

Vaje iz fizike 1

Andrej Studen

January 4, 2012

13. oktober

Odvodi

Definicija odvoda:

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

- Izračunaj odvod funkcij po definiciji:

$$f(x) = C$$

$$f(x) = x$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^n$$

Odvod produkta:

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g' \quad (2)$$

- Pokaži, da je:

$$f(x) = 2x \rightarrow f'(x) = \frac{d(2x)}{dx} = 2$$
$$\frac{d(Cf(x))}{dx} = C \frac{df}{dx}$$

Računanje z majhnimi količinami:

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) \quad (3)$$

- Določi težni pospešek vrh Mt. Everesta ($h=9$ km), če veš:

$$g = \frac{C}{R^2} \quad \text{in} \quad g_0 = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

kjer je C konstanta, R pa razdalja od središča zemlje do kraja, kjer merimo pospešek. Na morski gladini, ki je $R=6400$ km od središča zemlje, je $g=g_0$.

- Koliko težja od pričakovane bo krogla, ki ima namesto polmera 10 cm polmer 11 cm? Volumen krogle računamo kot:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Integral

Definicija nedoločenega integrala:

$$\int F(x) dx = f(x) \leftrightarrow \frac{df(x)}{dx} = F(x) \quad (4)$$

- Izračunaj integral:

$$\int 2x dx$$

$$\int 1 dx$$

$$\int x^n dx$$

Določeni integral:

$$\int_a^b F(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a); \quad \text{če } \int F(x) dx = f(x) \quad (5)$$

- Določi:

$$\int_1^3 x dx$$

Vektorji

Vektorji po komponentah, velikost in kot napram izbrani smeri. Definicija sin in cos v pravokotnem trikotniku:

$$\text{siN } \alpha = \frac{\text{kotu Nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} \quad (6)$$

$$\text{coS } \alpha = \frac{\text{kotu Sosednja kateta}}{\text{hipotenuza}} \quad (7)$$

- Na plaži je v pesek zapičena 1 m dolga palica, vendar ne navpično, pač pa pod kotom 30° glede na navpičnico, tako da gleda proti morju.
 - Kako visoka se bo zdela palica dečku, ki jo gleda z obale?
 - Kako dolga se bo zdela palica galebu, ki leti nad njo?
- Določi vrednosti kotnih funkcij (sin, cos) za kote 30° , 45° in 60° !
- Letalo se odpravi na pot iz kraja A v kraj B, ki je 400 km vzhodnje in 600 km severneje od kraja A.
 - Kako daleč bo letelo letalo od A do B?
 - Kam glede na sever (azimut) naj pilot usmeri letalo, da bo letel po zveznici med A in B?

20. oktober

Galilejeva transformacija

$$x' = x + v_0 t \quad (8) \qquad x = x' - v_0 t \quad (12)$$

$$y' = y \quad (9) \qquad y = y' \quad (13)$$

$$v'_x = v_x + v_0 \quad (10) \qquad v_x = v'_x - v_0 \quad (14)$$

$$v'_y = v_y \quad (11) \qquad v_y = v'_y \quad (15)$$

- **K1-07/7.** Reka teče s hitrostjo 2 m/s po strugi širine 58 m. Voznik čolna usmeri čoln z enega brega pravokotno na breg s hitrostjo 3 m/s. Koliko čoln odnese vzdolž struge (bočni zanos), ko doseže drugi breg?
- **K1-07/8.** Pod kakšnim kotom glede na breg pa bi moral voznik čolna usmeriti čoln, da bi nasprotni breg dosegel na isti višini (torej brez bočnega zanosu)? (se navezuje na nalogo 7)

Premo gibanje

$$a = a_0 \quad (16)$$

$$v = v_0 + a_0 t \quad (17)$$

$$x = x_0 + v_0 t + a_0 \frac{t^2}{2} \quad (18)$$

- Dva avta se peljeta s hitrostjo $v_z=60$ km/h. Avto A se začne ustavljati s pojemkom $a_-=-4$ m/s², nato stoji $t_0=10$ s in spelje s pospeškom $a_+=3$ m/s². Kakšna je razdalja med avtomobiloma, ko A in B vozita spet z enako hitrostjo?
- Študent teče za avtobusom, ki spelje s pospeškom 0.18 m/s², ko je študent še 60 m za njim. Kako hitro mora teči, da bo še ujel avtobus?

