah vrtavke:

- vrtavka z utežjo blizu krogle
- utež na sredini palice
- utež na koncu palice

Meritve z različnimi nastavitvami vrtavke izvedi pri enakih frekvencah kot prej, da so rezultati lažje primerljivi. Izmerjene vrednosti  $\omega_{pr}$  in  $\omega_N$  primerjaj z izračunanimi iz (30.4) in (30.3) in naredi tabelo.

## Potrebščine

- krogla s podnožjem in priborom (palica, utež in ploščica z vzorcem)
- kompresor pod mizo
- stroboskop
- štoparica

## Navodilo

Vrtavka je sestavljena iz kovinske krogle, ki ima zvirtano luknjo z navojem. Vanjo je privita aluminijasta palica s snemljivo in premakljivo utežjo, glej sliko 30.2. Na palico pa je še fiksno pritrjena ploščica z močno kontrastnim vzorcem. Z opazovanjem slednjega pod svetlobo stroboskopa določimo frekvenco rotacije okoli lastne osi vrtavke  $\omega_z$ . Po navodilih proizvajalca je stroboskop namenjen le krajšim meritvam. Po 5 minutah delovanja ga morate vsaj za 5 minut izključiti. Zato naj deluje le med meritvami in ga med pospeševanjem vrtavke izključite. Premikanje uteži omogoča spreminjanje vztrajnostnega momenta (predvsem  $J_{11}$ ) in navora sile teže. Krogla se vrti na zračni blazini v posebnem podnožju. Zračni pritisk ustvarja majhen kompresor. Stisnjen zrak uporabimo tudi za vrtenje krogle in sicer imamo v podnožju ob strani ležišča šobo. Ta piha zrak pretežno v tangencialni smeri. Z regulacijo pretoka zraka skozi to šobo lahko dosežemo enakomerno vrtenje pri različnih kotnih hitrostih.

Vključi kompresor in ventilator, ki ga hladi. S prsti zavrti vrtavko v navpičnem položaju in počakaj, da jo zračni curek dodatno zavrti. Ob krogli je na palici majhna okrogla ploščica z vzorcem za merjenje kotne hitrosti  $\omega$  s stroboskopom. Stroboskop ima dve merilni področji. Naše frekvence so v področju do 1800 obratov na minuto, Meritev frekvence začnemo tako, da stroboskop nastavimo na frekvenco, ki je višja od pričakovanega rezultata meritve, potem pa frekvenco stroboskopa nižamo. Opazujemo vzorec na vrtavki. Ko ta obmiruje, sta frekvenci svetlobnih bliskov in vrtavke enaki. S tem, da začnemo pri visokih frekvencah, se izognemo napaki, da bi se vrtavka med bliski večkrat zavrtela.

Z regulacijo pretoka zraka skozi šobo poskrbi, da bo vrtenje pri izbrani frekvenci enakomerno. S tem, da na palico vrtavke za trenutek prisloniš (npr.) svinčnik, izmakneš os iz navpičnice. Vrtavka začne s precesijo. Večkrat izmeri čas precesije in preveri, da je neodvisen od naklona osi.

Vrni os vrtavke v bližino navpičnice in jo s kratkim udarcem po palici spravi v nutacijo. (Nutacija je potrebno kasneje še večkrat vzbuditi.) Pri vklopljenem stroboskopu opazuj vrh palice in nastavi frekvenco stroboskopa tako, da bo enaka frekvenci nutacije. Nutacija takrat navidezno izgine, saj osvetlimo vrh palice vedno pri istem nutacijskem kotu. S tem izmerimo frekvenco nutacije.

