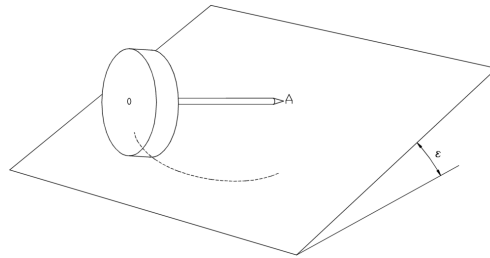
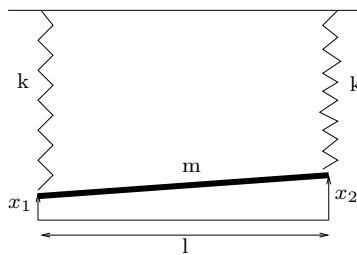


2. kolokvij iz Klasične mehanike, 15. 6. 2012

1. V laboratoriju na vesoljski postaji zavrtimo kvader mase m in s stranicami a , $b = a$ in $c = a\sqrt{2}$ okoli telesne diagonale s kotno hitrostjo ω . Kvader nato spustimo, da se vrtil kot prosta vrtavka. Izračunaj tenzor vztrajnostnega momenta. Zapiši rešitve Eulerjevih enačb za vrtenje kvadra v njegovem lastnem sistemu. Kolikšna je frekvenca proste precesije?
2. Tanek valj z radijem R s pravokotno lahko prečko dolžine l se brez zdrsanja (točka A miruje) lahko kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ϵ glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši enačbe gibanja in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege.



3. Palica z maso m in dolžino l (vztrajnostni moment palice okrog težišča $I = ml^2/12$) je na strop pritrjena z enakima vzmetema kot prikazuje slika. Zanima nas gibanje sistema v vertikalni smeri, tako da odmike v horizontalni smeri zanemarimo (upoštevaj $|x_2 - x_1| \ll l$). Zapiši Lagrangeovo funkcijo, izraženo z odmiki x_1, x_2 obeh koncev palice iz ravnovesja. Poišči lastne načine nihanja in njihove frekvence.



4. Posplošena Lagrangeova funkcija za delec z maso m je

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 - \omega^2 x^2)e^{\gamma t}, \quad 0 < \gamma < \omega.$$

Določi Hamiltonovo funkcijo in Hamiltonove enačbe gibanja ter jih reši. Interpretiraj rešitev in napovej vrednost x v limiti $x(t \rightarrow \infty)$. Komentiraj še, ali je Hamiltonova funkcija ohranjena količina.