

**Pisni izpit iz Matematike 2**  
16. september 2012

---

Priimek in ime: ..... Vpisna št.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

1. V prostoru  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  realnih  $2 \times 2$  matrik sta dana podprostora

$$U = \mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\},$$

$$V_t = \mathcal{L} \left\{ \begin{bmatrix} t & 1 \\ t & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & t-1 \\ 1 & t-2 \end{bmatrix} \right\}.$$

Za katere vrednosti realnega parametra  $t$  je  $U = V_t$ ? Poišči bazi prostorov  $U + V_t$  in  $U \cap V_t$  v odvisnosti od  $t$ .

2. Matriko  $A$  razdelimo na bloke

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}.$$

Če sta matriki  $A$  in  $A_{22}$  obrnljivi, pokaži, da je tudi matrika

$$B = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$$

obrnjljiva.

3. Za linearno preslikavo  $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  velja:

$$A(x + 1) = -2x^2 + x + 3, A(x^2 + 1) = -3x - 3, A(x^2 + x + 1) = x^2 + x + 1.$$

Določi njene lastne vrednosti in lastne vektorje.

4. Naj bo  $P: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  linearna preslikava, podana s pravilom

$$P(x, y, z) = (x, y, 0).$$

Prostor  $\mathbb{R}^3$  opremimo s skalarnim produktom, v katerem je množica  $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$  ortonormirana baza. Glede na ta skalarni produkt določi bazo jedra in bazo slike preslikave  $P^*$  ter  $P^*(3, 2, 1)$ .