

1. a) Kaj je izoperimetrični problem v variacijskem računu (v širšem smislu)? Kako se lotimo reševanja?
b) Navedi primer izoperimetričnega problema in rešitev.
c) Kaj je vezani ekstrem v variacijskem računu? Kako se lotimo reševanja?
d) Navedi primer vezanega ekstrema.
2. a) Kako in za kakšne funkcije je definirana konvolucija na \mathbb{R} ?
b) Kakšne so lastnosti konvolucije? Ali ima konvolucija enoto (natančno in morda v bolj ohlapnem smislu)?
c) Koliko je Fourierova transformiranka konvolucije? Kako smo to dokazali?
3. a) Kdaj ima analitična funkcija f v točki a ničlo stopnje n ? Kakšen je potem Taylorjev razvoj za f okrog a ? Kako lahko v tem primeru zapišemo f kot produkt dveh faktorjev?
b) Kaj od tod velja za ničlo n -te stopnje analitične funkcije in kako to dokažemo?
c) Funkcija f je analitična na območju D in ima na njem ničlo neskončne stopnje. Kaj od tod sledi za f ? Kaj lahko torej povemo za ničle nekonstantne analitične funkcije na D ?
d) Če sta funkciji f in g analitični na območju D in se ujemata
*e) Zapiši izrek o odprti preslikavi in princip maksima.
4. a) Kaj je izolirana singularna točka funkcije f ?
b) Kakšne tipe izoliranih singularnih točk poznamo in kako so definirani? Kakšno je vedenje funkcije v bližini take točke?
Določi in klasificiraj singularne točke za $f(z) =$:
c) $z^{-3}(\sin z - z)$;
d) $\sin(z^{-2})$;
e) $z^{-3} \cos z$. V tem zadnjem primeru določi še residuum v singularni točki.

5. a) Napiši Legendrov diferencialni operator. Na katerem intervalu in zakaj je simetričen? Kakšne so lastne vrednosti? Kaj so ustrezne lastne funkcije?
- b) Napiši Rodriguovo formulo za Legendrove polinome. Koliko je vrednost Legendrovih polinomov v 1?
- c) *Koliko je $\|P_n\|_2$? Izračunaj $\|P_5 + P_9\|_2$ ali to vsaj izrazi s $\|P_5\|_2$ in $\|P_9\|_2$.
- d) Naj bo $\{Q_n | n \in \mathbb{N}\}$ zaporedje polinomov, ortogonalnih na intervalu $[a, b]$. Pri tem naj ima Q_n stopnjo n . Kaj lahko rečemo o polinomih Q_n in njihovih ničlah? (Povedali smo tri izreke.) Kaj to pomeni za Legendrove polinome?