

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Verjetnost v fiziki 2012/13 — tutorstvo #4

KOMBINIRANA VERJETNOST, DIRACOVA DELTA

Avtorja: Peter Ferjančič, Boštjan Kokot

Mentor: izr. prof. dr. Simon Širca

7. november 2012

1 Ionizacijski detektor - sevanje tanke plasti radioaktivnega elementa

Zgled je vzet iz knjige I. Kušcer, A. Kodre: *Matematika v fiziki in tehniki* (DMFA - založništvo, Ljubljana, 2006), s str. 279-280.

Ionizacijski detektor je zgrajen kot ploščni kondenzator. Plošči kondenzatorja sta veliki v primerjavi z razmikom med ploščama h . Na spodnjo elektrodo nanese plast radioaktivne snovi, ki seva delce alfa z energijo W_0 . Delci se v plinu med elektrodama zavirajo (izgubljajo energijo). Nekateri dosežejo elektrodo, tisti, ki ob rojstvu odletijo pod prevelikim kotom, pa v plinu izgubijo vso energijo in elektrode ne dosežejo nikoli. Dolžino neoviranega preleta imenujemo doseg; njegova odvisnost od začetne energije je $R = kW_0^{3/2}$.

Vsak delec sproži v priključeni števeni napravi signal, katerega jakost (napetostni sunek) je sorazmerna z energijo, ki jo delec alfa izgubi v plinu. Števena naprava ureja sunke po njihovi jakosti. Kakšna je dobljena porazdelitev (spekter) sunkov?

2 Kombinirana verjetnost 1

Dana je funkcija kombinirane verjetnostne gostote $f(x, y) = 2e^{-x}e^{-2y}$, ko je $0 < x < \infty$ in $0 < y < \infty$. Povsod drugod je $f(x, y) = 0$.

- (i) Poišči $P(x > 1, y < 1)$.
- (ii) Poišči $P(x < y)$.
- (iii) Poišči $P(x < a)$.
- (iv) Poišči $f_1(x)$ in $f_2(y)$. Ali sta spremenljivki x in y neodvisni?

3 Kombinirana verjetnost 2

Dana je funkcija kombinirane verjetnostne gostote $f(x, y) = 2$, ko je $0 < x < y$ in $0 < y < 1$. Povsod drugod je $f(x, y) = 0$.

- (i) Skiciraj območje funkcije v ravnini xy .
- (ii) Poišči $f_1(x)$.
- (iii) Poišči $f_2(y)$.
- (iv) Ali sta x in y neodvisni spremenljivki?

4 Kombinirana verjetnost 3

Dana je funkcija kombinirane verjetnostne gostote $f(x, y) = \frac{6}{7}(x^2 + \frac{xy}{2})$, ko je $0 < x < 1$ in $0 < y < 2$. Povsod drugod je $f(x, y) = 0$.

- (i) Preveri, ali je funkcija f pravilno normirana.
- (ii) Izračunaj $f_1(x)$.
- (iii) Izračunaj $f(x > y)$.
- (iv) Dodatna naloga (DN): poišči $f(u) = f(x + y)$. (Podobna naloga kot na predavanjih).
 - Namig 1: Vzemi $u = x + y$ in $v = x$.
 - Namig 2: Ne pozabi na Jacobija.
 - Namig 3: Razdeli integracijsko območje na tri dele.