Navpični met, prosti pad

$$a = -g \quad (19)$$

$$v = v_0 - gt \quad (20)$$

$$h = h_0 + v_0 t - g \frac{t^2}{2} \quad (21)$$

- Kamen spustimo z balona na višini 300 m. Koliko časa bo padal kamen do tal, če
 - a) se balon dviga s hitrostjo 5 m/s?
 - b) se balon spušča s hitrostjo 5 m/s?
 - c) balon lebdi?

27. oktober

- Kamen pada mimo okna v 7. nadstropju. Za pot od vrha okna, ki je 24 m nad tlemi, do dna okna, ki je 3 m nižje, porabi $T=0,08$ s. S katere višine je padel kamen?

Poševni met Gibanje v x in y hkrati; v x je gibanje s konstantno hitrostjo, v y smeri pa pospešeno, tipični podatki so začetna hitrost s smerjo, s čimer določimo njene komponente ($v_{0,x}$, $v_{0,y}$) in začetna višina h_0 .

$$a_x = 0 \quad (22) \quad a_y = -g \quad (25)$$

$$v_x = v_{0,x} \quad (23) \quad v_y = v_{0,y} - gt \quad (26)$$

$$x = x_0 + v_{0,x}t \quad (24) \quad y = h_0 + v_{0,y}t - g\frac{t^2}{2} \quad (27)$$

- **I(jan-08)/4.** Kamen vržemo z začetno hitrostjo 24 m/s pod kotom 17° poševno navzgor glede na vodoravnico proti 6 m oddaljeni steni. Na kolikšni višini zadene kamen steno?
- Fantje poskušajo vreči kamen preko 20 m široke reke. Kakšna mora biti najmanj začetna hitrost kamna?

Kroženje

V polarnih koordinatah zapišemo kroženje z enačbami:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \quad (28)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 t \quad (29)$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \alpha_0 \frac{t^2}{2} \quad (30)$$

Naj kroži predmet v ravnini xy okrog izhodišča pri radiju R. Potem bomo kroženje v pravokotnem sistemu zapisali kot:

$$x(t) = R \cos \varphi(t) = R \cos \left[\varphi_0 + \omega_0 t + \alpha_0 \frac{t^2}{2} \right] \quad (31)$$

$$y(t) = R \sin \varphi(t) = R \sin \left[\varphi_0 + \omega_0 t + \alpha_0 \frac{t^2}{2} \right] \quad (32)$$

$$z(t) = 0 \quad (33)$$

Vse koordinate skupaj stisnemo v krajevni vektor $\vec{r} = (x(t), y(t), z(t))$, ki kaže od izhodišča do trenutne lege krožečega predmeta. Gibanju priredimo vektor $\vec{\omega}(t)$, ki kaže pravokotno na ravnino kroženja, torej $\vec{\omega}(t) = (0, 0, \omega(t))$. Potem imamo za hitrost:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(x(t), y(t), z(t) \right) = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (34)$$

In ko dodamo še vektor kotnega pospeška $\vec{\alpha}(t) = (0, 0, \alpha(t))$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\vec{\omega} \times \vec{r} \right) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\alpha} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r} = \vec{a}_t + \vec{a}_r \quad (35)$$

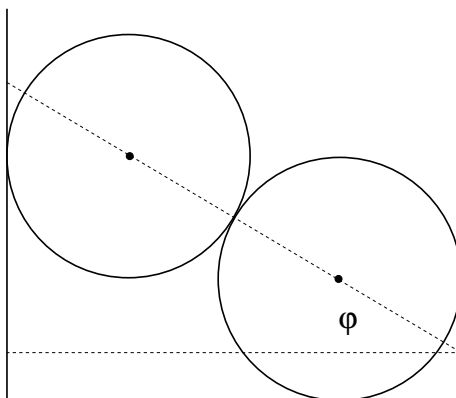


Figure 1: Slika cevi v žlebu

- Pokaži, da drži relacija (34), torej da je $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.
- Telo kroži po krogu s polmerom 10 cm s konstantnim kotnim pospeškom $\alpha = \pi \text{ s}^{-2}$. Poiščite kotno hitrost ω , hitrost v , velikost radialnega a_r in tangentnega pospeška a_t , velikost pospeška a in kot med pospeškom in polmerom kroga po prvi sekundi gibanja. V začetku je telo mirovalo.

