

4. kolokvij iz ANALIZE 2

fizika

21. maj 2008

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Stolpec:

1. [25] S pomočjo rodovne formule izpelji formulo za Hermiteove polinome s polovičnim argumentom. Natančneje, za poljuben $n \in \mathbb{N}$ pokaži, kako se $H_n(x/2)$ izraža s pomočjo $H_k(x)$ ter x^k . Najdi še eksplicitno izražavo (linearno kombinacijo) polinoma $H_2(x/2)$ s polinomi $H_k(x)$.

2. [25] Poišči ekstremalo funkcionala

$$I(y) = \int_0^{\pi/2} [y^2 + 2xyy' + (1 + \cos x)y'^2] dx ,$$

ob robnih pogojih $y(0) = 3$, $y(\pi/2) = 2$.

3. [25] Dokaži enakost

$$(1 - x^2)^2 P_n'' = n(n - 1)(n + 1)(n + 2) \int_1^x dy \int_1^y P_n(t) dt$$

za Legendrove polinome. Nasvet: Uporabi linearne diferencialne enačbe, katere rešitve so Legendrovi polinomi, za znižanje reda odvoda.

4. [25] Dan je enotski valj (plašč) z enačbo $x^2 + y^2 = 1$.

- a) [13] Parametrizacija krivulje na valju je enolično določena s parametrizacijo polarnega kota $\varphi(t)$ in koordinate $z(t)$, $t \in [a, b]$ v cilindričnem koordinatnem sistemu. Pokaži, da je dolžina take krivulje enaka

$$\int_a^b \sqrt{(\varphi')^2 + (z')^2} dt$$

- b) [12] Izračunaj razdaljo (na valju) med točkama $(1, 0, 0)$ in $(0, 1, 1)$.
Nasvet: razdalja med poljubnima točkama na valju je ravno dolžina najkrajše poti med izbranimi točkama.