

3. IZPIT IZ NUMERIČNIH METOD–FIZIKI
13.9.2010

1. Izračunajte razcep Choleskega za matriko

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 19 \end{bmatrix}.$$

2. Ničlo nelinearne funkcije $f(x) = \log x + x$ iščete z navadno iteracijo $x_{r+1} = g(x_r)$, $r = 0, 1, \dots$

a) Izberite funkcijo g tako, da bo navadna iteracija konvergirala k ničli funkcije f z redom konvergence 2. Red konvergence utemeljite!

(a) Izračunajte ničlo funkcije f na tri decimalna mesta natančno.

3. Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 7 \\ x_1 + x_2 &= 0 \\ x_1 - x_2 &= b_3. \end{aligned}$$

a) Koliko je

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} \|A\mathbf{x} - (7, 0, 0)^T\|_2?$$

b) Poiščite tak b_3 , da bo

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} \|A\mathbf{x} - (7, 0, b_3)^T\|_2 = 0.$$

4. Rešujete začetni problem $y'' = xy$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. Z implicitno metodo

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}(f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1}))$$

za sistem diferencialnih enačb prvega reda, določite približke za $y(0.2)$, $y'(0.2)$ in $y''(0.2)$, če je $h = 0.2$.