10. november

- Vrtiljak se vrti s konstantno kotno hitrostjo $\omega_0 = 2 \text{ s}^{-1}$. Nenadoma se začne vrteti enakomerno pospešeno s kotnim pospeškom $\alpha = 0,08 \text{ s}^{-2}$. Kolikšna je kotna hitrost vrtenja vrtljaka po $N=4$ obratih po začetku pospeševanja?
- Točkasto telo začne krožiti po krogu s polmerom 20 cm s konstantnim tangentskim pospeškom $a_t = 5 \text{ cm/s}^2$. Po kolikšnem času sta tangentski in radialni pospešek enaka?

Statika

1. Newtonov zakon: Če je vsota vseh sil, ki delujejo na telo, enaka nič, potem se telo giblje premo enakomerno (s stalno hitrostjo) ali pa miruje.

Preproste sile:

- Sila teže: $F=mg$, navpično navzdol, m -masa, $g=9,81 \text{ m/s}^2$ težni pospešek.
- Sila vrvice deluje le vzdolž vrvice
- Sila podlage \vec{N} deluje pravokotno na podlago
- Sila lepenja nasprotuje gibanju, velikost $F=k_l N$

-
- Med vzporedni steni dveh hiš napnemo vrv in nanjo obesimo ulično svetilko. Vrv oklepa kot 60° z levo in kot 45° z desno steno. Najmanj kolikšno natezno silo mora zadržati vrv, če je masa svetilke 15 kg?

- V vodoravnem žlebu pravokotne oblike (Slika 1), ležita dve valjasti cevi tako, da je kot med ravnino, v kateri ležita osi obeh cevi in stranico žleba 30° . Masa vsake cevi je 100 kg. S kakšnimi silami cevi pritiskata na gladke stranice žleba?
- **K1(nov-07)/5.** [Na vodoravni podlagi je] Klada z maso $m_1=13$ kg [in] je z lahko vrvico preko lahkega škripca povezana z utežjo, ki prosto visi. Največ kolikšna je lahko masa m_2 uteži, da klade ne premakne? Koeficient lepenja med klado in podlago je 0,1.

Dinamika

2. Newtonov zakon: *Vsota vseh sil, ki delujejo na telo, je enaka produktu mase telesa in njegovega pospeška.*

- Kolesar vozi s hitrostjo $v=25$ km/h po ovinku z radijem $r=10$ m. Kolikšen mora biti najmanj koeficeint trenja med kolesi in tlemi v smeri prečno na smer kroženja, če je cesta ravna?

17. november

- Kolesar vozi s hitrostjo $v=25$ km/h po ovinku z radijem $r=10$ m. Kolikšen mora biti najmanj koeficeint trenja med kolesi in tlemi v smeri prečno na smer kroženja, če je cesta ravna?
- Dve kladi sta povezani z zelo lahko vrvico in mirujeta na vodoravni podlagi, po kateri se lahko gibljeta brez trenja. Prva klada ima maso $m_1=4$ kg, druga pa $m_2=3$ kg. Težjo klado vlečemo s silo $F=44$ N v vodoravni smeri proč od lažje klade. S kolikšnim pospeškom, a , se gibljeta kladi, in kolikšna sila napenja vrvico?
- **K1(nov-08) 1.b)** Klada z maso 14 kg leži na klancu z nagibom $\alpha=30^\circ$ in je z lahko vrvico preko škripca povezana z utežjo, ki prosto visi. S kolikšnim pospeškom se začne gibati sistem, če ima utež maso 30 kg, koeficient trenja med klado in podlago je 0,08, vztrajnostni moment škripca pa zanemarimo?

Gravitacija

Newtnova enačba za gravitacijsko silo:

$$F_g = \frac{mMG}{r^2} \quad (36)$$

kjer je:

- F_g sila teže,
- m, M masi teles, med katerima računamo silo,
- G gravitacijska konstanta $G=6.667 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²,
- r razdalja med težišči teles.

Na površini zemlje zapišemo gravitacijsko silo kot

$$F_g = mg, \quad (37)$$

kjer smo vpeljali gravitacijski pospešek g . Iz enakosti sil sledi:

$$g = \frac{MG}{r^2}. \quad (38)$$

Za pospešek na površju zemlje vstavimo za r kar polmer zemlje, $R=6400$ km.

- **I(sep-11)/4.** V jasni noči nebu opazujemo satelit, ki kroži okoli Zemlje s kotno hitrostjo 1.6° /min. Na kakšni nadmorski višini je satelit?
- **I(jun-09)/2c.** Na višini 150 km nad površino Marsa je kot umetni satelit utirjena opazovalna postaja FE-observer. S kolikšno hitrostjo kroži okrog Marsa?

