

Domača naloga 1 za poglavje:
Navadne DE

Obvezne so vse naloge razen nalog in točk z *. Odgovore dvakrat podčrtaj.
Rok oddaje: 8.12.

1. Reši diferencialne enačbe:

a) $xy' = 3x^2 + y$;

b) $y' = (x - y)^3 + 1$; (Uvedi primerno novo spremenljivko.)

*c) $(x - y)y' + 3x + y = 0$;

f)

$$\frac{y - 3x^2}{y^4}y' + \frac{2x}{y^3} = 0$$

pri pogoju $y(1) = 1$.

2. * Z uporabo integracijskega faktorja reši enačbo

$$(y^2 + x + y)y' + 2xy^2 - y = 0.$$

3. Določi ortogonalne trajektorije k družini krivulj $y = Ce^{-x}$.

4. Imamo DE

$$y' = \frac{1}{5}(x^2 + y^2).$$

a) Nariši polje smeri za to DE in skiciraj graf rešitve, če je začetni pogoj $y(-1) = 0$.

b) Ali eksistenčni izrek zagotavlja rešitev na intervalu $[-1, 2]$? Če je odgovor pritrđen (utemelji), oceni, kje leži graf rešitve na tem intervalu.

5. *Diferencialna enačba $xy'' + 2y' - xy = 0$ ima rešitev

$$y_1 = \frac{e^x}{x}. \text{ Določi splošno rešitev.}$$

6. Reši DE:

a) $y'' - 2y' + 5y = x$;

b) $y'' + 6y' + 9y = 1 + 2 \exp(-3x)$;

c) $y'' + y = \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$;

d) $y'' + 4y' + 4y = x \exp(-2x)$.

7. Reši DE:

a)

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x};$$

b) $y'' + y = x \sin x$.

8. *Reši DE:

a) $\exp(y') - xy' + y = 0$;

b)

$$3y' + xy = \frac{x}{y^2};$$

9. *Imamo diferencialno enačbo $y' = y$, $y(0) = 1$.

a) Po Eulerjevi metodi s korakom $\frac{1}{n}$ izračunaj približek za $y(1)$. Izračunaj ta približek za:

b) $n = 10$;

c) $n = 1000$.