

# 1. kolokvij iz Matematične fizike II

## (12.12.2014)

1. Dolgo gorilno palico s kvadratnim presekom in dolžino stranice  $l$ , toplotno prevodnostjo  $\lambda$ , specifično toploto  $c_p$  in gostoto  $\rho$  hladimo z vodo s konstantno temperaturo. Po območju znotraj centriranega kvadrata s stranico  $\frac{l}{2}$  je homogeno porazdeljen sevalec, tako da je volumska gostota toplotnih izvorov na tem območju enaka  $q$  [ $\frac{W}{m^3}$ ]. Kolikšna je lahko maksimalna temperatura okoliške vode v stacionarnem stanju, preden se prične palica taliti v središču? Temperatura tališča palice je  $T_c$ . (Pri računanju temperature, lahko upoštevaš le tri največje neničelne člene v vrsti.)

(Dodatno vprašanje) V reaktorju je prišlo do nesreče in je odtekla vsa hladilna tekočina. Oцени, kako hitro narašča temperatura znotraj palice po dolgem času. Predpostavi, da je palica idealno izolirana.

2. Dve enaki struni dolžine  $a$  in z dolžinsko gostoto  $\rho_l$  sta napeti s silo  $F_0$  med stenama ena nad drugo. Struni sta med seboj po celotni dolžini povezani z elastikami, tako da je gostota sil na mestu  $x$  enaka  $\pm\alpha(u_1(x, t) - u_2(x, t))$ , kjer sta  $u_1(x, t)$  in  $u_2(x, t)$  odmika strun. Odmiki so majhni in zanima nas le nihanje v ravnini, v kateri struni ležita.
  - a) Zapiši enačbi sistema.
  - b) Uporabi nastavek  $u_1(x, t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \sin(\frac{n\pi x}{a})T_{1,n}(t)$  in  $u_2(x, t) = \sum_{m \in \mathbb{N}} \sin(\frac{m\pi x}{a})T_{2,m}(t)$  in poišči enačbe za  $T_{1,n}(t)$  in  $T_{2,m}(t)$ .
  - c) Reši dobljene enačbe oziroma poišči rešitev problema za splošne začetne pogoje.
  - d) Ob času  $t = 0$  struni mirujeta in sta oblike  $u_1(x, 0) = 2A \sin(\frac{8\pi x}{a})$ ,  $u_2(x, 0) = A \sin(\frac{8\pi x}{a})$ . Po kolikšnjem najkrajšem času se nahaja sistem v istem stanju kot je bil na začetku, če je  $\alpha = 4\rho_l(\frac{8\pi c}{a})^2$ ?