Ime in priimek: ______________________ Vpisna št: | | | | | | | | |

Predavalnica: __________ Vrsta: __________ Kolona: __________

1: _____ 2: _____ 3: _____ 4: _____ Skupaj: __________

1. kolokvij iz MATEMATIKE 4

Fizika – univerzitetni študij
12. april 2013

Čas reševanja je **90 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

1. [25] Poišči ekstreme funkcionala

$$F(y) := \int_0^1 y(x)\; dx,$$

na prostoru gladkih funkcij $y\colon [0,1] \to \mathbb{R}$, ki zadoščajo pogojema $y(0) = 0$ in $\int_0^1 (y'(x))^2\, dx = 2$.

2. [25] Poišči funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, ki rešijo integralsko enačbo

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t-x)f(x)\ dx = e^{-t^2}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Nasvet: Fourierjeva transformacija.

3. [25] Naj bo f analitična funkcija na $\mathbb{C}$. Označimo $u := \mathrm{Re}(f)$ in $v := \mathrm{Im}(f)$. Denimo, da obstajajo konstante $a, b, c \in \mathbb{R}$, a, b nista obe 0, tako da velja $au(x, y) + bv(x, y) + c = 0$ za vse $z = x + iy \in \mathbb{C}$. Določi funkcijo f.

4. [25] Na prostoru funkcij $u(x,t)\colon [0,\pi]\times[0,\infty)\to\mathbb{R}$, je dana parcialna diferencialna enačba

$$u_{tt}=u_{xx},\quad u(0,t)=0,\quad u(\pi,t)=\sin\frac{t}{2},\quad u(x,0)=\sin x,\quad u_t(x,0)=\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}.$$

a) [12] Določi $\alpha(x)$, da bodo po uvedbi nove spremenljivke $w=u-\alpha(x)\sin\frac{t}{2}$ tako robni pogoji za w kot tudi enačba za w homogeni.

b) [13] Izračunaj w in nato še u.