24. november

Gibalna količina

Gibalno količino izračunamo kot:

$$\vec{G} = \sum_{i, \text{telesa v opazovalnem sistemu}} m_i \vec{v}_i \quad (39)$$

Sunek sile je njen integral med trajanjem opazovanja. O sunku sile govorimo predvsem pri pojavih, kjer nas bolj kot potek delovanja sile zanima končno stanje, potem ko sila že preneha delovati.

Izrek o gibalni količini: *Sunek vsote vseh sil na opazovalni sistem je enak spremembi gibalne količine sistema.*

- **I(jun-08)/5a.** Voziček z maso 6 kg se giblje brez trenja po vodoravnem tiru s hitrostjo 5 m/s proti desni. Drug voziček z maso 7 kg miruje na tiru. Vozička trčita in se sprimetata. S kolikšno hitrostjo se gibljeta sprijeta vozička?
- Na postaji stojita dva povezana vagona, prvi z maso 110 kg in drugi z maso 130 kg. Na prvem vagonu stoji mož z maso 70 kg, na drugem vagonu pa mož z maso 90 kg. Sprva moža in vagona mirujeta. V nekem trenutku pa se začneta moža gibati proti težišču obeh vagonov z relativno hitrostjo 2.5 m/s glede na vagona. Kakšna je hitrost obeh (povezanih) vagonov in obeh mož glede na opazovalca, ki sedi na klopci pred postajo?
- Voziček z maso 200 kg miruje na vodoravnem tiru. Pod kotom 30° glede na tir priteče človek z maso 80 kg in skoči na voziček s hitrostjo 5 m/s. S kolikšno hitrostjo se premika voziček (s človekom) po doskoku? Kakšen sunek sile so prevzele tračnice?
- **K(nov-07)/3.** Voziček z maso $m_1=2$ kg se brez trenja giblje po vodoravnem tiru s hitrostjo $v_1=1$ m/s. Iz nasprotne smeri v voziček prileti izstrelka z maso $m_2=170$ g in se vanj zapiči. Kolikšna mora biti hitrost izstrelka, da se voziček ustavi?

Sila curka:

$$dG = dm\Delta v = Fdt \quad \rightarrow \quad F = \frac{dm}{dt}\Delta v \quad (40)$$

Količini dm/dt z enoto kg/s pravimo masni pretok Φ_m , za tekočine s konstantno gostoto ga izračunamo kot

$$\Phi_m = \rho Sv, \quad (41)$$

kjer je ρ gostota tekočine, S presek curka in v hitrost tekočine v curku. Skupaj bo torej sila

$$F = \rho Sv(\Delta v), \quad (42)$$

kjer smo z Δv označili spremembo hitrosti curka na oviri, z F pa silo curka na oviro.

- Leseno kroglo z maso 5 kg pritrdimo na konec dolge lahke vrvice in jo obesimo na stojalo. Proti sredini krogle v horizontalni smeri brizgamo s curkom vode, ki ima hitrost 4 m/s. Curek nato spolzi ob krogli na tla. Kolikšen mora biti polmer curka, da bo vrstica v ravnovesju odklonjena za 10° glede na vertikalo? Gostota vode je 1000 kg/m^3 .

1. december

Navor

Navor \vec{M} glede na izbrano os je definiran kot vektorski produkt ročice \vec{r} in sile:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (43)$$

Ročica je vektor, ki kaže od osi do prijemališča sile. 1. Newtonov zakon za kroženje prepišemo kot:

Če je vsota vseh navorov, ki delujejo na telo, enaka nič, potem se telo vrtil enakomerno (s stalno kotno hitrostjo) ali pa miruje.

- Vodoravno desko dolžine 5 m in mase 10 kg podpremo na obeh krajiščih. Mož z maso 80 kg stoji na deski v razdalji 2 m od levega roba deske. S kakšno silo je obremenjen posamezni podpornik? Nato na desko spleza še deček z maso 40 kg. Kam na deski se mora postaviti, da bosta oba podpornika obremenjena z enako silo?

Vztrajnostni moment

Vztrajnostni moment J za izbrano os izračunamo kot:

$$J = \int dm r^2 \quad (44)$$

kjer je dm majhen delček mase, r^2 pa kvadrat razdalje od osi (v smeri prečno na os). Za telesa sestavljena iz N majhnih koščkov z masami m_1, \dots, m_N , na razdalji r_1, \dots, r_N od osi, dobimo:

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (45)$$

Ko znamo izračunati vztrajnostni moment J^* okrog izbrane osi O skozi težišče, lahko izračunamo vztrajnostni moment okrog vzporedne osi, ki je na razdalji d od težišča, po Steinerjevem izreku:

$$J(d) = J^* + md^2, \quad (46)$$

kjer je m masa telesa.