Na vrtavko gledamo z določenimi geometričnimi poenostavitvami in privzamemo, da so palica, ploščica in utež oblike valja z nekim radijem in dolžino (višino, debelino). Podatki o vrtavki so:

Krogla: masa  $m_k = 512$  g, premer  $2r_k = 50.7$  mm

Ploščica: masa  $m_o = 19$  g, premer  $2r_o = 58$  mm, debelina  $h_o = 1$  mm



Palica: masa  $m_p = 23$  g, premer  $2r_p = 6.3$  mm, dolžina  $h_p = 89.8$  mm

Utež: masa  $m_u = 19$  g, premer  $2r_u = 19.3$  mm, dolžina  $h_u = 25.2$  mm

Vztrajnostni moment krogle mase  $m$  in radija  $r$  pri vrtenju okoli njenega težišča je

$$J_{\text{krogla}} = \frac{2}{5}mr^2.$$

Imamo valj mase  $m$ , radija  $r$  in višine  $h$  in postavimo koordinatni sistem z izhodiščem v težišču tako, da je  $z$  os vzdolž geometrijske osi valja. Potem je vztrajnostni moment valja pri vrtenju okoli  $z$  osi

$$J_{\text{valja},z} = \frac{1}{2}mr^2,$$

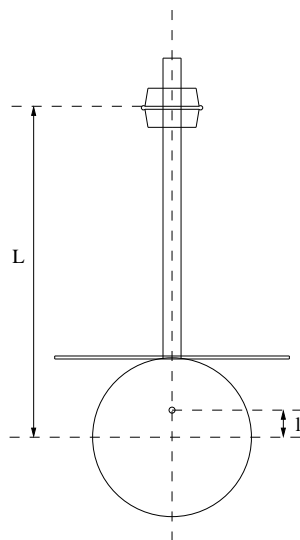
in pri vrtenju okoli  $x$  in  $y$  osi (pravokotno na geometrijsko os)

$$J_{\text{valja},x} = J_{\text{valja},y} = m(r^2/4 + h^2/12).$$

Z uporabo Steinerjevega izreka in zgornjih formul izračunajte vztrajnostna momenta  $J_{33}$  in  $J_{11}$  ter lego težišča vrtavke  $l$  glede na os vrtenja (središče krogle) za različne oddaljenosti uteži od centra krogle  $L$ . Tako dobimo izraze

brez uteži	z utežjo
$J_{33} = 1318 \text{ gcm}^2$	$J_{33} = 1326 \text{ gcm}^2$
$J_{11} = 2733 \text{ gcm}^2$	$J_{11} = 2748 + 19(L[\text{cm}])^2 \text{ gcm}^2$
$l = 0.3803 \text{ cm}$	$l = 0.3676 + 0.03315(L[\text{cm}]) \text{ cm}$

ki jih preverite sami! Diskutirajte pomembnost prispevkov različnih delov vrtavke k vrednostim  $J_{33}$ ,  $J_{11}$  in  $l$  in jih uporabite v kombinaciji z izmerjeno frekvenco  $\omega_z$  za izračun precesijske in nutacijske frekvence.



Slika 30.2.: Shema vrtavke s katero delamo v nalogi.

**Literatura**

- [1] S. Pahor, *Uvod v analitično mehaniko* (DMFA, Ljubljana 1995), str. 62-69
- [2] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2nd Ed. (Addison-Wesley, Reading 1979), str. 213-225

## A. Characteristics of the earth's magnetic field

### Introduction

The pattern of field lines created by a bar magnet is called a dipolar field because it has the same shape as the electric field produced by two (di-) slightly separated charges (poles) of opposite sign. The dipole field of the Earth is, of course, not produced by a bar magnet at its centre. As will be discussed later, it is instead produced by electric currents within the Earth's liquid core. To produce the present field, the equivalent current must be a westward equatorial loop as shown in Figure A.1. In SI units the dipole moment, for the Earth is  $7.95 \times 10^{22} \text{ A/m}^2$ . Since the dipole moment is  $p = IS$  (current times area), a loop the size of the liquid core  $r = 3480 \text{ km}$  would require an equivalent current of nearly  $2 \cdot 10^9 \text{ A}$ .

