

3. kolokvij iz ANALIZE 2

fizika

24. marec 2005

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Stolpec:

1. [25] Z Laplaceovo transformacijo reši diferencialno enačbo

$$y^{(6)} - 2y^{(3)} + y = 0$$

z začetnimi pogoji

$$y^{(5)}(0) = y^{(2)}(0) = 1,$$

$y(0)$ in vsi ostali odvodi med 0 in 6 pa so v 0 enaki 0.

2. [25] Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poišči splošno rešitev sistema linearnih diferencialnih enačb $\dot{x} = Ax$.

3. [25] Izračunaj pretok vektorskega polja $F(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$ skozi plašč stožca z enačbo $x^2 + y^2 = z^2$, ($0 \leq z \leq h$) navzven.

4. [25] Napeta struna ($0 < x < \ell$) nosi v točki $x = c$, $0 < c < \ell$, točkasto maso m_0 . Struna ima linearno gostoto ρ in jo napenja sila T . Struna je v krajiščih vpeta.

- (a) [10] Dokaži, da je nihanje strune opisano z

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad v^2 = \frac{T}{\rho},$$

$x \rightarrow u(x, t)$ zvezna, u_x, u_{xx} odsekoma zvezni,

$$u(0, t) = 0,$$

$$u(\ell, t) = 0,$$

$$u_x(c+0, t) - u_x(c-0, t) = \frac{m_0}{T} u_{tt}(c, t).$$

- (b) [15] Poišči enačbo, ki ji zadoščajo lastne frekvence takšne strune!