

2. izpit

12. 9. 2012

1. (0.5 točke) Izrazi naslednja izraza z baznimi stanji Fockovega prostora (c in c^\dagger so fermionski operatorji):

(a) $c_4^\dagger c_3 c_3^\dagger c_2 c_1^\dagger |01000\rangle$

(b) $e^{z c_4^\dagger c_3 c_1} |111000\rangle$

2. (1 točka) Poišči vse komutacijske zveze med operatorji d_j in d_j^\dagger ($[d_j, d_k]$, $[d_j^\dagger, d_k^\dagger]$ in $[d_j, d_k^\dagger]$), ki so definirani s predpisom,

$$d_j = \left(\prod_{k=1}^{j-1} (1 - 2n_k) \right) c_j,$$

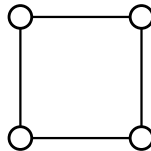
kjer je $n_j = c_j^\dagger c_j$, c_j pa so standardni fermionski anihilacijski operatorji s kanoničnimi antikomutatorskimi zvezami $\{c_j, c_k\} = 0$, $\{c_j^\dagger, c_k^\dagger\} = 0$ in $\{c_j, c_k^\dagger\} = \delta_{j,k}$.

3. (1.25 točke) Zapiši spinsko odvisno dvodelčno kontaktno interakcijo $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Delta a^3 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \text{h.c.})$ v formalizmu druge kvantizacije. Uporabi reprezentacijo v momentnem prostoru z ravnimi valovi za bazo enodelčnih stanj. Izračunaj pričakovano vrednost takega potenciala v osnovnem stanju Fermijevega plina pri ničelni temperaturi.

4. (1.25 točke) Izračunaj čim več lastnih energij za sistem 4 spinov 1/2 s Hamiltonijanom

$$H = \sum_k \sigma_k^x \sigma_{k+1}^x + \sigma_k^y \sigma_{k+1}^y,$$

kjer vsota teče po vseh prečkah na sliki.



Sistem bi lahko rešili z Jordan-Wignerjevo transformacijo in Fourierom, tokrat pa bomo uporabili simetrije. H namreč komutira z $Z = \sigma_1^z + \sigma_2^z + \sigma_3^z + \sigma_4^z$, ter operatorjema parnosti P_x v smeri x, in P_y v smeri y (operatorja parnosti zamenjata identitete spinov, kot bi naredili zrcaljenje čez ustrezno simetrijsko ravnino). Zapiši bazne vektorje, ki so hkrati tudi lastni vektorji vseh treh simetrijskih operacij. Pri računanju lastnih energij uporabi dejstvo, da ima v takšni bazi Hamiltonijan blok-diagonalno strukturo.