

1. izpit iz Klasične mehanike, 5. 7. 2012

1. Po žičnem vodilu parabolične oblike brez trenja drsi drobna utež. Vodilo se vrti okoli navpične simetrijske osi z' s kotno hitrostjo ω_0 , njegovo obliko pa v vrtečem koordinatnem sistemu opišemo z zvezo $z' = ax'^2$. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe gibanja. Ugotovi, kdaj je ravnovesna lega stabilna in reši enačbe za primer majhnega nihanja.

2. Opazujemo steber z radijem R , ki se mu tok hokejskih ploščkov z radijem a približuje z desne strani in se na njem elastično sipajo. Ploščki so enakomerno porazdeljeni po širini L . Skupno število ploščkov N je veliko. Gol je postavljen na oddaljenosti d od stebra in ima širino w . Lahko predpostaviš, da velja $d \gg R, d \gg w, w \gg a$.

i.) Izpeljži povezavo med udarnim parametrom b in sipalnim kotom θ za plošček.

ii.) Če dvodimenzionalni sipalni presek, ki poda število ploščkov sipanih v kot $d\theta$, definiramo kot $(N/L)\sigma(\theta)d\theta$, poišči diferencialni sipalni presek.

iii.) Koliko ploščkov bo končalo v голу? Koliko jih bo zadelo steber?

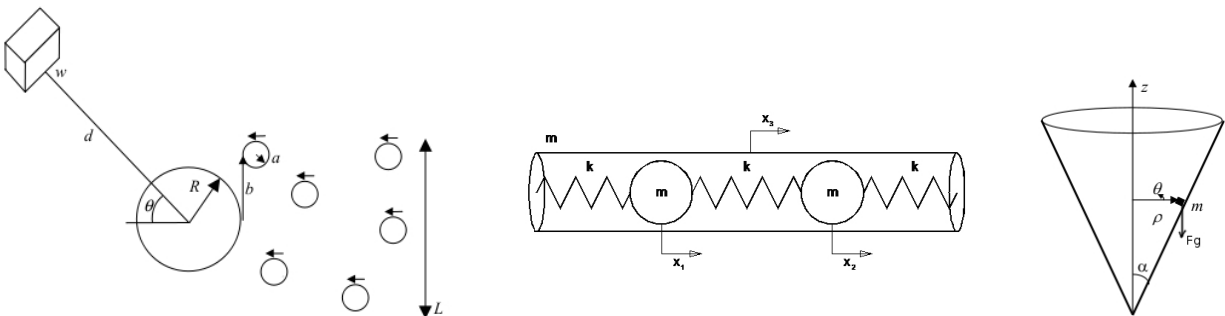
3. Po cevi z maso m brez trenja drsita uteži z maso m . Uteži in cev so povezani z vzmetmi, tako kot prikazuje slika in tvorijo sestavljeno nihalo. Zapiši Lagrangeovo funkcijo ter izračunaj lastne frekvence in lastne nihajne načine za takšno nihalo. Cev in uteži se lahko gibljejo samo v smereh označenih s puščicami (1D sistem).

4. Delec z maso m se brez trenja giba po notranji površini stožca s kotov 2α v vrhu.

i.) Poišči Langrangeovo in Hamiltonovo funkcijo za dan problem. Katere so ohranjene količine?

ii.) Pokaži, da je rešitev ekvivalentna gibanju delca z neko efektivno maso v enodimenzionalnem efektivnem potencialu. Kaj sta v tem primeru V_{eff} ?

iii.) S pomočjo efektivnega potenciala ugotovi, pri kakšnem radiju ρ_0 je kroženje (pri konstantnem radiju) rešitev problema.



Slika 1: Leva: k 2. nalogi, sredinska: k 3. nalogi, desna: k 4. nalogi.