

2. kolokvij

21. april 2006

1. V idealni tekočini se na razdalji d nahajata vzporedni dolgi in ravni vrtnični niti z obtokoma (cirkulacijama) Γ_1 in Γ_2 . Izračunajte njuni hitrosti. S kolikšno hitrostjo se giblje razpolovišče zveznice med nitma in s kolikšno kotno hitrostjo se zveznica vrti? Za izbrani primer skicirajte smeri gibanja in vrtenja.
2. Staranje jedilnega olja zasledujemo s cilindričnim reometrom. Reometer sestavljata koncentrična dolg, vrtljiv valj s polmerom $r_1 = 5$ cm in dolg, fiksen valjast plašč s polmerom $r_2 = 7.5$ cm, med katerima je olje. Notranji valj vrtimo s konstantno kotno hitrostjo $\omega = 0.4 \text{ s}^{-1}$. Izračunajte stacionarni hitrostni profil (hitrost olja v odvisnosti od radija). Namig: odvisno od poti reševanja morda pride prav dobro znana identiteta $\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla^2 \mathbf{v} + \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v})$ ali pa dejstvo, da so zaradi invariantnosti enačbe na skaliranje krajevnih koordinat rešitve potence le-teh. Poskusite izračunati še navor na enoto dolžine, s katerim je treba vrteti notranji valj. Viskoznost svežega olja je $0.09 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Mirno in uspešno!

Če v kartezičnih koordinatah definiramo $v_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$, potem je v cilindričnih

$$\begin{aligned} v_{rr} &= \frac{\partial v_r}{\partial r} \\ v_{\phi\phi} &= \frac{\partial v_\phi}{r \partial \phi} + \frac{v_r}{r} \\ 2v_{r\phi} &= \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} + \frac{\partial v_r}{r \partial \phi} \end{aligned}$$