

## Vaje 2: problem dveh teles/elipsa

1. Komet se giblje okoli Sonca po eliptičnem tiru. V periheliju je od Sonca oddaljen 0.3 AU, v afeliju pa 5.2 AU. V kolikšnem času komet naredi en obhod? Kolikšna bi morala biti hitrost kometa v afeliju, da bi bil tir krožen? Kolikšna bi morala biti najmanjša hitrost kometa, da uide iz Sončevega sistema?
2. Satelit z maso  $m_s$  se nahaja v krožni orbiti na višini  $r_0$  nad Zemljo. Kolikšna je orbitalna hitrost satelita? Satelitu spremenimo orbito v eliptično tako, da za kratek čas prižgemo motorje v smeri gibanja in tako povečamo tangencialno hitrost satelita. Razdalja apogeja je na trikratni razdalji perigeja. Kolikšna je hitrost v trenutku, ko ugasnemo motorje? Privzemi, da je masa Zemlje veliko večja od mase satelita in da je radij Zemlje enak  $R_z$ .
3. Satelit za opazovanje Lune mase  $m_s$  je vtirjen v krožno orbito okoli Lune na radiju  $R_0 = 1.5R_L$ . Da bi popravili okvaro na satelitu v orbito pošljemo robota z maso  $m_r$ . A zaradi napake v računu se robot giblje v nasprotni smeri gibanja satelita. Satelit in robot se zaletita in sprimeta v neuporabno gmoto. Kolikšno maso ima še lahko robot (v enotah  $m_s$ ), da gmota ne trešči na Luno? Luna ima radij  $R_L$  in maso  $M_L$ . Privzemi, da je trk satelita in robota popolnoma neprožen.
4. Naj bosta  $\hat{\mathbf{r}}$  in  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  enotska vektorja v smeri  $\mathbf{r}$  in normale. Pokaži, da komponenti hitrosti in pospeška v polarnih koordinatah zapišemo kot:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_\theta = \dot{r}\hat{\mathbf{r}} + r\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

Z uporabo drugega Keplerjevega zakona pokaži, da lahko pri problemu dveh teles komponente hitrosti v poljubni točki na stožnici zapišemo kot:

$$v_r = \frac{\mu}{L}GM e \sin \theta$$

$$v_\theta = \frac{\mu}{L}GM(1 + e \cos \theta),$$

kjer je  $e$  ekscentričnost,  $L$  vrtilna količina,  $\mu$  reducirana masa in  $M$  skupna masa sistema.

5. [Domača naloga] Vesoljska ladja se giblje po krožnem tiru s polmerom 1 AU. Za kratek čas vključimo motorje v smeri, nasprotni kroženju ladje. Za koliko moramo zmanjšati hitrost ladje, da bo za obhod Sonca potrebovala pol leta? Kolikšna je v tem primeru najmanjša razdalja do Sonca? Masa Sonca je enaka  $2 \times 10^{30}$  kg.