

## 1. izpit iz Klasične mehanike I, 3. 7. 2013

1. Po drsališču parabolične oblike, ki ga v cilindričnih koordinatah opišemo s funkcijo  $z = \alpha r^2$ , brez trenja drsi drobna utež. Izračunaj frekvenco nihanja uteži (t.j.  $\omega_0/2\pi$ ) za majhne odmike od ravnovesne lege. V naslednjem koraku naj se isto drsališče vrtili okoli navpične (simetrijske) osi s kotno hitrostjo  $\Omega$ . Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe gibanja v vrtečem koordinatnem sistemu. Enačbe reši za primer, ko velja  $\Omega = \omega_0$ . Kaj predstavljajo rešitve?

2. Na delec z maso  $m$  deluje centralna sila  $F(r) = -\frac{k}{r^2} - \frac{2\lambda}{r^3}$ ,  $k, \lambda > 0$

a. Za kakšne sipalne parametre  $b$  se bo delec sipal na potencialu, ne da bi padel v center potenciala, če ima daleč od centra hitrost  $v_\infty$ ?

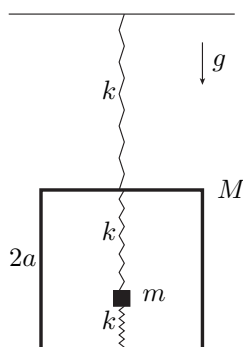
b. Kakšen je totalni sipalni presek, da delec pri sipanju pade v center potenciala pri isti  $v_\infty$ ?

c. Pokaži, da so vezane odbite precedirajoče elipse (to opiše  $r^{-1} = \alpha(1 + \beta \sin(\gamma\phi))$ ,  $\beta < 1$ ). Na znanje vzemi:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = -\frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{2ax + b}{\sqrt{-\Delta}} \text{ za } a < 0, \Delta = 4ac - b^2 < 0,$$

$$4\left(\frac{p_\phi^2}{2m} - \lambda\right)|H| - k^2 < 0, \text{ kjer je } p_\phi \text{ generaliziran impulz k } \phi \text{ in } H \text{ celotna energija.}$$

3. Okvir z maso  $M$  in stranico  $2a$ , ki se nahaja v gravitacijskem polju, je z vzmetjo pritrjen na strop. Nanj je, kot prikazuje slika, z vzmetmi pripeta masa  $m$ . Vse vzmeti imajo koeficient  $k$  in so neraztegnjene dolge  $a$ . Poišči ravnovesno lego sistema. Zapiši potencial z odmiki od ravnovesne lege in eksplicitno pokaži, da členi, ki so linearni v odmiku v končnem izrazu ne nastopajo. Poišči lastne frekvence nihanja, če  $M = 2m$ .



4. Gibanje elastično vezanega elektrona naj bo omejeno na dve dimenziji t.j. ravninsko gibanje. Vključimo še homogeno magnetno polje v smeri pravokotno na ravnino gibanja elektrona. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe gibanja, ter jih reši za mejna primera šibko in močno vezanega elektrona. Komentiraj rešitve.