

Pisni izpit iz Matematike 2
2. september 2012

Priimek in ime: Vpisna št.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. Naj bo V končno razsežen kompleksni vektorski prostor, $a \in V$ neničelen vektor in f linearni funkcional na V . Preslikava $A: V \rightarrow V$ je definirana s predpisom

$$A(x) = x - f(x)a.$$

- (a) Pokaži, da je preslikava A linearna.
(b) Izračunaj determinanto A .

2. Določi vsa kompleksna števila a , za katera se da matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1-a & a & 2-a & 2 \\ -a & 1+a & 3-a & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

diagonalizirati. V teh primerih določi tudi ustrezno diagonalno in prehodno matriko.

3. Naj bosta A in B kvadratni realni matriki velikosti $n \times n$. Matrika A naj bo obrnljiva, matrika B pa neničelna.
- (a) Če je matrika $A + B$ obrnljiva, pokaži, da $BA^{-1}B \neq -B$.
 - (b) Naj bo B matrika ranga 1, to je matrika oblike $B = uv^T$ za ustrezna stolpca $u, v \in \mathbb{R}^n$. Pokaži, da je $BA^{-1}B = -B$ natanko tedaj, ko je $v^T A^{-1}u = -1$.

4. V prostoru $\mathbb{R}_1[x]$ realnih polinomov stopnje največ 1 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1).$$

Linearna preslikava $A: \mathbb{R}_1[x] \rightarrow \mathbb{R}_1[x]$ je dana s predpisom

$$(Ap)(x) = (xp(x))'.$$

Koliko je $A^*(x + 1)$?