

Primeri teoretičnih vprašanj iz Matematike 4 za fizike

1. Kaj je izoperimetrični problem v variacijskem računu? Kako se lotimo reševanja? Navedi primer izoperimetričnega problema.
2. a) Kako in za kakšne funkcije je definirana Fourierova transformacija? Kakšne so lastnosti transformiranke (vedenje v neskončnosti itd.)
b) Napiši formulo za inverzno transformacijo.
c) Kakšna je Fourierova transformiranaka odvoda funkcije?
d) Ali ima Fourierova transformacija kako lastno funkcijo?
e) Napiši Parsevalovo formulo za Fourierovo transformacijo.
3. a) Napiši Cauchy-Riemannov sistem enačb za holomorfnu funkcijo f . Kaj od tod sledi (če še enkrat odvajamo) za realni in imaginarni del analitične funkcije?
b) Napiši Cauchyjevo formulo za funkcijo f , holomorfnu na krogu. Kako od tod izpeljemo razvoj funkcije v potenčno vrsto znotraj kroga?
c) Napiši splošno Cauchyjevo formulo. Kaj je ovojno število?
4. a) Kaj je izolirana singularna točka analitične funkcije f ?
b) Kakšne tipe izoliranih singularnih točk poznamo in kako so definirani? Kakšno je vedenje funkcije v bližini take točke?
Klasificiraj singularne točke za $f(z) =$:
c) $z^{-2}(e^z - 1 - z)$;
d) $\exp(z^{-3})$;
e) $z^{-2}e^z$.
5. a) Kaj je izolirana singularna točka analitične funkcije f ?
b) Kako je definiran residuum funkcije f v izolirani singularni točki za f ?
Določi residuum funkcije $f(z) =$:
d) $1/\sin(2z)$ v $z = 0$;
e) $z^{-2}e^z$ v $z = 0$.
e) Napiši izrek o residuih.

6. a) Napiši Besselovo DE. Kakšna je splošna rešitev?
 b) Kje je definirana Besselova funkcija? Kaj velja za Besselove funkcije s celim indeksom in kakšna je rodovna funkcija zanje?
 c) Ali je Neumannova funkcija omejena? V kateri točki je problem?
7. Imamo linearni diferencialni operator drugega reda, definiran na (podprostoru v) $C^2[a, b]$.
 a) Kdaj je ta operator simetričen? Navedi tri situacije, v katerih je to res.
 b) Kaj velja za lastne vrednosti in lastne funkcije simetričnega operatorja in kako to dokažemo?
 *c) Kaj je regularni Sturm-Liouvillov problem in kaj lahko povemo v tem primeru?
8. Napiši valovno enačbo za neskončno struno. Kakšna je d'Alembertova rešitev? Kako upoštevamo robne pogoje?
9. a) Napiši Legendrov diferencialni operator. Na katerem intervalu in zakaj je simetričen? Kakšne so lastne vrednosti?
 b) Napiši Rodriguovo formulo za Legendrove polinome. Koliko je vrednost Legendrovih polinomov v 1?
 c) Kaj lahko rečeš o polinomih, ortogonalnih na intervalu $[a, b]$ in njihovih ničlah? Kaj to pomeni za Legendrove polinome?
 d) Denimo da je $f \in L^2[-1, 1]$ in $\int_{-1}^1 f(x)P_n(x) dx = 0$ za $n = 0, 1, 2, \dots$ Kaj lahko rečeš o funkciji f ?
10. Napiši drugo Greenovo formulo. Kako iz nje dobimo tretjo Greenovo formulo? Določi divergenco polja točkastega naboja.