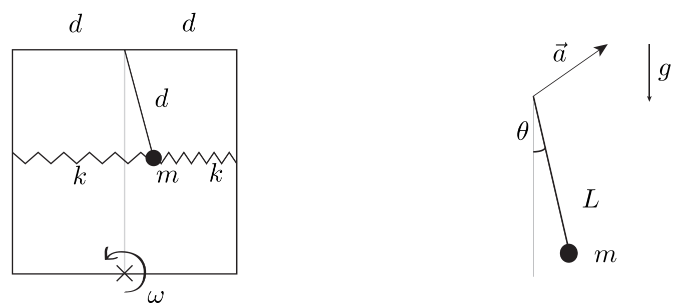
1.kolokvij iz Klasične mehanike I, 19. 4. 2013

1. Maso m, ki je na lahki palici dolžine d pričvrstimo na okvir s stranico $2d$ in jo sklopimo še z dvema vzmetema s koeficientom k, kot prikazuje slika. Dolžina neraztegnjenih vzmeti je d. Okvir položimo na podlago in ga vrtimo okrog točke $\times$ s konstantno kotno hitrostjo ω. Predpostavimo, da masa drsi po podlagi brez trenja in da sta pritrdišči vzmeti na okvir drsni. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in poišči enačbo gibanja za maso. Kje so stacionarne lege? Za kakšne k je stacionarna lega pri najmanj napetih vzmeteh stabilna?

2. Matematično nihalo z maso m na vrvici dolžine L s konstantnim pospeškom premikamo v ravnini xz, $\vec{a} = \{a_x, a_z\}$. Omejimo se le na nihanja v tej ravnini. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in poišči vrednost stacionarnega kota odmika θ. Kakšna je frekvenca nihanja okrog stacionarnega odmika, če $a_x = 0$.



Slika 1: Levo: k 1. nalogi, desno: k 2. nalogi.

3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r, k > 0$ t.i. Runge-Lenzov vektor $\mathbf{R} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - km\mathbf{r}/r$ konstanta gibanja. V katero smer kaže $\mathbf{R}$? Tu sta $\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}}$ gibalna količina in $\mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ vrtilna količina. Namig: oglej si časovni odvod vektorja in upoštevaj, da se vrtilna količina ohranja.

4. Z drobnim projektilom ustrelimo na težko mirujočo tarčo. Tarčo opišemo s centralno simetričnim potencialom, $V_0 > 0$

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r < r_0 \\ 0 & r \geq r_0. \end{cases}$$

Izračunaj potrebno kinetično energijo projektila, če naj le ta, pri izbranem udarnem parametru, prodre v notranjost tarče. Izračunaj še sipalni presek za odboj.