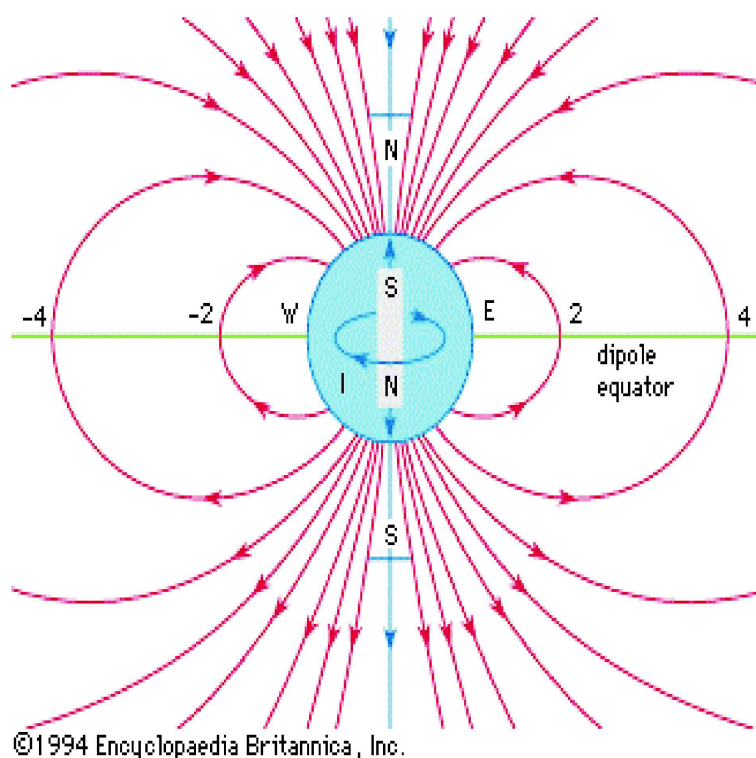


Figure A.1.: The magnetic field of a bar magnet has a simple configuration known as a dipole field.

It can be seen from Figure A.1 that the magnetic field of a dipole is vertical along the polar axis and horizontal along the equator. These properties lead to definitions of equator and pole in the Earth's more complex field. Thus the geomagnetic equator is defined as the line around the Earth's surface where the actual field is horizontal. Similarly, the magnetic dip poles are the two points at which the field is vertical. If observations are extended above or below the surface, the location of the equator is a surface (planar for a dipole) and the poles lie along curves.

At a given distance in a pure dipole field, the polar field is always twice the equatorial field. The largest fields occur at two points in the Northern and Southern hemispheres not far from the geomagnetic poles. The weakest field occurs along the magnetic equator,

with the lowest value being observed on the Atlantic coast of South America. The dipole approximating the source of the field is not exactly aligned with the rotation axis. The poles of the dipole are located roughly in northern Canada and on the coast of Antarctica rather than at the geographic poles. This implies that the dipole is tilted away from the rotation axis in a geographic meridian passing through the eastern United States. The exact tilt of the best centred dipole is  $11^\circ$  away from the geographic North Pole toward North America at a longitude  $71^\circ\text{W}$  of Greenwich. The field is also not exactly centred in the Earth, for if it were the field strength should be nearly constant along the Equator. The mathematical description of a vector field on the surface of a sphere is quite complicated. In studies of the Earth's field it is usually done by multipole expansions. The field is assumed to be made of the superposition of fields from a series of poles located at the centre of the Earth. The first pole in this expansion is a monopole corresponding to only one pole of a magnet. Since no magnetic monopole has ever been observed, this term is not used. The next term is the dipole, then the quadrupole, and so forth. When the Earth's field is described in this manner, it is found that the dipole term accounts for more than 90 percent of the field. If the contribution from a centred dipole is subtracted from the observed field, the residual is called the non-dipole field, or regional geomagnetic anomaly. Current maps of the regional anomaly for various components of the magnetic field show that there is a large maximum in the South Atlantic and in Mongolia. This anomaly can be partially explained by offsetting the best fit dipole in an appropriate manner. Anomalies such as this affect compass readings in polar regions and influence particles trapped in the outer field. They also are responsible for the separation between the locations of the dipole poles and the geomagnetic poles. Magnetic surveys of the Earth's field have been conducted with increasing accuracy for well over 100 years. In recent times, they have been conducted on approximately a 10-year schedule. For each survey it is possible to define the dipole and non-dipole components of the field. It has been found that both change systematically with time. The nature of these changes and their probable explanations are discussed below. Sources of variation in the steady magnetic field. In the multipole description of the Earth's field, it is shown that the effects of higher order poles decrease more rapidly with distance than those of the lower order poles. The field of a monopole, for example, decreases as the inverse square of distance, the dipole as the inverse cube, and so on. Because of this property, it might be expected that the outer portions of the Earth's field would be almost purely dipolar. Recent spacecraft observations, however, show that this is not true. The field departs radically from that of a dipole at altitudes of only a few Earth radii. Surface observations do not suggest that significant distortion of the Earth's field should occur close to the planet. The technique of multipole expansion makes it possible to separate the observed surface field into parts of origin internal and external to the Earth. When surface observations are averaged over several years, less than 1 percent of the surface field is produced by external sources. Thus the existence of the external distortion is surprising.

