

Kolokvij iz analitične mehanike 14.11. 2007

1. Vrteča restavracija na stolpu v Torontu se zavrti dvakrat v minuti, česar se morajo pri svojem delu navaditi natakarji, ki raznašajo hrano. Kako je glede na gladino juhe v krožniku na mizi, nagnjena gladina tiste, ki jo natakar ravnokar nese mimo nas? Natakar hiti v radialni smeri proti gostu na obodu restavracije s hitrostjo 1m/s, naša miza pa je 20m oddaljena od osi vrtenja.
2. Homogen valj se lahko prosto vrti okoli navpične osi. Na obod valja je pritrjeno spiralno vodilo s hodom p [$m/2\pi$] po katerem brez trenja drsi drobna utež z maso m . V začetku utež miruje na vrhu valja, ko pa jo spustimo zaradi teže oddrsi navzdol. Zapiši Lagrangeovo funkcijo za opisan sistem, ter reši ustrezne enačbe.
3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r$ ($k>0$) t.i. Runge-Lenzov vektor $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - km(\vec{r}/r)$ konstanta gibanja. Tu sta: $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ gibalna količina in $\vec{L} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ vrtilna količina. Namig: oglej si časovni odvod vektorja \vec{R} in upoštevaj, da se vrtilna količina ohranja.
4. Z drobnim projektilom ustrelimo na težko mirojočo tarčo. Tarčo opišemo s centralno simetričnim potencialom $V = \begin{cases} V_0, & r < r_0 \\ 0, & r \geq r_0 \end{cases}$. Izračunaj potrebno kinetično energijo projektila, če naj le-ta, pri izbranem udarnem parametru, prodre v notranjost tarče. Izračunaj totalni sipalni presek za ta isti proces.