- Kolikšen je vztrajnostni moment molekule vode, če gre os vrtenja skozi simetrijsko os molekule? Masa protona je 1.66×10^{-27} kg, razdalja med protonoma v molekuli vode pa je 1.51×10^{-10} m.
- Določi vztrajnostni moment:
 - palice z dolžino l ,
 - obroča s polmerom r , ki se vrti okrog simetrijske osi pravokotne na ravnino obroča
 - obroča s polmerom r , ki se vrti okrog simetrijske osi v ravnini obroča
 - valja s polmerom r

8. december

- Ravna palica z dolžino 0,7 m in maso 2 kg je vrtljiva okrog vodoravne osi, ki gre skozi zgornje krajišče in je pravokotna na palico. Na spodnjem krajišču je pritrjena valjasta plošča z maso 1 kg in polmerom 0,3 m, tako da je geometrijska os plošče vzporedna z osjo vrtenja palice in je od nje [osi], oddaljena 1 m. Kolikšen je vztrajnostni moment tako sestavljenega nihala glede na os vrtenja?

Dinamika pri vrtenju

Tretji Newtonov zakon, prepisan za vrtenje: *Za izbrano os bo vsota vseh navorov na telo enaka produktu vztrajnostnega momenta (glede na izbrano os) in kotnega pospeška.* Pri pospešenih sistemih velja zakon le za os skozi težišče!

- **K(nov-08)/1c** Klada z maso 17 kg leži na ravni podlagi in je z lahko vrvice preko škripca povezana z utežjo, ki prosto visi. S kakšnim pospeškom [pa] se začne gibati tak sistem, če upoštevamo tudi vztrajnostni moment škripca, ki je valj z maso 40 kg? Masa uteži je 32 kg.
- **K(nov-08)/3a** Avtomobil vozi tako, da kolesa z radijem 21 cm pri kotaljenju po cesti ne zdrsujejo. Kolikšna je hitrost avtomobila, če se kolesa vrtijo s frekvenco 9 Hz?
- **K(nov-08)/3b** Kolikšen pa je pospešek avtomobila, če motor deluje na vsako od štirih koles z navorom 230 Nm? Mase avtomobila je 1500 kg, vztrajnostni moment koles pa lahko zanemarimo.

15. december

- Valj drsi brez trenja po vodoravni podlagi s konstantno hitrostjo 14 m/s. Nenadoma naleti na hrapavo podlago s koeficientom trenja 0.42. Koliko časa se valj giblje po hrapavi podlagi preden preneha podrsavati in se samo še kotiti?

Vrtilna količina

Količini:

$$\vec{\Gamma} = J\vec{\omega} \quad (47)$$

pravimo vrtilna količina (enote kgm^2/s), in je vzporedna smeri kotne hitrosti (ki kaže v osi vrtenja). Če imamo v sistemu N delcev z vztrajnostnim momentom J_1, \dots, J_N , ki se vrtijo **okrog iste osi** s kotnimi hitrostmi $\vec{\omega}_1, \dots, \vec{\omega}_N$, lahko izračunamo vrtilno količino sistema kot

$$\vec{\Gamma} = \sum_{i=1}^N J_i \vec{\omega}_i. \quad (48)$$

Prispevek delca z gibalno količino \vec{G} k vrtilni količini $\vec{\Gamma}$ dobimo kot

$$\vec{\Gamma} = \vec{r} \times \vec{G}, \quad (49)$$

kjer je vektor \vec{r} ročica, kot smo jo uporabljali pri računanju navora.

