

# KLASIČNA MEHANIKA II 2014

## 1. izpit

26. junij 2014

**Za cel izpit (elastomehanika + hidrodinamika) je treba rešiti nalogi 2 in 3.**  
Sicer pa lahko pišete tudi ali samo elastomehaniko (nalogi 1 in 2) ali samo hidrodinamiko (nalogi 3 in 4).

---

### ELASTOMEHANIKA

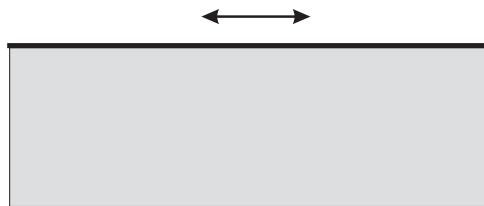
1. Posodo v obliki valja s polmerom  $R$ , v kateri smo zamrznili vodo, vrtimo okrog geometrijske osi s krožno frekvenco  $\omega$ . Izračunajte, s kolikšno napetostjo led zaradi vrtenja obremenjuje plašč posode. Kolikšna pa je napetost v osi posode? Teža je zanemarljiva. Privzemite, da se posoda ne razteza in da v smeri osi ni deformacije. Led opišemo z Youngovim modulom  $E$ , Poissonovim številom  $\sigma$  in gostoto  $\rho$ .
2. Krajišče tanke palice okroglega preseka z geometrijskim vztrajnostnim momentom  $I$ , mase  $m$  in dolžine  $L$  iz snovi z Youngovim modulom  $E$  je vodoravno vzidano v steno. Poves prostega konca zaradi teže palice preprečimo tako, da nanj delujemo bodisi s točkasto silo bodisi s točkastim navorom. V kakšnem razmerju sta navora, s katerima deluje vzidani konec na steno v prvem in drugem primeru?

## HIDRODINAMIKA

3. Os tornada opišemo kot debel, dolg, raven, navpičen stržen v smeri osi  $z$  z vrtinčnostjo  $\omega_h \hat{\mathbf{e}}_z$ , ki ni odvisna od kraja. Izračunajte časovno odvisnost te vrtinčnosti v vremenskih razmerah, v katerih se zrak dviga tako, da povsod in od časa neodvisno velja  $\partial v_z / \partial z \equiv v'_z > 0$ . Izračunajte, kakšna bi morala biti radialna odvisnost vrtinčnosti  $\omega(r)$  v strženu, da se ne bi spreminjala s časom. Kakšna pa, da bi eksponentno naraščala,  $\omega(r, t) = \omega_0(r) e^{\lambda t}$ ? Upoštevajte, da je tok nestisljiv(!), problem pa cilindričnosimetričen. Helmholtzova enačba za vrtinčnost v idealni tekočini:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{v}.$$

4. Aparat za merjenje frekvenčne odvisnosti mehanskih lastnosti kapljevin (reometer) sestavlja ravni razsežni plošči, med katerima je merjena kapljevina. Eno od plošč premo sinusno nihamo v smeri, vzporedni s ploščama, s čimer v kapljevini generiramo periodični strižni tok. Pri strižni obremenitvi nekaterih kompleksnih tekočin z mikroskopsko plastovito strukturo naletimo na zanimiv pojav: pri dovolj močnem strigu se v tekočini iz plasti začnejo oblikovati multilamelarni mehurčki, takojimenovane čebulice. Izračunajte, na kolikšni globini od nihajoče plošče se še tvorijo čebulice. Kritična strižna hitrost, pri kateri se te še tvorijo, je  $70 \text{ s}^{-1}$ . Gostota kapljevine je  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ , viskoznost  $\eta = 0.03 \text{ Pa.s}$ . Plošča niha s frekvenco  $\nu = 500 \text{ Hz}$  in amplitudo  $10 \mu\text{m}$ . Predpostavite, da je razdalja med ploščama velika v primerjavi s strižno vdorno globino.



Mirno in uspešno!