

## 2. kolokvij iz Matematične fizike II (3.2.2015)

1. Napravimo preprost model planeta. Planet naj bo sfera, ki sestoji iz notranjega dela oziroma jedra z radijem  $R_1$ , ki oddaja moč  $P_1$ , in homogene ovojnice z zunanjim radijem  $R_2$ , gostoto  $\rho$ , specifično toploto  $c_p$  in prevodnostjo  $\lambda$ . O porazdelitvi toplotnih izvorov znotraj jedra vemo le, da je ta sferno simetrična. Planet si izmenjuje energijo z okolico samo preko sevanja. Planet in okolica sevata kot črno telo.
  - a) Zapiši enačbo in robne pogoje, ki jim zadošča temperatura ovojnice (območje med  $R_1$  in  $R_2$ )  $T(r, t)$ , pri čemer naj bo temperatura okolice  $T_0(t)$ .
  - b) Poišči stacionarni temperaturni profil ovojnice  $T_s(r)$ , če je temperatura okolice konstantna  $\tilde{T}_0$ . (Namig: Ustrezno enačbo lahko rešiš z integracijo)
  - c) Predpostavimo, da se temperatura okolice spreminja kot  $T_0(t) = \tilde{T}_0 + \Delta T_0 \exp(-i\omega t)$ . Izračunaj kako se s časom spreminja temperatura ovojnice  $T(r, t)$ , za majhno amplitudo nihanja temperature okolice  $\Delta T_0 \ll \tilde{T}_0$ , ki povzročajo le majhne odmike od stacionarnega stanja,  $T(r, t) = T_s(r) + \tilde{T}(r, t)$ , z  $\tilde{T}(r, t) \ll T_s(r)$ . Upoštevaj le linearne člene v majhnih količinah. (Namig: Robni pogoji in ustrezna enačba se poenostavijo, če upoštevaš, da stacionarne rešitve zadoščajo stacionarnim enačbam)
2. Obravnavaj harmonično zvočno valovanje s frekvenco  $\omega$ , ki ga oddaja tanka žica dolgega daljnovoda. Zemljo nad katero je napeljan daljnovod aproksimiramo z neskončno razsežno trdo ploščo. Če prostora ne bi omejevala Zemlja, bi bil hitrostni potencial, ki bi ga generiral izvor enak  $\phi(\vec{r}, t) = -\frac{i\alpha}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{d}|) \exp(-i\omega t)$ , kjer vektorja  $\vec{r}$  in  $\vec{d}$  ležita v prečni ravnini, in označuje  $\vec{d}$  lego žice daljnovoda glede na izhodišče.  $d$  naj bo dolžina vektorja  $\vec{d}$ . Kolikšnja je amplituda potenciala  $\alpha$ , če je izsevana moč na dolžinsko enoto daljnovoda enaka  $p$ . Gostota zraka je  $\rho$ , hitrost zvoka v zraku je  $c$ . V pomoč sta ti lahko naslednja izraza:

$$H_0^{(1)}(x) \asymp \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp(ix - i\frac{\pi}{4}); \int_0^\pi \cos(x \sin(y)) dy = \pi J_0(x).$$