Podobno kot pri gibalni količini vpeljemo novo količino $\int M dt$ kot sunek navorov glede na izbrano os, ki delujejo na sistem med začetnim in končnim opazovanim stanjem. Velja izrek o vrtilni količini: *Sprememba vrtilne količine je enaka sunku vsote zunanjih navorov na sistem.*

- Mlinski kamen z masi 100 kg in polmerom 20 cm se prosto vrti s frekvenco 2 s^{-1} okrog navpične osi. Na isti osi se v nasprotni smeri s frekvenco 1 s^{-1} vrti drugi medicinski kamen z maso 200 kg in polmerom 30 cm. V nekem trenutku prvi kamen zdrsne po osi in se dotakne drugega. Zaradi medsebojnega trenja se njuni kotni hitrosti sčasoma izravnata. Kolikšna je frekvenca vrtenja kamnov po dolgem času? V katero smer se vrtita?
- **K(nov-08)/4a** Mož sedi na vrtljivem stolu in ima v rokah dve enaki uteži. Ko ima roke v odročanju, je vztrajnostni moment moža, stola in uteži skupaj enak 2.7 kgm^2 . Ko pa ima roke v priročanju, je vztrajnostni moment 0.9 kgm^2 . V začetku ima mož roke odročene in se vrti s kotno hitrostjo 4 rad/s . S kolikšno hitrostjo se vrti potem, ko priroči?
- V zabaviščnem parku je krožna plošča s polmerom 2 m in maso 300 kg, ki se prosto vrti okrog navpične osi. Po obodu plošče teka deček z maso 50 kg, ki se premika s hitrostjo 5 m/s glede na okoliška tla. S kakšno kotno hitrostjo se plošča, ki je na začetku mirovala, vrti zaradi gibanja dečka? Deček nato skoči na tla tangencialno glede na obod plošče s hitrostjo 8 m/s glede na tla. S kolikšno kotno hitrostjo se vrti plošča po odskoku?

Izrek o delu in energiji

Količini:

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (50)$$

pravimo delo. Pazi na skalarni produkt v izrazu! Skupno delo določimo z integralom po poti premikanja telesa, pri čemer nanj deluje sila \vec{F} .

Poleg tega vpeljemo še eno količino, energijo. Energij je več vrst:

- kinetična: $W_k = mv^2/2$ ta telo z maso m in hitrostjo v
- potencialna $W_p = mgh$ za telo z maso m na višini h . Ob znatnih višinah računamo raje z $W_p = -MGm/(R+h)$, kjer je m masa opazovanega objekta, M pa masa planeta, G je gravitacijska konstanta, R pa polmer planeta.
- prožnostna, $W_{pr} = kx^2$, za vzmet s koeficientom k raztegnjeno (skrčeno) za dolžino x z ravnovesne lege.

Izrek o delu in energiji pa pravi: *Delo vseh sil na telo je enako spremembi njegove energije*. Pod energijo si mislimo vsoto vseh energij za posamezno telo.

- Mula vleče drevesno deblo s stalno hitrostjo 2 m/s po vodoravni gozdni cesti. Vlečna sila je 500 N in deluje pod kotom 30° glede na horizontalo. Koliko dela opravi mula v 10 minutah? S kakšno močjo vleče?

3. januar

- Otrok se sanko po 3 m visokem hribu z nagibom 45° . Kako daleč od vznožja se ustavijo sanke z otrokom, če je koeficient trenja med sankami in snegom 0.2?
- Po vodoravnem tiru se brez trenja gibljeta drug proti drugemu dva vozička. Prvi ima maso $m_1 = 3$ kg, in hitrost $v_1 = 3$ m/s proti desni, drugi pa ima maso $m_2 = 1$ kg in hitrost $v_2 = 4$ m/s proti levi. Vozička idealno prožno trčita. S kolikšno hitrostjo in v katero smer se po trku gibljeta vozička?
- **K (nov-08)/1** S površine nekega planeta, ki ima polmer 9.8×10^3 km in težni pospešek na površini 13 m/s^2 , izstrelijo izstrelak navpično navzgor. Ko doseže višino 5000 km, je njegova hitrost 2 km/s v smeri navpično navzgor. Kolikšno največjo višino bo dosegel ta izstrelak? Predpostavite, da se energija izstrelka ohranja!

Nihanje

Diferencialne enačbe, pri katerih je pospešek nasprotno enak odmiku, pomnoženemu s konstanto:

$$a = -\omega^2 x, \quad (51)$$

nam opisujejo nihanje. Rešujemo jih z nastavkom:

$$x = A \sin(\omega t - \delta), \quad (52)$$

kjer konstanti A in δ določimo iz začetnih pogojev (lega x in hitrost v trenutku $t=0$). Ostale parametre gibanja (hitrost, pospešek) dobimo z odvajanjem:

$$v = A\omega \cos(\omega t - \delta) \quad (53)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t - \delta) = -\omega^2 x \quad (54)$$

Iz zadnje vrstice vidimo, da smo zares izpolnili diferencialno enačbo. Če ima nihalo v trenutku $t=0$ lego x_0 in hitrost v_0 , bo:

$$x_0 = -A \sin(\delta) \quad (55)$$

$$v_0 = A\omega \cos(\delta), \quad (56)$$

oziroma:

$$A = \pm \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (57)$$

$$\tan \delta = -\frac{x_0\omega}{v_0}, \quad (58)$$

kjer predznak A -ja sledi predznaku začetne hitrosti, torej če je $v_0 < 0$ bo tudi $A < 0$ in obratno.