## Sources of the steady magnetic field

### The geomagnetic dynamo.

Observations of the magnetic field of the Earth's surface indicate that more than 90 percent of this field arises from sources internal to the planet. A variety of mechanisms for generating this field have been proposed, but at present only the geomagnetic dynamo is seriously considered. In the dynamo mechanism, fluid motion in the core moves conducting material across an existing magnetic field and creates an electric current. This current produces a magnetic field that also interacts with the fluid motion to create a secondary magnetic field with the same orientation as the original field. The two fields together are stronger than the original. The additional energy in the amplified field comes at the expense of a decrease in energy in the fluid motion.

Thermal heating in the core is the process that drives fluid motion. For many years it was thought that this heating was caused by radioactive elements dissolved in the liquid core. Recent work suggests that freezing of the liquid core is more important. Seismic studies have shown that the centre of the Earth is a solid sphere of iron with an approximate radius of 1,200 kilometres. This sphere is surrounded by an outer core of liquid iron. With time, the inner surface of the liquid core freezes onto the outer surface of the solid core. Energy released in the freezing process heats the surroundings to a high temperature. The heat flows in all directions, raising the temperature of adjacent regions. Because heat cannot be lost from the interior, it eventually flows to the surface. There, it is radiated into the cold of space as infrared radiation. This process establishes a radial temperature distribution that decreases toward the surface. If heat is generated too rapidly for conduction to carry it away, a second process, convection, becomes important. In convection, energy is transported by bubbles of hot fluid that rise toward cooler regions carrying more heat than flows through the same material at rest.

Several conditions must be satisfied for the fluid motion to produce a magnetic field. First, the fluid must be electrically conducting. Second, a magnetic field must be present, possibly as a relict of the initial formation of the body. Third, some force must introduce twists into the fluid motion so that the initial magnetic field becomes distorted by the motion. For the Earth, liquid iron is conducting, an initial magnetic field is likely, and the Coriolis force introduces twists. The Coriolis force is the force felt by a fluid in or on a rotating body. It is the force that creates cyclonic storms in the Earth's atmosphere, and in the Northern Hemisphere it causes a fluid rising radially to rotate counterclockwise.

The example presented in Figure A.2, designated the dynamo, illustrates how these factors might generate a self-sustaining magnetic field. Assume first (A) that there is present an initial poloidal magnetic field (one lying in meridian planes). Suppose next that the innermost part of the field line is embedded in a fluid rotating more rapidly than the outer parts of the fluid. In good conductors, magnetic field lines are nearly frozen into the fluid and have to move as the fluid moves. After many rotations a field line will "wrap up"; around the rotation axis, creating a large toroidal field (one lying in planes perpendicular to the rotation axis). Since the conductivity is not perfect, the toroidal loop may diffuse through the fluid, disconnecting itself from the original poloidal field (B). This process is called the omega effect because it depends on the rotational velocity of the fluid.

