**B: Matematika 2: 1.izpit**, 20. 6. 2013

Možno je doseči 100 točk. Veliko sreče!

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | $\Sigma$ |

Ime in priimek

Vpisna številka

# Naloga 1 [25 točk]

Naj bosta $A$, $B \in M_3(\mathbb{R})$ neničelni matriki. Dokaži:

1. Če velja $< Ax, x > = < Bx, x >$ za vsak $x \in \mathbb{R}^3$ in sta $A$ in $B$ simetrični matriki, potem velja $A = B$.
2. Poišči taka $A$ in $B$, da bo veljalo $< Ax, x > = < Bx, x >$ za vsak $x \in \mathbb{R}^3$ in $A \neq B$.

## Naloga 2 [25 točk]

Na prostoru vseh polinomov $\mathbb{R}[x] = \{a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n | n \in \mathbb{N}\}$ definiramo metriko

$$d(p, q) = \sum_{i=0}^{n} |a_i - b_i|.$$

Dokaži, da je $d$ metrika. Ali je $(\mathbb{R}[x], d)$ poln metrični prostor? (Odgovor dobro utemelji!)

## Naloga 3 [25 točk]

Naj vektorji $(0, 1, 1)$, $(-1, 1, 1)$ in $(0, 1, -1)$ tvorijo ortonormirano bazo prostora $\mathbb{R}^3$ glede na nek skalarni produkt. Določi bazo ortogonalnega komplementa vektorja $(1, 1, 1)$.

## Naloga 4 [25 točk]

Diagonaliziraj matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$