- Kovinsko kroglico obesimo na 3 m dolgo lahko vrvico in tako nihalo izmaknemo za 3.5° iz ravnovesne lege ter spustimo. Koliko nihajev naredi nihalo v 15 s? Kakšno največjo hitrost doseže kroglica med nihanjem?
- **I (jun 08)/8** Homogena ravna tanka palica z zanemarljivo majhno maso je vrtljiva okrog vodoravne osi, ki je pravokotna na palico in gre skozi njeno zgornje krajišče. Na (ta) drog pritrdimo 4 majhne enake uteži. Razmiki med utežmi so enaki, in sicer 0,2 m, najbližja od uteži pa je prav tako 0,2 m od osi vrtenja.
 - a) Kolikšen je nihajni čas tega nihala, ko ga malo odmaknemo od ravnovesne lege?
- Nihalo na vijačno vzmet je sestavljeno iz vijačne vzmeti s koeficientom 1 N/m in uteži z maso 10 g. Po uteži udarimo s kladivcem tako da ima udarec smer vzmeti. Pri tem prejme utež sunek sile 0.02 Ns.
 - a) S kolikšno amplitudo zaniha utež?
 - b) Kolikšen je nihajni čas nihala?

Tlak in vzgon

Tlak v tekočini na globini h pod gladino izračunamo kot:

$$p = \rho gh \quad (59)$$

Vzgon v tekočini je sila, ki deluje navpično navzgor (podobno kot sila podlage) in ima velikost:

$$F_v = \rho g V', \quad (60)$$

kjer je ρ gostota tekočine in V' volumen potopljenega dela telesa.

- V cevi oblike U je živo srebro z gostoto $13,6 \text{ g/cm}^3$. V levi krak cevke dolijemo 10 cm visok stolpec vode z gostoto 1 g/cm^3 , v desni krak pa 5 cm visok stolpec olja z gostoto $0,8 \text{ g/cm}^3$. Kakšna je višinska razlika gladine vode in olja v obeh krakih?

- Železna votla krogla tehta na zraku 270 N, potopljena v vodi pa 230 N. Kolikšna je prostornina votline? Gostota vode je 1000 kg/m^3 , gostota železa pa 7800 kg/m^3 .
- Predmet lebdi na meji dveh tekočin, ki se ne mešata. Gostota spodnje tekočine je 840 kg/m^3 , gostota zgornje tekočine pa 700 kg/m^3 . Kolikšna je gostota predmeta, če je v spodnji tekočini 45 % prostornine predmeta?

Linearni in kvadratni zakon upora

Na telesa, ki se gibljejo v tekočini, deluje sila upora. Pri znatnih gostotah tekočin in v viskoznih tekočinah velja tako imenovani linearni zakon upora:

$$F_u = 6\pi r\eta v, \quad (61)$$

za kroglico s polmerom r v tekočini z viskoznostjo η pri hitrosti v glede na tekočino. Pri redkih tekočinah (zraku) pride bolj do izraza kvadratni zakon:

$$F_u = c_u S \frac{\rho v^2}{2}, \quad (62)$$

za telo s presekom S v smeri hitrosti, ki se giblje v tekočini z gostoto ρ s hitrostjo v . Konstanta c_u je odvisna od oblike telesa, za kroglo je $c_u \sim 0,5$.

- **K2(jan-08)/7** Kroglica s polmerom $900 \mu\text{m}$ in gostoto $19,3 \text{ g/cm}^3$ pada s konstantno hitrostjo v tekočini z gostoto $0,8 \text{ g/cm}^3$ in viskoznostjo 3 kg/ms . S kolikšno hitrostjo pada ta kroglica? Predpostavite, da velja linearni zakon upora!

Bernoullijeva in kontinuitetna enačba

Vzdolž tokovnice velja približno:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho gh = \text{KONST} \quad (63)$$

kjer je ρ gostota tekočine, v hitrost v dani točki, kjer je v tekočini tlak p (izvemši hidrostatski tlak) in je na višini h .

