

Matematika 1

6. sklop nalog

Funkcije ene realne spremenljivke

(2) Izračunaj limite funkcij:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x),$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \sin x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$

(3) Naj bo g poljubna zvezna funkcija, za katero je $g(0) = 0$.

(a) Dokaži, da velja $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e.$

(b) Dokaži, da velja $\lim_{x \rightarrow 0} (1+g(x))^{\frac{1}{g(x)}} = e.$

(4) Izračunaj limite funkcij:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{1/x},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\sin^2 x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x + \cos x)^{1/\operatorname{tg} x}.$

(5) Naj bo funkcija f definirana s predpisom $f(x) = \frac{1}{1+e^{1/x}}$. Določi definicijsko območje funkcije f in izračunaj njene limite na robu definicijskega območja.

(6) Naj bo $f(x) = (x+1) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{1-x^2}$. Določi območje zveznosti funkcije f . Ali je možno funkcijo f zvezno razširiti na \mathbb{R} ?

(7) Naj bo $f(x) = \frac{a^2 e^{1/x} + a + 2}{1 + e^{1/x}}$. Določi a tako, da bo funkcijo f možno zvezno razširiti v $x = 0$.

(8) S pomočjo metode bisekcije poišči na eno decimalno natančno rešitev enačbe $\cos x = x$.