Next, consider the effect of radial fluid motion on the toroidal field. At various points in

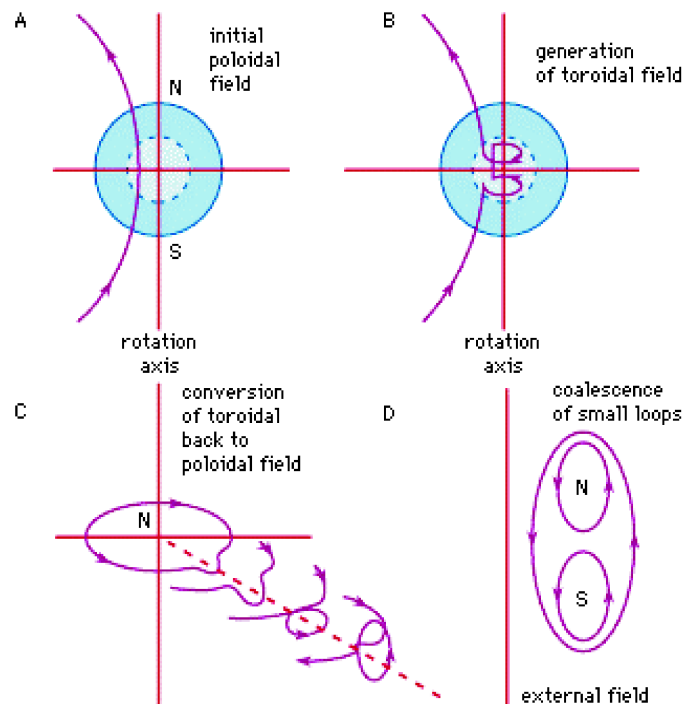


Figure A.2.: Generation of a self-sustaining magnetic field might be accomplished by this sequence.

the liquid core, fluid is rising in cells driven by thermal convection. The rising fluid carries with it the toroidal magnetic field. As it rises, the Coriolis force deflects the fluid and causes it to spin around the central axis of the cell, thereby twisting the magnetic field. After a rotation of about  $270^\circ$  the magnetic field lines begin to twist about themselves and can diffuse through the conductor, disconnecting from the toroidal loop (C). At this stage, the rising loop is oriented in a meridian plane with the field pointing in the same direction as the original field—i.e., poloidal. This process is called the alpha effect (because the effects are proportional with constant,  $\alpha$ , to the background field). Finally, small loops may merge into a single large loop, recreating the initial poloidal field (D). In cells of sinking fluid, the toroidal field wraps in the opposite direction and the poloidal loops have the opposite polarity. If the sinking process were exactly symmetrical, field loops produced in this manner would cancel loops created by rising fluid. Thus, for the process to create a net field of the correct sign, loops produced by sinking fluid must be weaker than loops resulting from rising fluid.

As discussed above, the simplest possible poloidal magnetic field is dipolar. Such a field could be produced by a single loop of electric current circulating around the Earth's rotation axis in the equatorial plane. The slight electric resistance of the conducting Earth, however, would long ago have dissipated this current if it were not continuously regenerated. As the illustration makes clear, this generation process is complex and depends on both radial motion and rotation of the fluid core.

## Crustal magnetization

Magnetic fields measured at the Earth's surface are not entirely produced by the internal dynamo. Radially outward from the Earth's core, the next major source of magnetic field is crustal magnetization. The temperature of the materials constituting the crust is cool enough for them to exist in solid form. The solids may become magnetized by the Earth's main field and cause detectable anomalies.

Crustal magnetization is of two types: induced and remanant. Induced magnetization occurs when the elementary magnetic dipoles of crustal materials are aligned by the Earth's main field, just as a compass needle is aligned. If a material of particularly high susceptibility to magnetization is concentrated, as in a mineral deposit, it also can be approximated as a bar magnet that creates a small dipole field. On the scale of such concentrations, the Earth's main field is uniform, so, depending on an observer's location relative to the small dipole, its field may either add to or subtract from the main field. Because induced magnetization is proportional to the strength of the inducing field, it vanishes when the primary field vanishes.

Remanant magnetization is similar to induced magnetization in that it is produced in a material by a primary field, but once created it persists after the primary field has disappeared. The phenomenon depends on the presence of ferromagnetic materials that form "magnetic domains", regions of aligned dipoles held in place by interatomic forces. In the Earth's crust, most remanant magnetization is created by trapping the dipole alignment of the Earth's main field as molten rocks harden.

