

2. IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD-FIZIKI
31.8.2010

1. Matrika $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je zgornja Hessenbergova, če je $a_{ij} = 0$, za $j < i - 1$. Zapišite **učinkovit** algoritem za LU razcep take matrike. Kolikšen je red velikosti števila potrebnih operacij (utemeljite)?
2. Izvajate iteracijo $x_{r+1} = g(x_r)$, $r = 0, 1, \dots$, kjer je

$$g(x) = \frac{(x+1)e^{-x} + 1}{e^{-x} + 2}.$$

- a) Preverite, da je negibna točka funkcije g ravno rešitev enačbe $e^{-x} = 2x - 1$.
 - b) Določite red konvergence zgornje iteracije k α .
 - c) Izračunajte α na dve mesti natančno.
3. Dana je simetrična tridiagonalna matrika

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte Sturmovo zaporedje za matriko A in določite število lastnih vrednosti na intervalu $[0, 3]$.

4. Delec se giblje v ravnini, njegovo sled pa opisuje krivulja $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$. Za pospešek delca velja $\ddot{\mathbf{r}} = (x, \sin y)$. Vemo, da je $\mathbf{r}(0) = (0, 0)$ in $\dot{\mathbf{r}}(0) = (1, 1)$. Določite položaj delca ob času $t = 0.5$ z Eulerjevo metodo s korakom $h = 0.5$.

Nasvet: Zapišite zgornjo diferencialno enačbo drugega reda kot sistem štirih diferencialnih enačb prvega reda.

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov formata A4 in kalkulatorja.