# Matematika 4
## 1. pisni izpit
## 24. 6. 2014

1. [25] Z Laplacevo transformacijo poišči tisto rešitev NDE
$$y'' + 3y' + 2y = 2t^2 + 1,$$
ki zadošča pogojem $y(0) = 4, y'(0) = -3$.

2. [25] Med funkcijami, ki ustrezajo pogojema $y(0) = 0, y(1) = 1$, poišči ekstremale funkcionala
$$\Phi[y] = \int_0^1 y'^2 (1-y)^2 \, dx.$$

3. [25] S Frobeniusovo metodo poišči eno netrivialno rešitev naslednje diferencialne enačbe
$$zy'' + 4y' - zy = 0.$$
Rešitev zapiši v obliki potenčne vrste.

   Če želiš, za dodatnih 5 točk rešitev zapiši kot elementarno funkcijo.

4. [25] Reši naslednjo nalogo za $u(x,t)$:
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{4u}{x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + x^2, \quad x \in (0,1), t > 0,$$
$$u(1,t) = 0, \quad u(x,t) \,\text{omejena v okolici}\, x = 0, \quad t > 0,$$
$$u(x,0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0, \quad x \in [0,1].$$

   *Pomoč:*
$$(x^\nu J_\nu(x))' = x^\nu J_{\nu-1}(x)$$
$$\int x J_\nu^2(bx) dx = \frac{1}{2}\left(x^2 J_\nu'^2(bx) + (x^2 - \nu^2/b^2) J_\nu^2(bx)\right) + C$$