## Measurement of the field.

Magnetic fields can be measured in various ways. The simplest measurement technique still employed today involves the use of the compass, a device consisting of a permanently magnetized needle that is balanced to pivot in the horizontal plane. In the presence of a magnetic field and in the absence of gravity, a magnetized needle aligns itself exactly along the magnetic field vector. When balanced on a pivot in the presence of gravity, it becomes aligned with a component of the field. In the conventional compass, this is the horizontal component. A magnetized needle may also be pivoted and balanced about a horizontal axis. If this device, called a dip meter, is first aligned in the direction of the magnetic meridian as defined by a compass, the needle lines up with the total field vector and measures the inclination angle  $I$ . Finally, it is possible to measure the magnitude of the horizontal field by the oscillations of the compass needle. It can be shown that the period of such an oscillation depends on properties of the needle and the strength of the field.

Magnetic observatories continuously measure and record the Earth's magnetic field at a number of locations. In an observatory of this sort, magnetized needles with reflecting mirrors are suspended by quartz fibres. Light beams reflected from the mirrors are imaged on a photographic negative mounted on a rotating drum. Variations in the field cause corresponding deflections on the negative. Typical scale factors for such observatories correspond to 2-10 nanoteslas per millimetre vertically and 20 millimetres per hour horizontally. A print of the developed negative is called a magnetogram.

Magnetic observatories have recorded data in this manner for well over 100 years. Their magnetograms are photographed on microfilm and submitted to world data centres, where they are available for scientific or practical use. Such applications include

the creation of world magnetic maps for navigation and surveying; correction of data obtained in air, land, and sea surveys for mineral and oil deposits; and scientific studies of the interaction of the Sun with the Earth.

In recent years, other methods of measuring magnetic fields have proved more convenient, and older instruments are being gradually replaced. One such method involves the proton-precession magnetometer, which makes use of the magnetic and gyroscopic properties of protons in a fluid such as gasoline. In this method, the magnetic moments of protons are first aligned by a strong magnetic field produced by an external coil. The magnetic field is then turned off abruptly, and the protons try to align themselves with the Earth's field. However, since the protons are spinning as well as magnetized, they precess around the Earth's field with a frequency dependent on the magnitude of the latter. The external coil senses a weak voltage induced by this gyration. The period of gyration is determined electronically with sufficient accuracy to yield a sensitivity between 0.1 and 1.0 nanotesla.

An instrument that complements the proton-precession magnetometer is the flux-gate magnetometer. In contrast to the proton-precession magnetometer, the flux-gate device measures the three components of the field vector rather than its magnitude. It employs three sensors, each aligned with one of the three components of the field vector. Each sensor is constructed from a transformer wound around a core of high-permeability material (e.g., mu-metal). The primary winding of the transformer is excited with a high-frequency (5 kilohertz) sine wave. In the absence of any field along the transformer axis, the output signal in the secondary winding consists of only odd harmonics (component frequencies) of the drive frequency. If, however, a field is present, it biases the hysteresis loop for the core in one direction. This causes the core to become saturated sooner in one half of a drive cycle than in the other. This in turn causes the secondary voltage to include all even harmonics as well as odd. The amplitude and phase of the even harmonics are linearly proportional to the component of the field along the axis of the transformer.

Most modern magnetic observatories have both a proton-precession magnetometer and a flux-gate magnetometer mounted on granite pillars in nonmagnetic, temperature-controlled rooms. The outputs from the instruments are electrical signals, and they are digitized and recorded on magnetic media. Many observatories also transmit their data soon after acquisition to central facilities where they are stored with data from other locations in a large computer database.

