

Kolokvij iz analitične mehanike 23. 11. 2001

1. Vesoljska postaja oblike filmskega koluta se vrti tako, da astronomi na njenem obodu čutijo umetno težo, ki je po velikosti enaka zemeljski. Ali lahko astronom iz načina nihanja matematičnega nihala ugotovi, da se ne nahaja na Zemlji? Navodilo: napiši ustrezne enačbe, poišči rešitve za majhna nihanja ter jih primerjaj s tistimi, ki jih poznaš za nihalo na Zemlji. Premer vesoljske postaje je 50 m, dolžina nihala pa 0.5 m.
2. Brez uporabe virialnega teorema pokaži, da v primeru keplerjevskega potenciala za vezane orbite velja zveza $2\bar{T} = -\bar{V}$, kjer sta \bar{T} in \bar{V} časovni povprečji kinetične in potencialne energije. Pomagaj si z zvezama: $H = -\frac{GM\mu}{2a}$, kjer so: M vsota mas, μ reducirana masa, a glavna polos elipse (orbite) in $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + \varepsilon \cos\varphi} d\varphi = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$.
3. Palica z maso m in dolžino l , ki jo postavimo v kot med steno in tlemi pod kotom ϑ_0 , brez trenja zdrsne (glej sliko). Zapiši Lagranžovo funkcijo in ustrezne vezi. Za generalizirane koordinate vzemi x , y težišča in kot β . Izrazi silo, s katero stena deluje na palico pri kotu β in ugotovi, pri katerem kotu se palica odlepi od stene. Uporabi metodo Lagranževih multiplikatorjev.



4. Potencialno energijo elektrona v električnem polju, ki ga ustvarjajo elektrode elektrostatične pasti, zapišemo kot: $V = (e_0 \Phi_0 / 2z_0^2) (3z^2 - r^2)$. Zapiši Hamiltonovo funkcijo ter Hamiltonove enačbe gibanja in jih reši. V ravnini xz skiciraj polje (ekvipotencialne ploskve) in tir elektrona.