

Domača naloga za poglavje: *Integrali s parametrom, dvojni in trojni integral, linearna regresija*

Obvezne so vse naloge, razen 2,5 ter nalog in točk z \*. Rok oddaje 7.11. 2011.

1. Izračunaj

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x^3| \exp(-x^2) dx.$$

2. Za  $a > 0$  izračunaj

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^4) dx.$$

3. Izračunaj

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^6 x dx.$$

4. Naj bo  $D$  romb z oglišči  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(1, 2)$ .

a) Določi linearno preslikavo  $\vec{T}$ , ki kvadrat  $\Delta = [0, 1] \times [0, 1]$  preslika na  $D$ .

b) Izračunaj

$$\iint_D (x^2 + y^2) dS$$

z vpeljavo novih spremenljivk, tako da prevedeš na integral po  $\Delta$ .

c) Enota v koordinatnem sistemu naj meri 1 dm. Če je ta romb tloris aluminijaste ( $\rho = 2,7 \text{ kg/dm}^3$ ) plošče z debelino 5 mm, ki leži na ravnini  $xy$ , določi vztrajnostni moment plošče okrog osi  $z$ .

d) Določi preslikavo  $\vec{F}$ , ki kvadrat  $\Delta$  preslika na romb z oglišči  $(-1, -1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(0, 1)$ .

5. \* Naj bo  $G$  območje v ravnini med hiperbolama  $xy = 1$  in  $xy = 4$  ter premicama  $y = x$  in  $y = 3x$ .

a) Določi pravokotnik  $\Delta$  in preslikavo  $\vec{T}$ , ki  $\Delta$  preslika na  $G$ . Kaj bosta novi spremenljivki?

b) Od tod izračunaj

$$\iint_G xy dS.$$

6. Imamo homogen elipsoid  $E$ , omejen s ploskvijo  $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$ .
- Skiciraj elipsoid. Ali je neobčutljiv za rotacijo okrog kake osi?
  - Izrazi vztrajnostni moment elipsoida  $E$  okrog osi  $z$  z njegovo maso.
  - \*c) Izračunaj prostornino telesa, ki ga iz  $E$  izreže stožec z enačbo  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z \geq 0$ .
7. Premica  $q$  gre skozi izhodišče in točko  $(2, -1, 2)$ .
- Določi vse ONB za  $q$ .
  - Izračunaj pravokotno projekcijo  $P\vec{r}$  vektorja  $\vec{r} = (x, y, z)$  na  $q$ .
  - Napiši matriko za linearno preslikavo  $P$ .
  - \* d) Naj bo  $\Pi$  ravnina skozi izhodišče, pravokotna na  $q$ . Napiši enačbo za  $\Pi$ . Pokaži neposredno po definiciji, da je  $\vec{r} - P\vec{r}$  pravokotna projekcija vektorja  $\vec{r}$  na  $\Pi$ . Kakšna je torej matrika za pravokotno projekcijo na  $\Pi$ ?
8. Določi najboljšo aproksimacijo v obliki  $f(x) = ax + b/x$  za podatke:  $x_1 = 1, y_1 = 13, \quad x_2 = 2, y_2 = 11, \quad x_3 = 4, y_3 = 14$ .