

2. IZPIT IZ VERJETNOSTI V FIZIKI  
29. 3. 2012

- Napetost  $U$  v električnem vezju opišemo z gaussovsko porazdeljeno naključno spremenljivko s povprečjem nič in varianco  $10^{-8}$ . Izračunaj verjetnost, da  $U$  preseže vrednost  $10^{-4}$  in verjetnost, da izmerimo  $-2 \cdot 10^{-4} \leq U \leq 10^{-4}$ . Ob pogoju, da je  $U$  pozitivna, kolikšna je (*pogojna*) verjetnost, da  $U$  preseže vrednost  $10^{-4}$ ? Izračunaj še pričakovano vrednost  $|U|$ . Pomagaš si lahko s spodnjo tabelo, ki ustreza normalni porazdelitvi.

$x$	1	1.64	1.96	2	2.58	7.13
$P(N(0, 1) > x)$	15.9%	5%	2.5%	2.27%	0.5%	$5 \times 10^{-13}$
$P( N(0, 1)  > x)$	31.7%	10%	5%	4.55%	1%	$10^{-12}$

- Diskretni naključni spremenljivki  $X$  in  $Y$ , ki lahko zavzameta samo celoštevilske vrednosti, imata porazdelitev verjetnosti

$$P_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x + y) & ; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y \leq 2, \\ 0 & ; \quad \text{sicer}. \end{cases}$$

Izračunaj pričakovano vrednost in varianco vsote spremenljivk  $X + Y$  in ugotovi, ali sta spremenljivki  $X$  in  $Y$  statistično neodvisni ali ne.

- Računalniški disk krmili pet elementov ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ). Čas do nepopravljive napake v vsakem elementu je porazdeljen eksponentno, s posamezno časovno konstanto  $\lambda_i$ . Disk deluje, dokler sočasno delujejo elementi 1, 2 in 3, elementi 3, 4 in 5, ali pa vseh pet elementov naenkrat. Kako dolgo po proizvodnji diska smemo pričakovati, da disk še deluje brez napake?
- Izračunaj verjetnost, da ima naključno izbranih  $n$  ljudi (denimo  $n = 10$ ) natančno  $n$  različnih rojstnih dni. (Vsi rojstni dnevi so enako verjetni in leto ima 365 dni.) Izračunaj tudi tisto število ljudi  $n$ , pri katerem bo verjetnost, da imajo različne rojstne dneve, manjša od  $1/2$ . Pomagaš si lahko s formulami

$$\log(1 - x) = - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i}, \quad -1 \leq x < 1,$$

ter

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$