

## 1. kolokvij iz Klasične mehanike I, 25. 4. 2014

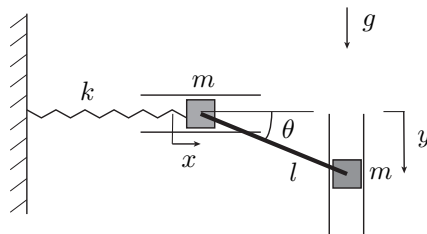
1. Vodoravno ploščo, po kateri brez trenja drsi drobna utež, blago ukrivimo v parabolično obliko tako, da je frekvenca nihanja uteži enaka  $\omega_1$ . Nato ploščo zavrtimo okoli navpične simetrijske osi s kotno hitrostjo  $\omega_0$ . Zapiši Lagrangeovo funkcijo s kartezičnimi koordinatami vrtečega sistema (upoštevaj da je ukrivljenost plošče blaga). Zapiši ustrezne enačbe gibanja in jih reši. Kateri pogoj mora biti izpolnjen, da bo tirnica uteži, kot jo vidi opazovalec, ki se vrti skupaj s ploščo, krožnica?

2. Dve uteži z maso  $m$ , katerih gibanje je omejeno na premike brez trenja v vodoravni oziroma navpični cevi, sta povezani z lahko paličico dolžine  $l$ . Utež iz vodoravne cevi je na steno pripeta z vzmetjo s koeficientom  $k$ , ki je nenapeta, ko sta uteži na isti višini.

a.) Izrazi Lagrangeovo funkcijo z generalizirano koordinato  $\theta$ .

b.) Poišči enačbo gibanja.

c.) Izrazi frekvenco nihanja okrog stacionarne lege kot funkcijo parametrov problema in kota v stacionarni legi  $\theta_0$ . Stacionarne lege ni potrebno izračunati (uporabi le enakost, ki zanjo velja).



3. Telo se giblje v “škatlastem” centralnem potencialu, ki ga opišemo z:

$$V = \begin{cases} -V_0, & r_1 < r < r_2, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Skiciraj efektivni potencial in klasificiraj možne orbite. Skiciraj kakšne vrste vezanih orbit so mogoče in izpelji kriterij glede na začetne pogoje, ki te orbite ločuje.

4. Delec z maso  $m$  se nahaja v privlačnem potencialu  $V(r) = -\alpha e^{\beta/r^2}$ ,  $\alpha, \beta > 0$ .

a.) Kolikšno hitrost  $v_\infty$  mora imeti daleč stran od centra potenciala, da bo pri sipanju ravno še padal v njegov center? Predpostavi, da je njegova vrtilna količina daleč stran enaka  $p_\varphi$  in hkrati  $p_\varphi^2 > 2m\alpha\beta$ , ter  $v_\infty$  izrazi kot funkcijo  $p_\varphi, m, \alpha, \beta$ .

b.) Recimo, da se v tem primeru delec na potencialu sipa tako, da se njegovemu centru približa le do razdalje  $r_1$ . Za gibanje pri sipalnem parametru  $b$  poišči hitrost daleč stran od potenciala. S kolikšno hitrostjo se giba, ko je na razdalji  $r_1$ ? Hitrosti izrazi kot funkciji  $r_1, m, \alpha, \beta$  in  $b$ .