

1. kolokvij iz ANALIZE 2

fizika

22.november 2007

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Stolpec:

1. [25] Žico zvijemo v obliki krožnice z radijem 1 in s središčem v koordinatnem izhodišču. Dolžinska gostota žice v poljubni točki je enaka razdalji točke od premice $x = 2$.

a) [13] Izračunaj maso žice.

b) [12] Izračunaj koordinati težišča žice.

2. [25] Izračunaj fleksijsko in torzijsko ukrivljenost krivulje $\vec{r}(t) = (2t, \ln t, t^2)$ v točki $(x, 0, z)$.

3. [25] Izračunaj integral

$$\iint_{\Omega} \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \, dx \, dy$$

po območju $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$.

4. [25] Dana je funkcija

$$f(z) = \int_0^z \sqrt{x^4 + (z - z^2)^2} dx.$$

- a) [8] Izračunaj $f'(0)$ in $f'(1)$.
b) [17] Dokaži, da je $f(z)$ na $[0, 1]$ monotona:

Nasvet:

- Pametno razdeli interval $[0, 1]$ na dva dela.
- Za dokaz monotonosti si lahko pomagaš z oceno, da je na intervalu $(0, 1)$ vedno $\int_0^z \frac{dx}{\sqrt{x^4 + (z - z^2)^2}} \leq \int_0^z \frac{dx}{z - z^2}$.