Matematika 1
1. sklop nalog

Množice

(1) Poišči bijekcije:

(a) $\mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$,
(b) $\mathbb{N} \to 5\mathbb{N}$,
(c) $\mathbb{N} \to \mathbb{Z}$.

(2) Dokaži:

(a) Neskončna podmnožica števno neskončne množice je števno neskončna.
(b) Kartezični produkt števno neskončnih množic je števno neskončen.

(3) Poišči bijekcije:

(a) $(0,1) \to \mathbb{R}$,
(b) $(-5,\infty) \to \mathbb{R}$,
(c) $[-5,\infty) \to [-1,1)$.

(4) Poišči bijekcijo: $[0,1] \to (0,1)$.

(5) Poišči bijekcijo: $[0,1] \times [0,1] \to [0,1]$.

(6) Dokaži ekvipolentnost: $\mathbb{R}^n \sim \mathbb{R}$.

(7) Naj bo $f : X \to Y$. Dokaži, da je $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ za vsaki $A, B \subset X$ natanko tedaj, ko je funkcija f injektivna.

(8) Naj bo $f : X \to Y$. Dokaži, da je $f(f^{-1}(B)) = B$ za vsak $B \subset Y$ natanko tedaj, ko je funkcija f surjektivna.

(9) Naj bo $f : X \to Y$, $A, B \subset Y$. Dokaži enakosti množic:

(a) $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$,
(b) $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

(10) Naj bo $f : X \to Y$ in $g : Y \to Z$. Dokaži:

(a) Če sta f in g injektivni, je $g \circ f$ injektivna.
(b) Če sta f in g surjektivni, je $g \circ f$ surjektivna.
(c) Če je $g \circ f$ injektivna, je f injektivna.
(d) Če je $g \circ f$ surjektivna, je g surjektivna.