4. kolokvij iz ANALIZE 2, fizika, 4. junij 2009

Vpisna številka: | | | | | | | | | Vrsta: ____________

Ime in priimek: ______________________________ Stolpec: ____________

1. [25] Obravnavaj toplotno (difuzijsko) enačbo

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{4}\frac{\partial u}{\partial t} \tag{$*$}$$

na tanki končni palici dolžine 1, pri kateri na enem koncu vzdržujemo temperaturo 0, drugi konec pa je izoliran:

$$u(0,t) = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial x}(1,t) = 0. \tag{$\dagger$}$$

(a) Zapiši splošno rešitev enačbe $(*)$.

(b) Izračunaj rešitev enačbe $(*)$ pri danem začetnem pogoju $u(x,0) = 2x - x^2$.

2. [25] Naj H_n označuje n-ti Hermitov polinom.

(a) Zapiši H_n' kot linearno kombinacijo Hermitovih polinomov.

(b) Naj bo u gladka funkcija in naj bo

$$Au = x^2 u'' + xu' + u.$$

Zapiši $A(H_n)$ kot linearno kombinacijo Hermitovih polinomov.

3. [25] S pomočjo primernega nastavka poišči dve linearno neodvisni rešitvi enačbe okrog točke 0

$$2x^2y'' + (3x - 2x^2)y' - (x+1)y = 0\,.$$

4. [25] Določi ekstremale funkcionala

$$I(y) = \int_0^1 (y^2 + y'^2 + 2ye^x)\,dx$$

pri robnih pogojih $y(0) = 2$, $y(1) = 1$.

4. kolokvij iz ANALIZE 2, fizika, 4. junij 2009

Vpisna številka: | | | | | | | | |

Vrsta: ____________

Ime in priimek: ________________________

Stolpec: ____________

Uporabne enakosti:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} e^{-x^2}$$

$$2xH_n(x) = H_{n+1}(x) + 2nH_{n-1}(x)$$

$$\int x\sin(ax)\,\mathrm{d}x = -\tfrac{1}{a}x\cos(ax) + \tfrac{1}{a^2}\sin(ax)$$

$$\int x^2\sin(ax)\,\mathrm{d}x = -\tfrac{1}{a}x^2\cos(ax) + \tfrac{2}{a^2}x\sin(ax) + \tfrac{2}{a^3}\cos(ax)$$