

**Izpit iz Matematike 3**  
5. februar 2014

---

Priimek in ime: ..... Vpisna št.: 

--	--	--	--	--	--	--	--

---

1. Naj bo  $|a| < 1$ . Izračunaj integral s parametrom

$$I(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\left(\frac{1 + a \sin x}{1 - a \sin x}\right) \frac{dx}{\sin x}.$$

2. Izračunaj maso telesa, ki ga v polprostoru  $z > 0$  določata paraboloid

$$2z = x^2 + y^2$$

in sfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3,$$

njegova gostota pa je številsko enaka kvadratu oddaljenosti točke od izhodišča:

$$\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

3. Poišči vse rešitve diferencialne enačbe

$$1 + (y')^2 = 2yy''.$$

Med njimi poišči tiste, ki ustrezajo pogojema

$$y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

4. Poišči Fourierovo vrsto, sestavljeno iz samih sinusov, ki se na intervalu  $(0, \pi)$  ujema s funkcijo  $f(x) = \operatorname{ch} x$ .

Nariši graf vsote te Fourierove vrste na intervalu  $(-2\pi, 2\pi)$ .

Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2k+1}{2k^2+2k+1}.$$