

4. kolokvij iz ANALIZE 2

fizika

19.maj 2005

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Stolpec:

1. [25] Dani sta funkciji

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{za } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{za } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) [5] Izračunaj Fourierjevo transformacijo funkcije f ;
(b) [12] Dokaži, da je $f * f = g$;
(c) [8] Izračunaj Fourierjevo transformacijo funkcije g .
Nasvet: pomagaj si s točko (b).

2. [25] Dokaži, da je

$$\int_0^\infty \frac{\sin(ax)}{x} \mathcal{J}_0(x) dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{če je } a \geq 1 \\ \arcsin(a) & \text{če je } |a| \leq 1 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{če je } a \leq -1 \end{cases}$$

Nasvet: uporabi integralsko reprezentacijo.

3. [25] Poišči vsaj eno netrivialno rešitev diferencialne enačbe

$$zw'' + w' + zw = 0$$

v okolici 0. S kakšnim nastavkom bi dobili še drugo linearno neodvisno rešitev te enačbe v okolici 0?

4. [25] Naj bo $a > 1$. S pomočjo kompleksne integracije izračunaj integral

$$\int_0^\pi \frac{d\varphi}{a + \cos(\varphi)}.$$