

## Prenos toplote

### Gostota toplotnega toka $\dot{q}$ [ $W/m^2$ ]

Fourierov zakon prevoda toplote v trdninah  $\dot{q} = -\lambda \nabla T$

Konvekcija med trdnino in fluidom  $\dot{q} = \alpha(T_{st} - T_{\infty})$

Prenos toplote s sevanjem  $\dot{q} = \varepsilon \sigma(T_{st}^4 - T_p^4)$

### Energijska bilanca (energijski tok $\dot{E}$ [W])

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = mc_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

### Prenos toplote v kartezičnem koordinatnem sistemu

Difuzija toplote v kartezičnih koordinatah

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_V = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Za konstanten  $\lambda$

$$\lambda \nabla^2 T + \dot{Q}_V = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Toplotna upornost v sestavljeni ravni steni (1D)

$$R_t = \frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot A_1} + \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{\lambda_i A_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot A}$$

Analogija z Ohmovim zakonom za el. upornost

$$\Delta T = \frac{\dot{Q}}{k \cdot A} = \dot{Q} \cdot R_t \qquad \Delta U = I \cdot R_{el}$$

## Prenos toplote v cilindričnih koordinatah

Difuzija toplote v cilindričnih koordinatah

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_V = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Gostota toplotnega toka v cilindričnih koordinatah

$$\dot{q}_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \quad \dot{q}_\theta = -\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad \dot{q}_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

Toplotna upornost skozi stene valja

$$R_t = \frac{1}{\alpha_1 \cdot 2\pi R_1 L} + \frac{\ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)}{\lambda_1 2\pi L} + \frac{\ln \left( \frac{R_3}{R_2} \right)}{\lambda_2 2\pi L} + \dots + \frac{1}{\alpha_2 \cdot 2\pi R_n L}$$

## Prenos toplote v sferičnih koordinatah

Difuzija toplote v krogli

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{Q}_V = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Gostota toplotnega toka v sferičnih koordinatah

$$\dot{q}_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \quad \dot{q}_\theta = -\lambda \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad \dot{q}_z = -\frac{\lambda}{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

Toplotni tok skozi votlo kroglo v smeri r

$$\dot{Q}_r = \frac{4\pi\lambda(T_1 - T_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$$

$$R_t = \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

## Naloga 1: Sevanje in konvekcija

Stena debeline 5 cm ima toplotno prevodnost  $\lambda = 0,7 \text{ W/mK}$ . Na zunanji površini, ki ima emisivnost  $\varepsilon = 0,8$  nastopa sevalna izmenjava toplote z večjo okoliško površino in konvektivna izmenjava toplote z okoliškim zrakom. Zrak in površina okolice imata temperaturo 300 K. Konvektivna toplotna prevodnost je  $\alpha = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Kakšna je temperatura zadnje strani stene če ima njena čelna površina temperaturo 400 K?

Rešitev:

$$T_1 = \frac{L}{\lambda} [\alpha(T_2 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_p^4)] + T_2$$

## Naloga 2: Generacija toplote v steni

Stacionarna temperaturna porazdelitev v enodimenzionalni steni toplotne prevodnosti  $\lambda$  in debeline  $L$  je oblike  $T = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ . Izpeljite izraz za generirani toplotni tok na enoto volumna v steni in gostoto toplotnega toka  $\dot{q}$  na obeh površinah stene.

Rešitev:

Generirani toplotni tok

$$\dot{Q}_V = -\lambda(6Ax + 2B)$$

Gostoti toplotnega toka pri  $x=0$  in  $x=L$

$$\dot{q}_{(x=0)} = -\lambda C$$

$$\dot{q}_{(x=L)} = -\lambda(3AL^2 + 2BL + C)$$

### Naloga 3: Generacija toplote v jedrski gorivni palici 1

V jedrski gorivni palici premera 5 cm zaradi prihaja do konstantne notranje generacije toplote  $\dot{Q}_{V1} = 5 \cdot 10^7 W/m^3$ . V stacionarnem stanju je temperaturna porazdelitev oblike:  $T(r) = a + br^2$ , kjer je  $T$  v  $^{\circ}C$ ,  $a=800^{\circ}C$  in  $b=-4,167 \cdot 10^5^{\circ}C/m^2$ . Lastnosti gorivne palice so naslednje:

$\lambda = 30 W/mK$ ,  $\rho = 11000 kg/m^3$  in  $c_p = 800 J/kgK$ .

- Kakšen je toplotni tok na enoto dolžine palice pri  $r=0$  in pri  $r=2,5$  cm?
- Kakšna je začetna časovna sprememba temperature pri  $r=0$  in pri  $r=2.5$  cm, če reaktorska moč naraste na  $\dot{Q}_{V2} = 1 \cdot 10^8 W/m^3$ ?

Rešitev:

- Toplotni tok na enoto dolžine

$$\frac{\dot{Q}_r}{L} \Big|_{(r=0)} = 0 \quad \text{in} \quad \frac{\dot{Q}_r}{L} \Big|_{(r=R)} = -\lambda 4\pi b R^2$$

- Začetna časovna sprememba temperature

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho c_p} (4\lambda b + \dot{Q}_{V2}) = \frac{1}{\rho c_p} (\dot{Q}_{V2} - \dot{Q}_{V1})$$

### Naloga 4: Generacija toplote v jedrski gorivni palici 2

Obravnavamo polno gorivno palico premera  $R_F$ , ki jo obdaja aluminijasta srajčka zunanjšega premera  $R_C$ . Znotraj palice se generira toplotna zaradi jedrske cepitve. Volumski izvor toplote je odvisen od lokacije, kjer moč palice zapišemo  $\dot{Q}_V = \dot{Q}_o \left[ 1 - b \left( \frac{r}{R_F} \right)^2 \right]$ .  $\dot{Q}_o$  je volumska generacija toplote pri  $r=0$ . Predpostavite samo prevod v radialni smeri. Izračunajte maksimalno temperaturo palice, če je gorivna srajčka v stiku z vodo temperature  $T_L$ . Toplotne prevodnosti goriva in srajčke so  $\lambda_f$  in  $\lambda_c$ .

Rešitev:

$$T_{F_{max}} - T_L = \frac{\dot{Q}_o R_F^2}{4\lambda_f} \left( 1 - \frac{b}{4} \right) + \frac{\dot{Q}_o R_F^2}{2\lambda_c} \left( 1 - \frac{b}{2} \right) \left( \frac{\lambda_c}{R_C \alpha} + \ln \frac{R_C}{R_F} \right)$$