**Drugi kolokvij pri Matematiki 2**
3. junij 2013

---

Priimek in ime: ..... Vpisna št.: | | | | | | | | |

---

**1.** Izračunaj determinanto naslednje matrike velikosti $n \times n$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**2.** V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ realnih polinomov stopnje največ 2 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q\rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)\ .$$

Sebi adjungirana preslikava $A\colon\ \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ ima karakteristični polinom enak $(2-\lambda)^2(1-\lambda)$. Lastni podprostor za lastno vrednost 2 je enak jedru preslikave

$$f\colon\ \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}, \quad f(p) = p'(0) + p(1)\ .$$

Napiši matriko za $A$ v standarni bazi $\{1, x, x^2\}$.

**3.** Naj bosta $a$ in $b$ kompleksni števili. Linearni preslikavi $A\colon\ \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ v standardni bazi pripada matrika

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & -b \\ 0 & a & 0 & -b \\ 0 & 0 & a & -b \\ b & b & b & a \end{bmatrix}.$$

(a) Določi lastne vrednosti preslikave $A$.

(b) Za katere pare $a, b \in \mathbb{C}$ je preslikava $A$ unitarna?

**4.** Katero ploskev v prostoru določa enačba

$$x^2 + y^2 + 4z^2 - 14xy + 8xz - 8yz = 24\ ?$$

Čim bolj natančno nariši presek te ploskve z ravnino $z = 0$.