Magnetic measurements are often made at locations remote from fixed observatories. Such measurements are commonly part of a survey designed to better define the Earth's main field or to detect anomalies in it. Surveys of this type are routinely carried out by foot, ship, aircraft, and spacecraft. For surveys near the Earth's surface the proton-precession magnetometer is almost always used because it does not need to be precisely aligned. Above the Earth's surface the main field decreases rapidly, and the need for precise alignment is less severe. Thus, flux-gate magnetometers are generally employed on spacecraft. Calculation of components of the vector field in a coordinate system fixed with respect to the Earth requires knowledge of the location and orientation of the spacecraft.



**Literatura**

- [1] Encyclopedia Britannica CD97

## B. Pogosto uporabljene fizikalne konstante in enote

Ime	Simbol	Vrednost	Enota
Št. $\pi$	$\pi$	3.14159265358979323846	
Naravno število $e$	$e$	2.718281828459	
Eulerjeva konstanta	$\gamma$	0.5772156649	
Osnovni naboj	$e_0$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	As,C
Gravitacijska konstanta	$G$	$6.67259 \cdot 10^{-11}$	$\text{m}^3/\text{kg s}^2$
Konstanta fine strukture	$\alpha = e^2/2hc_0\varepsilon_0$	1/137.036	
Hitrost svetlobe v vakuumu*	$c_0$	$2.99792458 \cdot 10^8$	m/s
Influenčna konstanta*	$\varepsilon_0$	$8.854187 \cdot 10^{-12}$	F/m
Indukcijska konstanta*	$\mu_0$	$4 \cdot 10^{-7}$	H/m
Planckova konstanta	$h$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	Js
Diracova konstanta	$\hbar = h/2\pi$	$1.0545727 \cdot 10^{-34}$	Js
Bohrov radij	$a_0 = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/m_e e_0^2$	0.52918	Å
Rydbergeova konstanta	$Ry = \hbar^2/2m_e a_0^2$	13.595	eV
Masa elektrona	$m_e$	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
		0.51100	MeV/c <sup>2</sup>
Masa protona	$m_p$	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
		938.27231	MeV/c <sup>2</sup>
Masa nevtrona	$m_n$	$1.674954 \cdot 10^{-27}$	kg
		939.5656	MeV/c <sup>2</sup>
Masno razmerje $e^-$ in $p^+$	$m_p/m_e$	1836.1526675	
Elementarna masna enota	$m_u = \frac{1}{12}m(^{12}_6\text{C})$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
		931.49432	MeV/c <sup>2</sup>
Jedrski magneton	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5.0508 \cdot 10^{-27}$	J/T
Bohrov magneton	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	$9.2741 \cdot 10^{-24}$	Am <sup>2</sup>
Molska plinska konstanta	$R$	8.31441	J/mol
Avogadrovo število	$N_A$	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	mol <sup>-1</sup>
Boltzmannova konstanta	$k_B = R/N_A$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	J/K
		1/11604	eV/K
Term. energija pri $T = 273,15$ K	$k_B T$	$0.023538 \approx 1/40$	eV/c <sup>2</sup>
Stefanova konstanta	$\sigma = \pi^2 k_B^4 / 60 \hbar^3 c_0^2$	$5.67032 \cdot 10^{-8}$	Wm <sup>2</sup> /K <sup>4</sup>
Wienova constant	$k_W$	$2.8978 \cdot 10^{-3}$	mK

Z zvezdico \* so označene konstante, ki se smatrajo kot točne!

Ime	Pretvorba	Ime	Pretvorba
erg	1 erg = $10^{-7}$ J	dyne	1 dyn = $10^{-5}$ N
poise	1 P = 1 dyn s/cm <sup>2</sup> = 0.1 Pa s	stokes	1 St = 1 cm <sup>2</sup> /s = $10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
gauss	1 G = $10^{-4}$ T	oersted	1 Oe = 1000/4π A/m $\sim 10^{-4}$ T
maxwell	1 Mx = $10^{-8}$ Vs (Wb)	stilb	1 sb = 1 cd/cm <sup>2</sup> = $10^4$ cd/m <sup>2</sup>
phot	1 ph = $10^4$ lx	ångström	1 Å = $10^{-10}$ m
atmosfera	1 atm = $1.01325 \cdot 10^5$ Pa	bar	1 bar = $10^5$ Pa
stopinja Celzija	T[°C] = T[K] - 273.15 K	tor	760 tor = 1 atm
becquerel	1 Bq = 1 s <sup>-1</sup>	curie	1 Ci = $3.7 \cdot 10^{10}$ Bq

