

2. kolokvij iz analitične mehanike

19.1.2005

1. V kroglasti skledi s polmerom R brez trenja drsi palica dolžine l in mase m ($l < R$, glej sliko). Z metodo Lagrangeovih množiteljev ugotovi, s kolikšno silo pri danem kotu θ deluje skleda na palico, če le-ta v skleti prosto ravninsko niha. Namig: zapiši sistem Lagrangeovih enačb in vezi ter izrazi ustrezni množitelj. Enačb ne rešuj.
2. Okoli zvezde krožita dva planeta, prvi pri oddaljenosti r in drugi pri r' (velja $r \ll r'$ in $m \ll m'$). Ravnini orbit obeh planetov oklepata kot γ . Orbita prvega planeta zaradi motnje, ki jo predstavlja drugi planet, precesira (gledano v časovnih razdobjih dolgih v primeri z obhodnima časoma obeh planetov). Izračunaj frekvenco precesije. Namig: zapiši hamiltonovo funkcijo za celoten sistem in pogledj, kako se spreminja vektor vrtilne količine prvega planeta. Pomagaj si z razvojem:

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r'} \left(1 + \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r'^2} \right)$$