

## 2. kolokvij

17. 1. 2013

1. (0.75 točke) Za fermionski sistem,

$$H = c_1 c_2^\dagger + c_2 c_1^\dagger + \Delta(c_1 c_2 + c_2^\dagger c_1^\dagger),$$

pokaži, da operator parnosti  $P = e^{i\pi N}$ , kjer je  $N = c_2^\dagger c_2 + c_1^\dagger c_1$  komutira s  $H$ . Namig: oglej si delovanje  $PH$  in  $HP$  na baznih stanjih.

2. (1 točka) Uporabi Jordan-Wignerjevo transformacijo in zapiši sledeči Hamiltonijan,

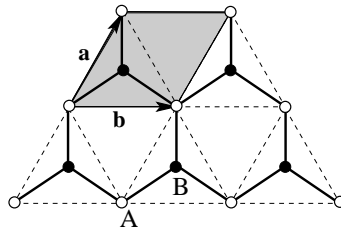
$$H = h_{1,4} + h_{2,4} + h_{3,4}, \quad h_{j,k} = \sigma_j^x \sigma_k^x + \sigma_j^y \sigma_k^y,$$

s fermionskimi operatorji.

3. (1 točka) Grafen imenujemo 2D strukturo ogljikovih atomov, ki zasedajo mesta na heksagonalni mreži (slika). Celotno strukturo dobimo s tlakovanjem ravnine z osnovno celico (osenčen trapez), ki jo razpenjata bazna vektorja  $\mathbf{a}$  in  $\mathbf{b}$ . V vsaki osnovni celici sta dva elektrona; vsak je lahko ali na mestu tipa "A", ali na mestu tipa "B". V približku tesne vezi so sklopljena le sosednja mesta (mastne prečke na sliki), tako da lahko sistem opišemo s Hamiltonijanom (spina ne upoštevamo),

$$H = -t \sum_j \left\{ \left[ \psi_B^\dagger(\mathbf{r}_j) + \psi_B^\dagger(\mathbf{r}_j - \mathbf{a}) + \psi_B^\dagger(\mathbf{r}_j - \mathbf{b}) \right] \psi_A(\mathbf{r}_j) + \text{h.c.} \right\} + \varepsilon \sum_j \{n_A(\mathbf{r}_j) + n_B(\mathbf{r}_j)\},$$

kjer je  $\mathbf{r}_j = n_1 \mathbf{a} + n_2 \mathbf{b}$  vektor do  $j$ -te osnovne celice.



Izračunaj lastne energije elektronov v grafenu. Namig: zaradi periodičnosti se spleča  $H$  transformirati v momentni prostor,  $\psi_\alpha(\mathbf{r}_j) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\alpha} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}$ ,  $\alpha = \{A, B\}$ . Z robnimi pogoji se ni potrebno ukvarjati. Velja  $\frac{1}{N} \sum_j e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{0}}$ .

4. (1.25 točke) Zapiši spinsko odvisno dvodelčno kontaktno interakcijo  $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Delta a^3 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \text{h.c.})$  v formalizmu druge kvantizacije. Uporabi reprezentacijo v momentnem prostoru z ravnimi valovi za bazo enodelčnih stanj. Izračunaj pričakovano vrednost takega potenciala v osnovnem stanju Fermijevega plina pri temperaturi nič (vsote po  $\mathbf{k}$ -jih ni potrebno eksplicitno izračunati).