## C. Pogosto uporabljene snovne konstante

Tabela C.1.: Hitrost zvoka v različnih trdnih snoveh. Definicije oznak:  $v_l$  - longitudinalna hitrost,  $v_t$  - transverzalna hitrost,  $v_{ext}$  -longitudinalna hitrost v ozkih palicah in  $\rho$  - gostota

Snov	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$v_l$ [m/s]	$v_t$ [m/s]	$v_{ext}$ [m/s]
<i>Kovine:</i>				
Aluminij - valjan	2.7	6420	3040	5000
Baker - popuščan	8.93	4760	2325	3810
Baker - valjan	8.93	5010	2270	3750
Zlato	19.7	3240	1200	2030
Železo - elektrolitsko	7.9	5950	3240	5120
Železo - armco	7.85	5960	3240	5200
Svinec - popuščan	11.4	2160	700	1190
Svinec - valjan	11.4	1960	690	1210
Magnezij - popuščan	1.74	5770	3050	4940
Nikel - nemagnetni	8.85	5480	2990	4800
Nikel	8.9	6040	3000	4900
Platina	21.4	3260	1730	2800
Srebro	10.4	3650	1620	2680
Jeklo - mehko	7.85	5960	3235	5200
Jeklo - nerjaveče	7.9	5790	3100	5000
Jeklo (1% C)	7.84	5940	3220	5180
Jeklo (1% C, kaljeno)	7.84	5854	3150	5070
Titan	4.5	6070	3125	5080
Zink - valjan	7.2	4210	2440	3850
<i>Razno:</i>				
Steklo - pleksi	2.32	5640	3280	5170
Steklo - težki silikonski kremen	3.88	3980	2380	3720
Guma - butilenska	1.07	1830		
Opeka	1.8			3650
Parafin	0.9			1300

Tabela C.2.: Hitrost zvoka v različnih tekočinah pri  $T = 25^\circ\text{C}$ . Definicije oznak:  $v$  - hitrost,  $\rho(= \Delta v / \Delta T)$  - gostota in  $\xi$  temperaturni gradient hitrosti

Snov	Formula	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$v$ [m/s]	$-\xi$ [m/sK]
Aceton	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O	0.79	1174	4.5
Benzen	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	0.870	1295	4.65
Etanol	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O	0.79	1207	4.0
Bencin		0.81	1324	3.6
Živo srebro	Hg	13.5	1450	
Voda - destilirana	H <sub>2</sub> O	0.998	1496.7	-2.4
Voda - morska		1.025	1531	-2.4

Tabela C.3.: Hitrost zvoka v različnih plinih in parah. Definicije oznak:  $v$  - hitrost,  $\rho$  - gostota in  $\xi(= \Delta v/\Delta T)$  temperaturni gradient hitrosti

Snov	Formula	$\rho$ [g/dm <sup>3</sup> ]	$v$ [m/s]	$\xi$ [m/sK]
<i>Plini pri T=0° C:</i>				
Suh zrak		1.293	331.45	0.59
Argon	Ar	1.783	319	0.56
Ogljikov monooksid	CO	1.25	338	0.6
Ogljikov dioksid	CO <sub>2</sub>	1.977	259	0.4
Helij	He	0.178	965	0.8
Vodik	H <sub>2</sub>	0.0899	1284	2.2
Metan	CH <sub>4</sub>	0.1698	430	
Neon	Ne	0.900	435	0.8
Kisik	O <sub>2</sub>	1.429	316	0.56
<i>Para pri T=97.1° C:</i>				
Aceton	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O		239	0.32
Benzen	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>		202	0.3
Etanol	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O		269	0.4
Metanol	CH <sub>4</sub> )		335	0.46
Para vode (134°C)	H <sub>2</sub> O		494	

## Literatura

- [1] CRC Handbook of chemistry and Physics, 1975-1976