V toku brez dovodov in odvodov bo volumski pretok skozi preseke vzdolž cevi konstanten:

$$\Phi_V = Sv = \text{KONST}, \quad (64)$$

kjer je S presek skozi tok, v pa hitrost tekočine v tem preseku.

- **K2(jan-08)/8** Voda z gostoto 1000 kg/m^3 teče navzgor po ravni poševni cevi. Na spodnjem koncu je hitrost vodnega toka 500 mm/s , na drugem koncu, ki je $2,3 \text{ m}$ višje, pa $1,5 \text{ m/s}$. Kolikšna je tlačna razlika med tema dvema koncema cevi? Predpostavite, da za tok velja Bernoullijeva enačba!
- V pokončno posodo nalivamo vodo s konstantnim volumskim dotokom $1200 \text{ cm}^3/\text{s}$. V dno posode izvrtamo luknjico s presekom 1 cm^2 . Na kakšni višini (merjeno od dna, kjer je luknjica) se ustali gladina vode? Uporabite Bernoullijevo in kontinuitetno enačbo!

Valovanje in Dopplerjev pojav Pri valovanju je hitrost valovanja povezana z valovno dolžino λ in frekvenco ν :

$$c = \lambda\nu \quad (65)$$

Poleg tega je hitrost valovanja povezana tudi z značilnostmi sistema; za struno bo:

$$c = \sqrt{\frac{F}{m/l}}, \quad (66)$$

kjer je F sila s katero je napeta struna, m/l pa je dolžinska gostota strune. Pri stoječem valovanju strune so dovoljene le nekatere valovne dolžine, spodaj so razdeljeni v skupine glede na vpetost krajišč strune, katerih vsako je lahko vpeto ali pa prosto gibljivo. S pol-vpeto struno je mišljeno stanje, kjer je eno od krajišč vpeto, preostalo pa gibljivo.

Valovna dolžina	Vpeto/prosta struna	Pol-vpeto struna
λ_0	$2l$	$4l$
λ_1	l	$4/3 l$
λ_2	$2/3 l$	$4/5 l$
\dots	\dots	\dots
λ_n	$2l/(n+1)$	$4l/(2n+1)$

Dopplerjev pojav je sprememba frekvence zvoka, ki jo izmeri sprejemnik, če se on in/ali pa oddajnik gibljeta glede na tekočino (plin, zrak, medij) po kateri se širi valovanje. Velja:

$$\nu_S = \nu_O \frac{1 \pm \frac{v_S}{c}}{1 \mp \frac{v_O}{c}}, \quad (67)$$

kjer indeks O označuje parametre oddajnika (frekvenco in hitrost glede na medij), indeks S pa parametre sprejemnika. Predznaki hitrosti so pozitivni, ko se razdalja med sprejemnikom in oddajnikom zmanjšuje in se gibljeta eden PROTI drugemu, oziroma negativni, ko se oddaljujeta in se gibata eden PROČ od drugega.

- Kitarska struna z dolžino 1,3 m niha v osnovnem nihajnem načinu in oddaja zvok s frekvenco 380 Hz (namig: v osnovnem nihajnem načinu je valovna dolžina valovanja dvakrat daljša od dolžine strune). S kolikšno silo je napeta takšna struna, če je njena masa 6,5 g?
- Železničar stoji ob ravni progi. V razdalji 500 m od njega nekdo močno udari po tračnici, ki zazveni s frekvenco 1200 Hz. Koliko časa prej bo železničar zaslišal signal zvoka, ki je pripotoval po tračnici, od tistega, ki je pripotoval po zraku? Kolikšna je frekvenca zvoka, ki ga bo slišal železničar? Kolikšna pa je frekvenca zvoka, ki ga bodo slišali potniki, ki se mestu udarca približujejo v vlaku s hitrostjo 80 km/h? Hitrost zvoka v zraku je 340 m/s, v železu pa 5156 m/s!
- Netopir se v prostoru orientira tako, da oddaja kratke ponavljajoče se signale, in posluša frekvenco odbitega zvoka. Netopir se s hitrostjo $20 \cdot 10^{-3} c$, kjer je c hitrost zvoka v zraku, giblje naravnost proti navpični steni, in oddaja zvočni signal s frekvenco 39 kHz.
 - a) Kolikšna je frekvenca od stene odbitega zvoka, ki ga zazna gibajoči se netopir?

- b) Kolikšna pa bi bila frekvenca odbitega zvoka, če bi netopir letel točno v nasprotno smer, torej proč od stene?