

2. kolokvij iz ANALIZE 2

fizika

8. januar 2008

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Stolpec:

- 1.** [25] Razvij funkcijo $f(x) = \sinh x$ na intervalu $[0, \pi)$ v Fourierovo vrsto po samih kosinusih.

- 2.** [25] Naj bo $a > 0$. Določi enačbe krivulj, ki živijo v 1. kvadrantu \mathbb{R}^2 , za katere velja naslednja lastnost: za poljubno točko na krivulji je ploščina trapeza (če le-ta obstaja), določenega s koordinatnima osema, s tangento v izbrani točki in z navpično premico skozi izbrano točko na krivulji, enaka $3a^2$.

- 3.** [25] Reši enačbo $y'' - y = f(x)$, kjer je $y = f(x)$ rešitev rovnega problema $y' = y - y^2$, $y(0) = 1/2$.

4. [25] Dana je družina koncentričnih krožnic $x^2 + y^2 = c^2$. Poišči trajektorije, ki zgornjo družino sekajo pod kotom $\frac{\pi}{4}$ po naslednjih korakih:
- [6] Določi diferencialno enačbo, katere rešitev je zgornja družina krožnic.
 - [7] Označimo z y odvisno spremenljivko pri družini krožnic in z Y odvisno spremenljivko pri trajektorijah. Dokaži, da velja zveza

$$\frac{y' - Y'}{1 + y'Y'} = 1.$$

Nasvet: Pomagaj si s formulo za kot med dvema sekajočima se krivuljama.

- [5] Iz točk a) in b) izpelji, da je trajektorija določena z diferencialno enačbo

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

- [7] Reši diferencialno enačbo

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$